

функциями времени. Задачу (10) решать не нужно, так как ν в (11) не входит. Тензор μ_{ij} в каждый момент времени равен тензору присоединенных масс абсолютно твердого тела, совпадающего в этот момент времени с деформируемым телом. Среди коэффициентов λ_i возможны упрощения, если поверхность Σ обладает свойствами симметрии.

В плоском случае задача рассмотрена Ю. Л. Якимовым [2].

Автор благодарит Н. А. Слезкина за постановку задачи и консультации.

Поступила 8 XI 1971

ЛИТЕРАТУРА

1. Седов Л. И. *Механика сплошной среды*, т. 2. М., «Наука», 1970.
2. Якимов Ю. Л. Уравнения движения тонкого тела в возмущенном потоке несжимаемой жидкости. *Изв. АН СССР, МЖГ*, 1969, № 1.

УДК 532.546

ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ И ТЕПЛОВЫЕ ПОТЕРИ СЛОИСТО-НЕОДНОРОДНОГО ПЛАСТА ПРИ НАГРЕТАНИИ ТЕПЛОНОСИТЕЛЯ

Н. Л. РАКОВСКИЙ, О. Э. ЦЫНКОВА

(Москва)

Рассмотрено нагревание конвективным слоем жидкости прилегающих к нему полупространства и полосы. Задача возникла в связи с изучением закачки теплоносителя в неоднородный нефтяной пласт.

Движение теплоносителя в однородном пласте рассматривается в [1-4]. Наибольшее применение в практике конкретных расчетов нашла работа [1], в которой известное решение Карслоу о нагревании полупространства конвективным слоем жидкости [5] интерпретировано для нефтяного пласта и прилегающей к нему породы.

В [6, 7] даются некоторые обобщения решения [1] на случай неоднородного пласта. В [6] рассмотрено два продуктивных слоя, разделенных непроницаемым пропластком, который вводится как тонкая стенка теплообменника. Теплообмен между слоями принимается пропорциональным разности температур. В [7] в аналогичной постановке исследуется течение горячей жидкости в трещиновато-пористом коллекторе.

Здесь дано обобщение решения [1] без дополнительных предположений о характере теплообмена между высокопроницаемыми и малопроницаемыми слоями. В последних выполняется уравнение теплопроводности. Тем самым не требуется ограничивать мощности малопроницаемых слоев.

1. Предлагается следующая схема неоднородного пласта: симметричный пласт, который состоит из двух высокопроницаемых слоев, разделенных и окаймленных сверху и снизу непроницаемыми слоями. При этом непроницаемые слои здесь не перегородки, а модели слабопроницаемых нефтенасыщенных пропластков, нагревание которых происходит в основном за счет теплообмена с соседними слоями.

Теплофизические свойства непроницаемых слоев принимаются независимыми от температуры и совпадающими с теми же свойствами горных пород, прилегающих к пласту.

Далее, как и в [1], предполагается, что теплопроводность в горизонтальном направлении пренебрежимо мала и в пласте и в породе. Предполагается также, что температура по сечению конвективного слоя постоянна.

В силу симметрии задачи рассматривается верхняя полуплоскость. Имеем

$$\partial T_{1,2}/\partial t = \kappa \partial^2 T_{1,2}/\partial z_{1,2}^2$$

где индекс 1 относится к пространству над проницаемым слоем, индекс 2 — к полосе под ним.

Остальные обозначения очевидны.

Имеем $0 < z_1 < \infty$, $-h_2 < z_2 < 0$. Верхняя граница пласта $z_1 = h_1$, ось симметрии $z_2 = -h_2$, h_0 — мощность проницаемого слоя, $h = h_0 + h_1 + h_2$ — половина мощности пласта.

В проницаемом слое, где с постоянной скоростью u распространяется инжектируемое тепло, справедливо следующее соотношение для температуры:

$$\frac{\partial T_0}{\partial t} + u \frac{\partial T_0}{\partial x} - \kappa h_0^{-1} \left[\left(\frac{\partial T_1}{\partial z_1} \right)_{z_1=0} - \left(\frac{\partial T_2}{\partial z_2} \right)_{z_2=0} \right] = 0$$

При подходе к слою сверху и снизу температура должна быть непрерывна. На входе в проницаемый слой $T_0 = T_+ = \text{const}$. В начальный момент и на бесконечности температура равна нулю. На оси симметрии пласта ($z_2 = -h_2$) тепловой поток равен нулю.

Перейдем к безразмерным переменным, полагая

$$T_d = T_i T_+^{-1} \quad (i = 0, 1, 2), \quad \tau = t t_m^{-1}, \quad x_d = x h^{-1}, \quad z_d = z h^{-1} \\ \xi = \kappa t_m h^{-2}, \quad \alpha = h_0 h^{-1}, \quad \beta = h_2 h^{-1}, \quad u_d = u t_m h^{-1}.$$

Здесь κ — коэффициент теплопроводности, t_m — максимальное время зачки теплоносителя.

Ниже индекс «d» при безразмерных величинах опускается. Формулировка задачи примет вид

$$\frac{\partial T_{1,2}}{\partial t} = \xi \frac{\partial^2 T_{1,2}}{\partial z_{1,2}^2} \quad (0 < z_1 < \infty, \quad -\beta < z_2 < 0) \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial T_0}{\partial \tau} + u \frac{\partial T_0}{\partial x} + \xi \alpha^{-1} \left[\left(\frac{\partial T_1}{\partial z_1} \right)_{z_1=0} - \left(\frac{\partial T_2}{\partial z_2} \right)_{z_2=0} \right] = 0 \quad (1.2)$$

$$T_i = 0 \quad \text{при } \tau = 0 \quad (i = 0, 1, 2), \quad T_0 = 1 \quad \text{при } x = 0$$

$$\frac{\partial T_2}{\partial z} = 0 \quad \text{при } z_2 = -\beta, \quad T_i = 0 \quad \text{при } x \rightarrow \infty, \quad T_1 = 0 \\ \text{при } z \rightarrow \infty, \quad T_1 = T_0, \quad T_2 = T_0 \quad \text{при } z_{1,2} = 0 \quad (1.3)$$

Применение преобразования Лапласа $v_i = \int_0^\infty e^{-p\tau} T_i d\tau$ к (1.1), (1.2) с учетом (1.3)

дает следующие выражения для изображений температур T_0, T_1, T_2

$$v_0 = p^{-1} \exp[-x p u^{-1} - \gamma x q (1 + \text{th } \beta q)] \\ v_1 = v_0 \exp(-q z_1), \quad v_2 = v_0 \text{ch}(z_2 + \beta) q \text{ch}^{-1} \beta q \\ (q = p^{1/2} \xi^{-1/2}, \quad \gamma = \kappa (u h_0)^{-1}). \quad (1.4)$$

Будем искать для v_0 оригинал, полагая $v_0 = v_* \exp(-x p u^{-1})$. Очевидно, функция

$$v_* = p^{-1} \exp[-\gamma x q (1 + \text{th } \beta q)] \quad (1.5)$$

содержит основную информацию о распределении температуры в хорошо проницаемом слое. Если $T_* = T_*(x, \tau)$ — оригинал v_* , то

$$T_0(x, \tau) = T_*(x, \tau - x u^{-1}) \quad (1.6)$$

Выражение (1.5) можно привести к виду

$$v_* = p^{-1} \exp\left(-\frac{2qa}{1 + e^{-2\beta q}}\right) = p^{-1} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} \left(\frac{2qa}{1 + e^{-2\beta q}}\right)^n \quad (a = \gamma x)$$

Далее, каждый член разложения экспоненты в степенной ряд представляется в виде суммы геометрической прогрессии по степеням $e^{-2\beta q}$, в результате чего получим

$$v_* = p^{-1} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} (2aq)^n \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{(k+1)(k+2)\dots(k+n-1)e^{-2\beta q k}}{(n-1)!}$$

Группируя члены двойного ряда специальным образом и проводя некоторые преобразования, найдем

$$v_* = \frac{e^{-2qa}}{p} + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{2^n}{n!} p^{n-1} \frac{e^{-2\beta q n}}{p^{(n-1)/2}} \frac{d^n}{dp^n} p^{n-1} \frac{e^{-2qa}}{p^{(n-1)/2}}$$

Применение обратного преобразования Лапласа дает

$$T_*(x, \tau) = \Phi_* \left[\frac{\gamma x}{(\xi \tau)^{1/2}} \right] + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} 2^n \int_0^{\tau} \frac{d^{n-1}}{dy^{n-1}} (4y)^{(n-3)/2} i^{(n-3)/2} \Phi_* \left[\frac{\beta n}{(\xi \tau)^{1/2}} \right] \times \\ \times (\tau - y) \frac{d^{n-1}}{d(\tau - y)^{n-1}} \left\{ 4(\tau - y)^{(n-3)/2} i^{(n-3)/2} \Phi_* \left[\frac{\gamma x}{[\xi(\tau - y)]^{1/2}} \right] \right\} dy \\ \Phi_*(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} e^{-s^2} ds \quad (1.7)$$

Здесь i — символ интегрирования функции Φ_* по ее аргументу. Ряд (1.7) сходится при всех отличных от нуля значениях аргументов входящих в него функций.

Формулы (1.7), (1.6) дают зависимости температуры в конвективном слое от x , τ и параметров ξ , γ , β , образующих две независимые комбинации. Нетрудно видеть, что чем меньше комплекс $\sigma = \xi \tau \beta^{-2}$ (т. е. меньше характерное время, больше мощность пласта, дальше расположен проницаемый пропласток от оси симметрии пласта), тем быстрее сходится ряд (1.7). Можно показать, что для $\sigma < 0.5$ достаточно ограничиться нулевым членом (1.7), полагая

$$T_0 = \Phi_* \left\{ \frac{\gamma x}{[\xi(\tau - xu^{-1})]^{1/2}} \right\} \quad (1.8)$$

При $0.5 < \sigma < 1$ нужно учесть и следующий член:

$$\theta = -\frac{1}{\pi} \int_0^{\tau - xu^{-1}} \xi^{-1} y^{-3/2} (\tau - y)^{-1/2} \exp\{-\beta^2 (\xi y)^{-1} - (\gamma x)^2 \xi^{-1} (\tau - y)^{-1}\} dy \quad (1.9)$$

Представление (1.6), (1.7) приводит к легко вычисляемой асимптотике для малых значений временного параметра $\xi \tau$ и близких к единице значений β .

Функция T_0 может быть представлена также в виде, удобном для вычисления асимптотики при больших $\xi \tau$ и малых β .

Положим

$$v_0 = v_{**} \exp(-xru^{-1} - \gamma xq), \quad v_{**} = p^{-1} \exp(-aq \operatorname{th} \beta q) \quad (1.10)$$

Пусть $T_{**}(x, \tau)$ — оригинал функции v_{**} . Из (1.10) следует:

$$T_0(x, \tau) = \frac{\gamma x}{2\pi^{1/2}} \int_0^{\tau_*} \frac{T_{**}(\tau_* - y)}{\xi^{1/2} y^{3/2}} \exp[-(\gamma x)^2 (4\xi y)^{-1}] dy \quad (\tau_* = \tau - xu^{-1}) \quad (1.11)$$

Для определения вспомогательной функции T_{**} разлагаем показатель степени экспоненты в правой части второго равенства (1.10) на простые дроби.

$$v_{**} = \prod_{n=1}^{\infty} \exp\left(\frac{pa_n}{p + b_n}\right), \quad a_n = (4\beta)^{-1} \pi^2 \gamma x, \quad b_n = (4\beta^2)^{-1} \pi^2 \xi (2n - 1)^2 \quad (1.12)$$

Оригинал, соответствующий n -му сомножителю бесконечного произведения в правой части (1.12), равен

$$f_*(b_n\tau) = f(b_n\tau) + e^{-a}$$

$$f(b_n\tau) = [(a_*b_n)^{1/2}\tau^{-1/2}e^{-b_n\tau}I_1(2(a_*b_n\tau)^{1/2}) + 1]e^{-a} \quad (1.13)$$

где I_1 — функция Бесселя первого порядка от мнимого аргумента.

В соответствии с (1.12) и (1.13) функция T_{**} может быть представлена в виде бесконечного произведения двучленов, содержащих операцию свертывания

$$T_{**} = \prod_{n=1}^{\infty} [e^{-a_*} + f(b_n\tau)L] \quad (1.14)$$

$$(f(b_n\tau)L) = \int_0^{\tau} f(b_n\tau_0) d\tau_0$$

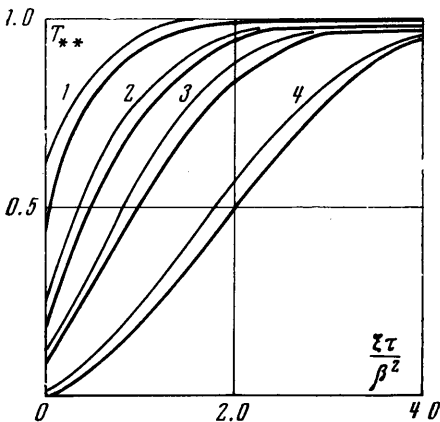
$$f(b_i\tau)Lf(b_j\tau)L = \int_0^{\tau} f[b_i(\tau - \tau_1)] d\tau_1 \int_0^{\tau_1} f(b_j\tau_0) d\tau_0$$

Раскрывая правую часть (1.14), получим для T_{**} формулу

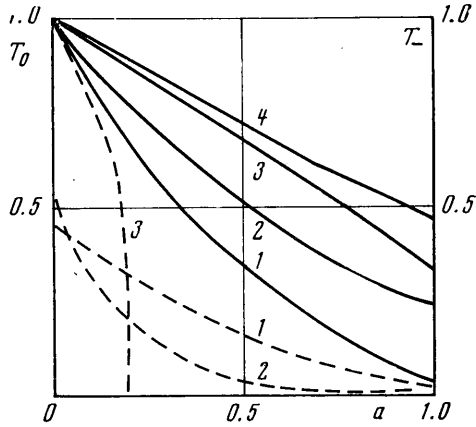
$$T_{**} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \exp[-(n-k)a_*] \sum_{i_1, i_2, \dots, i_k=0}^n \int_0^{\tau} f[b_{i_k}(\tau - \tau_k)] d\tau_k \dots \int_0^{\tau_3} f[b_{i_2}(\tau_3 - \tau_2)] d\tau_2 \int_0^{\tau_2} f(b_{i_1}\tau_1) d\tau_1 \quad (1.15)$$

Время τ , координата x и параметры входят в выражение T_{**} в комплексах $\xi\tau\beta^{-2} = \sigma$ и a_* .

Бесконечное произведение в правой части (1.14) сходится, как нетрудно показать, для любых a_* тем быстрее, чем больше σ . Вычислим первое ($T_{**}^{(1)}$) и второе



Фиг. 1



Фиг. 2

($T_{**}^{(2)}$) приближения функции T_{**} , соответственно ограничиваясь одним и двумя сомножителями в (1.14).

На фиг. 1 показаны зависимости $T_{**}^{(i)}$ ($i = 1, 2$) от σ для $a_* = 0.49, 1.48, 2.46, 5.0$ (кривые 1, 2, 3, 4 соответственно, причем тонкие линии отвечают $i = 1$, а жирные — $i = 2$).

Различие между $T_{**}^{(1)}$ и $T_{**}^{(2)}$ мало почти для всего диапазона значений σ и убывает с ростом σ . При $\sigma \rightarrow \infty$ оба приближения стремятся к единице, причем асимптотическим значением $T_{**}^{(i)}$ можно пользоваться, как показывает фигура, уже начиная с $\sigma = 4$ для широкого диапазона значений a_* .

Предельное при $\sigma \rightarrow \infty$ выражение для температуры в конвективном слое получаем из (1.11), полагая $T_{**} = 1$

$$T_0 = \Phi_* \left\{ \frac{\gamma x}{2[\xi(\tau - xu^{-1})]^{1/2}} \right\} \quad (1.15)$$

Формула (1.15) совпадает с формулой [1].

Для $\sigma > 1$ при вычислении T_0 по формуле (1.11) нужно использовать кривые $T_{**}^{(2)}$. Анализ показывает, что получаемая при этом ошибка имеет порядок нескольких процентов, если σ близко к 1, и быстро падает с ростом σ .

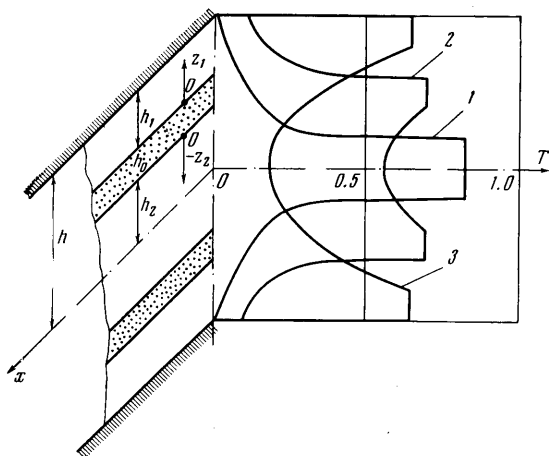
На фиг. 2 сплошными линиями представлены зависимости температуры T_0 от координаты $\gamma x = a$ в различные моменты времени $\xi \tau$ для разных β и $a = 0$. Кривые 1 ($\beta = 1, \xi \tau = 0.5$) и 2 ($\beta = 1, \xi \tau = 1.0$) рассчитаны по формулам (1.7), (1.6) с точностью до двух членов (1.8) и (1.9), кривая 3 ($\beta = 0.5, \xi \tau = 1.0$) — по формуле (1.11) с использованием кривых фиг. 1 и кривая 4 ($\beta = 0, \xi \tau = 1.0$) — по формуле (1.15).

Сравнение кривых 2, 3, 4 показывает влияние положения хорошо проницаемого слоя на распределение температуры в нем по координате в один и тот же момент времени.

Естественно, что быстрее всего температура падает в случае $\beta = 1$, когда проницаемый слой находится на границе пласта и породы. Характерно, что различие между случаями $\beta = 0.5$ и $\beta = 0$ (кривые 3 и 4) для малых a незначительно, в то время как с ростом a кривая 3 быстро приближается к кривой 2.

Отметим для примера, что значение $\xi \tau = 1$ соответствует размерному времени $t = 3.3 \cdot 10^3$ час, если $\kappa = 0.003$ м²/ч, $h = 10$ м, $t_m = 10^4$ час. При этом $a = 1$ соответствует размерной координате $x = 100$ м.

Исследуем распределение температуры по мощности пласта. В соответствии с (1.4)



Фиг. 3

$$T_1 = \frac{z_1}{2} \int_0^{\tau_*} [\pi \xi (\tau_* - y)^3]^{-1/2} \times \\ \times T_0(y, a) \exp[-z_1^2 (4\xi)^{-1} \times \\ \times (\tau_* - y)^{-1}] dy \\ T_2 = T_0(\tau_*, a) - \\ - 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} \beta}{\pi (2n-1)} \times \\ \times \cos \left[\frac{\pi}{2\beta} (z_2 + \beta) (2n-1) \right] \times \\ \times \int_0^{\tau_*} \frac{\partial T_0}{\partial y} \exp[-(4\beta^2)^{-1} \times \\ \times \pi^2 (2n-1)^2 (\tau_* - y)] dy \quad (1.16)$$

Профили температуры в пласте представлены на фиг. 3 при $\delta = 0, 0.5, 1.0$ (кривые 1, 2, 3 соответственно), где $\delta = (1 - \alpha)^{-1} \beta$ для $\alpha = 0.2, \xi \tau_* = 0.1, a = 0.1$. На этой же фигуре показана используемая схема пласта.

В связи с тем, что величины $\xi \tau_*$ и $\gamma x = a$ выбраны достаточно малыми, неравномерность профилей представляется весьма существенной. Максимальная температура в проницаемом пропластке и, соответственно, наибольшая неравномерность профиля отвечает случаю $\delta = 0$ (проницаемый пропласток прилагает к оси симметрии).

Для практических расчетов представляет интерес температура, осредненная по мощности пласта

$$T_- = \int_0^{(1-\alpha)(1-\delta)} T_1 dz_1 + T_0\alpha + \int_0^{-(1-\alpha)\delta} T_2 dz_2 \quad (1.17)$$

На фиг. 2 пунктирными линиями показаны зависимости T_- от a при $\xi_{t^*} = 0.2$ для трех различных «геометрий» пласта: кривая 1 ($\alpha = 0, \delta = 0$) — пронизаемый пропласток нулевой мощности на оси симметрии пласта; кривая 2 ($\alpha = 0, \delta = 1$) — пронизаемый пропласток нулевой мощности на границе пласта и породы; кривая 3 ($\alpha = 1, \delta = 0$) — однородный пласт.

Для расчета кривой 1 использовались соотношения (1.17), (1.16), (1.15), кривой 2 — (1.17), (1.16), (1.8) и кривой 3 — (1.15).

Максимальная средняя температура при $a = 0$ и наиболее резкое падение T_- по a соответствуют случаю однородного пласта, минимальная величина T_- при $a = 0$ и наиболее плавное падение средней температуры — случаем осевого расположения бесконечно тонкого пронизаемого слоя. Представленные три случая в какой-то степени исчерпывают качественное разнообразие рассматриваемых температурных режимов. Следует подчеркнуть, что сравнение производилось при постоянном объеме расхода нагнетаемой жидкости.

2. Большое значение для задач практики имеют потери тепла в окружающую пласт породу. Обозначим отношение количества тепла, уходящего в окружающую пласт породу, к общему его количеству, введенному в пласт за время закачки, через Q .

Нетрудно получить

$$Q = \gamma \int_0^1 d\tau \int_0^\infty (\partial T_1 / \partial z_1)_{z_1=\Delta} dx \quad \Delta = (1-\alpha)(1-\delta) \quad (2.1)$$

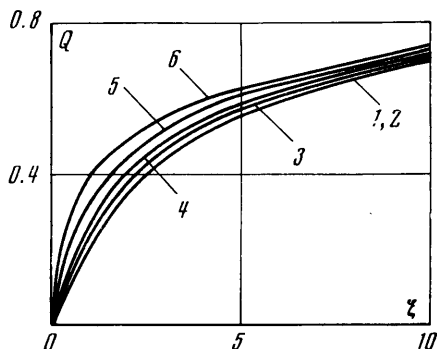
Пусть $\Psi = \Psi(p)$ — преобразование Лапласа функции Q . Очевидно

$$\Psi = \gamma \int_0^\infty (\partial v_1 / \partial z_1)_{z_1=\Delta} dx \quad (2.2)$$

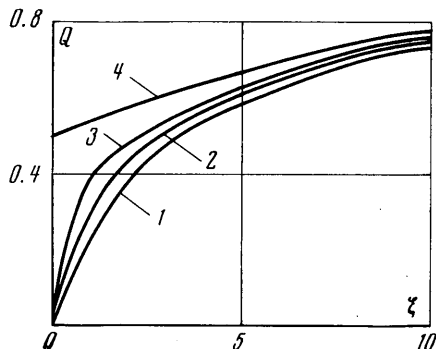
Из (2.2) и (1.4) находим

$$\Psi = e^{-a\Delta} (ap)^{-1} \{q + \alpha^{-1} [1 + \text{th} (1-\alpha)\delta q]\} \quad (2.3)$$

Функция $Q = Q(\alpha, \delta, \xi)$, которая должна быть определена как оригинал функции Ψ , представляет собой зависимость интегральных тепловых потерь при нагнетании



Фиг. 4



Фиг. 5

теплоносителя в неоднородный пласт от параметров $\alpha = h_0 h^{-1}$, $\delta = h_2 (h - h_0)^{-1}$, характеризующих неравномерность поля скоростей в пласте, и от числа ξ .

В общем случае найти оригинал функции $\Psi(p)$ затруднительно. При $\delta = 0$ из (2.3) можно получить

$$Q(\alpha, 0, \xi) = \int_0^1 \left\{ \Phi_* \left[\frac{1-\alpha}{2(\xi\tau)^{1/2}} \right] - \exp \left(\frac{\xi\tau}{\alpha^2} + \frac{1-\alpha}{\alpha} \right) \Phi_* \left[\frac{1-\alpha}{2(\xi\tau)^{1/2}} + \frac{(\xi\tau)^{1/2}}{\alpha} \right] \right\} d\tau \quad (2.4)$$

При $\alpha = 0$ находим из (2.3)

$$Q(0, \delta, \xi) = \frac{1}{2} \int_0^1 \left\{ \Phi_* \left[\frac{1-\delta}{2(\xi\tau)^{1/2}} \right] + \Phi_* \left[\frac{1+\delta}{2(\xi\tau)^{1/2}} \right] \right\} d\tau \quad (2.5)$$

Формула (2.4) определяет интегральные тепловые потери как функцию относительной мощности пронизываемого слоя α и числа ξ в том случае, когда пронизываемый пропласток прилегает к оси симметрии пласта.

Соотношение (2.5) дает интегральные тепловые потери в зависимости от положения бесконечно тонкого пронизываемого слоя в пласте и временного параметра ξ .

На фиг. 4 представлена зависимость (2.4) для $\alpha = 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0$ (кривые 1, 2, 3, 4, 5, 6 соответственно). Величина Q при всех α с ростом ξ монотонно увеличивается от 0, стремясь к 1 при $\xi \rightarrow \infty$. С ростом α величина Q растет при всех ξ , однако наиболее заметно — в области умеренных ξ .

Изменение Q в зависимости от α существенно, начиная примерно от $\alpha = 0.5$. Кривые 2 и 3, как показывает фиг. 4, очень близки к кривой 1.

Таким образом, если мощность пронизываемого слоя меньше половины мощности пласта, то тепловые потери мало отличаются от тепловых потерь в случае бесконечно тонкого пронизываемого слоя.

На фиг. 5 показана зависимость (2.5) для $\delta = 0, 0.5, 0.8, 1.0$ (кривые 1, 2, 3, 4 соответственно). Из фиг. 5 видно, что для $\delta = 1$ (кривая 4) тепловые потери уже в начальный момент времени равны 0,5 и увеличиваются с ростом ξ , очевидно, достигая 1 при $\xi = \infty$. Этот результат физически очевиден. Очень тонкий пронизываемый слой, расположенный на границе пласта и породы, в начальный момент отдает пласту столько же тепла, сколько окружающей породе (конечность мощности пласта еще не успевают сказаться).

С уменьшением δ от 1 до 0 тепловые потери падают, причем наиболее заметно — в области $\xi < 3$.

При достаточно больших ξ отличия в значениях Q для разных δ так же, как и для разных α , несущественны.

Зависимости $Q(\alpha, 0, \xi)$ и $Q(0, \delta, \xi)$ в совокупности достаточно полно характеризуют влияние неравномерности поля скоростей при тепловой инжекции в пласт на суммарные потери тепла.

Поступила 14 XII 1971

ЛИТЕРАТУРА

1. Lauwerier H. A. The transport of heat in oil layer caused by the injection of hot fluid. Appl. Sci. Res. Sect. A., 1955, vol. 5, No. 2, 3, pp. 145—150.
2. Рубинштейн Л. И. О температурном поле пласта при тепловой инжекции. Докл. АН СССР, 1960, т. 135, № 4.
3. Рубинштейн Л. И. Об интегральной величине тепловых потерь при нагнетании горячей жидкости в пласт. Изв. вузов, Нефть и газ, 1959, № 9.
4. Marx J. W., Langenheim R. H. Reservoir heating by hot fluid injection. Trans. AIME, 1959, vol. 216, pp. 364—365.
5. Карслоу Л., Егер Д. Теплопроводность в твердом теле. М., Физматгиз, 1960.
6. Антимиров М. Я., Панферова А. А. О расчете температурного поля в трехслойном пласте при нагнетании в него горячей жидкости. Теория и практика добычи нефти. М., «Недра», 1968.
7. Рыжик В. М., Кисленко Б. Е., Солопин Е. Ф. Вопросы вытеснения нефти повышенной вязкости из трещиноватых пластов путем закачки горячего агента. Сб. «Физико-геологические факторы при разработке нефтяных и нефтегазоконденсатных месторождений», М., «Недра», 1969.