

3. Аверенкова Г. И., Ашратов Э. А., Волконская Т. Г., Дьяконов Ю. Н., Егорова Н. И., Мельников Д. А., Росляков Г. С., Усков В. И. *Сверхзвуковые струи идеального газа*, ч. 1. Изд. МГУ, 1970.
4. Вулис Л. А., Кашкаров В. П. *Теория струй вязкой жидкости*. М., «Наука», 1965.
5. Авдудевский В. С., Иванов А. В., Карпман И. М., Трасковский В. Д., Юделович М. Я. Влияние вязкости на течение в начальном участке сильно недорасширенной струи. Докл. АН СССР, 1974, т. 197, № 1.

УДК 532.529.5

РАСЧЕТ ТЕЧЕНИЯ ДВУХФАЗНОЙ СМЕСИ В СОПЛЕ ЛАВАЛЯ С УЧЕТОМ ТУРБУЛЕНТНОЙ ДИФФУЗИИ ЧАСТИЦ

В. Н. КОСТИН, А. П. ТИШИН, Г. Н. ШУСТОВ

(Москва)

Рассматривается течение смеси газа и частиц в осесимметричном сопле Лавалья. Движение частиц рассчитывается в заданном поле течения газа с учетом их турбулентной диффузии. Приводятся результаты расчетов, указывающие на необходимость учета этого явления при рассмотрении вопроса о выносе частиц на стенку профилированного сопла.

Количество выносимых частиц зависит от их размера, концентрации, геометрии сопла и может быть определено при расчете двумерного неравновесного течения двухфазных продуктов сгорания с полидисперсным конденсатом [1]. Подход к профилированию сопла, направленный на уменьшение выноса частиц, изложен в работе [2].

Обычно в работах, посвященных данному вопросу, двухфазное течение рассчитывается без учета воздействия пульсаций потока на частицы конденсата. В настоящей статье приведены расчетная схема течения, учитывающая этот эффект, и некоторые результаты расчетов.

Движение частицы в заданном поле течения газа при отсутствии в потоке турбулентных пульсаций описывается следующей системой обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\frac{du_s}{dx} = \frac{B}{u_s} (u - u_s), \quad \frac{dv_s}{dx} = \frac{B}{u_s} (v - v_s), \quad \frac{dr}{dx} = \frac{v_s}{u_s} \quad (1)$$

$$B = 0.75C_x |w - w_s| \frac{\rho}{\rho_p d_p}$$

Коэффициент сопротивления частицы C_x определяется по формуле [3]

$$C_x = C_x^\circ (1 + 0.191C_x^\circ M)^{-1}, \quad C_x^\circ = 24\text{Re}^{-1} + 4.4\text{Re}^{-1/2} + 0.42$$

$$M = \frac{|w - w_s|}{a}, \quad \text{Re} = \frac{|w - w_s| d_p}{\eta}$$

Здесь x, r — продольная и радиальная координаты, W, u, v — скорость и ее продольная и радиальная составляющие, ρ, η — плотность и вязкость газа, a — скорость звука, ρ_p — плотность вещества частицы, d_p — диаметр частицы. Параметры газа обозначены без индекса, а частиц — с индексом s .

Для случая движения частиц в турбулентном потоке первые два уравнения системы (1) сохраняют свой вид при условии, что пульсационные скорости частиц и газа равны. При этом под v, u, v_s, u_s следует понимать осредненные по времени составляющие скоростей газа и частиц.

Уравнение линий постоянного расхода конденсата $\psi_s = \text{const}$ (ψ_s — функция тока) можно получить из уравнения конвективной диффузии [4], которое для установившегося осесимметричного потока, если пренебречь диффузией частиц в продольном направлении, имеет вид

$$\frac{\partial(r\rho_s u_s)}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial r} \left(D_s \frac{\partial \rho_s}{\partial r} - r D_s v_s \right) = 0$$

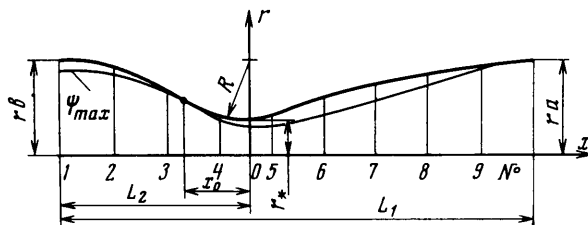
где D_s — коэффициент турбулентной диффузии для частиц, ρ_s — концентрация — масса частиц в единице объема смеси. Обозначив

$$\frac{\partial \psi_s}{\partial r} = -r \rho_s u_s, \quad \frac{\partial \psi_s}{\partial x} = D_s \frac{\partial \rho_s}{\partial r} - r \rho_s v_s$$

можно получить уравнение линии $\psi_s = \text{const}$ в виде

$$\frac{dr}{dx} = \frac{v_s}{u_s} - \frac{D_s}{\rho_s u_s} \frac{\partial \rho_s}{\partial r} \quad (2)$$

По аналогии со случаем расчета без учета диффузии будем называть эти линии постоянного расхода траекториями частиц. При расчете с учетом диффузии уравнение (2) используется вместо третьего уравнения системы (1).



Фиг. 1

Поле течения газового потока определяется решением обратной задачи по заданному распределению относительной скорости $\lambda = W/a_*$ вдоль оси симметрии в до- и сверхзвуковых частях сопла [5]

$$\lambda = 1 + [\exp(-x/b) - 1] [\exp(-x/b) (\lambda_2 - 1)^{-1} - (1 - \lambda_1)^{-1}]^{-1}$$

где λ_1, λ_2 — относительные скорости газа в до- и сверхзвуковой частях сопла на бесконечном удалении от критического сечения, b — константа, a_* — критическая скорость газа.

Параметры газа соответствуют их значениям в равновесном течении двухфазной смеси. Контуром сопла является линия тока газа, радиус кривизны которой в области критического сечения равен заданному значению R (фиг. 1). После расчета поля течения газа его параметры в выбранных сечениях сопла аппроксимируются полиномами. Если параметр является четной функцией радиуса (например, W), то используется формула типа

$$W = A_0 - A_1 \left(\frac{r}{r_w}\right)^2 + A_2 \left(\frac{r}{r_w}\right)^4 + A_3 \left(\frac{r}{r_w}\right)^6$$

а если нечетной, то

$$v = B_0 \left(\frac{r}{r_w}\right) + B_1 \left(\frac{r}{r_w}\right)^3 + B_2 \left(\frac{r}{r_w}\right)^5 + B_3 \left(\frac{r}{r_w}\right)^7$$

где r_w — радиус стенки сопла в сечении.

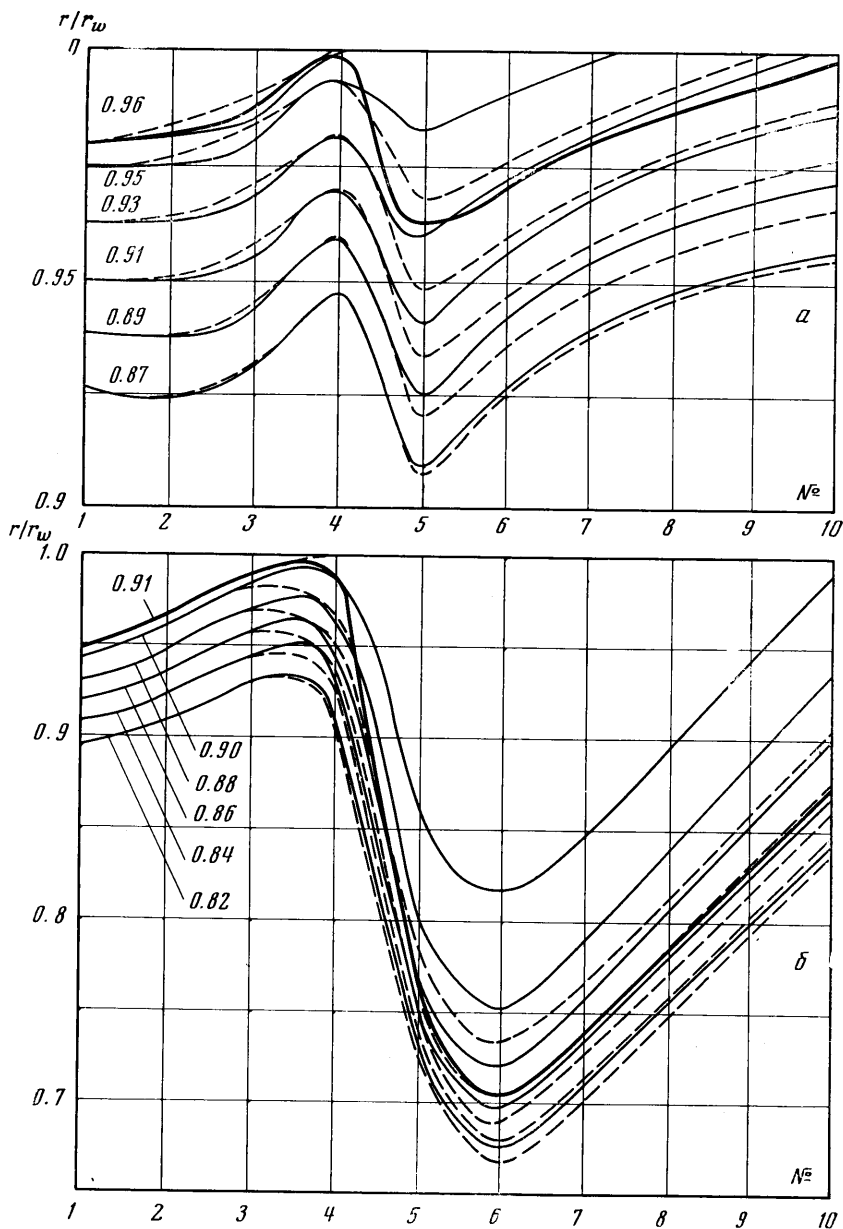
Коэффициенты интерполяционных формул определяются по значениям функций и их производных в точках $r/r_w = 0, 0.5, 1$.

Между сечениями параметры газа определяются по интерполяционной формуле Лагранжа для трех точек.

Расчет движения частиц производится следующим образом. Рассчитывается одновременно движение нескольких частиц, начальное положение которых выбирается во входном сечении сопла с достаточно большой относительной площадью, где скорость потока невелика и скорость частиц может быть принята равной скорости газа. Положение начальных точек в этом сечении выбирается так, чтобы они соответствовали заданным долям расхода частиц.

При интегрировании системы уравнений в каждом сечении сопла определяются r_s , соответствующие заданным значениям функций тока ψ_s . Распределение концентрации частиц ρ_s рассчитывается по уравнению

$$\left[\frac{\partial \psi_s}{\partial r} \right]_x = r_s \rho_s u_s$$



Фиг. 2

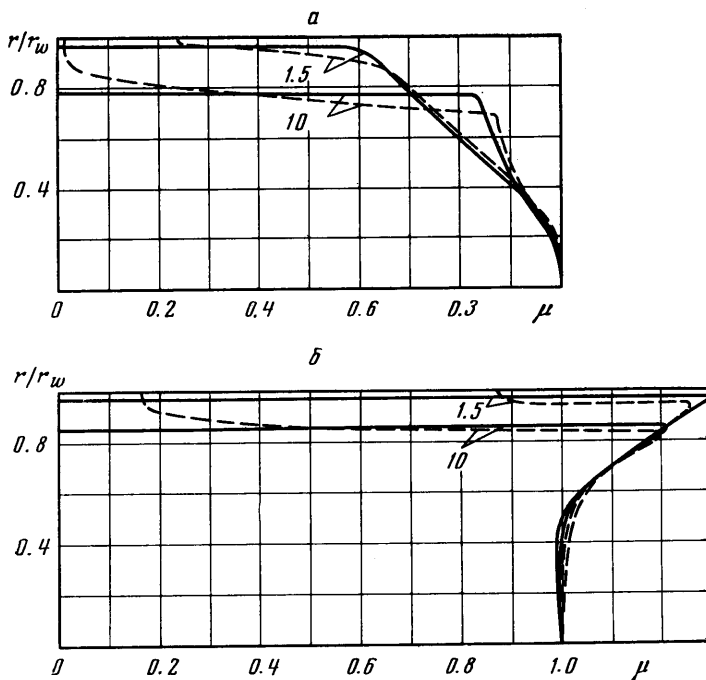
где производная $[\partial\psi_s/\partial r]_x$ определяется численным дифференцированием таблично заданных функций.

Сначала рассчитываются все траектории частиц, встречающихся со стенкой в дозвуковой части сопла, решением системы уравнений (1). В результате расчета находятся: ψ_{\max} — функция тока, соответствующая траектории, касающейся стенки сопла, и x_0 — координата точки касания этой траектории (см. фиг. 1). В дальнейшем расчет ведется с учетом диффузии частиц. При этом рассчитываются траектории, соответствующие диапазону функций тока $0 \div \psi_{\max}$.

Оседание частиц на стенку при турбулентном течении в сопле может происходить как вследствие их диффузии, так и вследствие инерционного выноса. В дозвуковой части сопла ниже по потоку точки x_0 и в районе его критического сечения поперечная составляющая скорости газа v направлена к оси сопла, т. е. препятствует выносу

частиц на стенку. Частицы попадают на стенку только в результате диффузионного переноса. В сверхзвуковой области за критическим сечением газ приобретает поперечную составляющую скорости, направленную от оси сопла, которая изменяется вдоль сопла и обуславливает инерционный вынос частиц на стенку.

В принятой расчетной схеме пренебрегается диффузионным выносом частиц на стенку сопла. Влияние диффузии на вынос частиц проявляется через распределение концентрации частиц в поперечном сечении, которое изменяется под воздействием



Фиг. 2

турбулентных пульсаций. На участке сопла от точки x_0 до критического сечения, где при расчете без учета диффузии траектория частиц, соответствующая ψ_{\max} , отходит от стенки, принимается, что эта траектория совпадает с контуром сопла. Значения градиентов $d\rho_s/dr$ подсчитываются по распределению концентрации конденсата в сечении потока. На стенке сопла $d\rho_s/dr$ приравнивается нулю.

В сверхзвуковой части сопла траектории частиц, выпавшие за стенку, исключаются из расчета. По значениям ψ_s , соответствующим этим траекториям, определяется доля вынесенных частиц.

При расчете течения с учетом диффузии частиц возникают некоторые вопросы устойчивости и сходимости решения, которые должны быть приняты во внимание. В данном случае необходимо выдержать условие [6]

$$\theta = \frac{D_s h}{u_s \delta^2} < \frac{1}{2}$$

где h — шаг интегрирования, δ — расстояние между соседними траекториями частиц. В расчетах величина θ не превышала $1/4$.

Параметры распределения скорости газа на оси сопла, принятые в расчете:

$$\lambda_1 = 0.085, \quad \lambda_2 = 2.4, \quad b = 0.4.$$

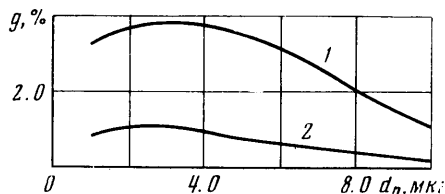
Радиус критического сечения сопла r_* равен 70 мм, относительный радиус скругления горловины $R/r_* = 2$. Отношение радиусов $r_a/r_* = 2.5$ и $r_b = r_a$. Общая длина сопла $L_1 = 0.94$ м, участок $L_2 = 0.365$ м. Сечения расположены по оси x с равномерным шагом.

Расчеты проводились для продуктов сгорания типичного смесового твердого топлива с добавками алюминия [3]; показатель изэнтропии $n = 1.14$, температура горения $T = 3300^\circ \text{K}$; молекулярный вес смеси $\nu = 28$ кг/моль, весовая доля конденсата

в смеси $z = 0.3$, коэффициент вязкости $\eta = 0.8 \cdot 10^{-4}$ н·сек/м², плотность вещества частиц $\rho_p = 2.4 \cdot 10^3$ кг/м³.

Давление на входе в сопло — 50 бар. Коэффициент диффузии для частиц принят равным коэффициенту турбулентной диффузии для газа и постоянным вдоль сопла. Согласно работе [7] для газового потока вдоль сопла $D = \text{const}$. Оценки показывают, что для частиц конденсата с диаметром до 3 мкм различие в величинах коэффициентов диффузии для газа и частиц невелико. При больших диаметрах частиц их коэффициент диффузии может оказаться существенно меньшим коэффициента диффузии для газа.

На фиг. 2 приведены траектории частиц с диаметрами $d_p = 1.5$ мкм (а) и $d_p = 10$ мкм (б), рассчитанные без учета диффузии ($D_s = 0$ — сплошная жирная линия) и с учетом диффузии ($D_s = 10^{-2}$ м²/сек — штриховая линия, $D_s = 10^{-1}$ м²/сек — сплошная тонкая линия). Цифры у кривых обозначают долю расхода конденсата, соответствующую траектории частицы. На оси абсцисс отмечены номера сечений сопла согласно фиг. 1. При $D_s = 0$ траектории частиц рассматриваемых размеров, соответствующие ψ_{max} , не выносятся на стенку в сверхзвуковой части сопла. При учете диффузии наблюдается вынос частиц с диаметром $d_p = 1.5$ мкм, траектории частиц с диаметром $d_p = 10$ мкм заметно приближаются к стенке. Частицы выносятся на стенку по всему соплу, однако интенсивный вынос их наблюдается на участке у среза, начиная примерно с половины длины сверхзвуковой части.



Фиг. 4

Распределения концентрации конденсата μ в пятом (а) и в десятом (б) сечениях сопла приведены на фиг. 3. Концентрация конденсата в различных точках сечения отнесена к концентрации конденсата на оси сопла. Сплошные линии соответствуют случаю $D_s = 0$, а штриховые — $D_s = 10^{-1}$ м²/сек. На этой фигуре кривые помечены цифрами, численно соответствующими диаметру d_p частицы в мкм. Можно видеть, что в результате радиального отставания частиц происходит увеличение их концентрации около оси сопла. При расчете без учета диффузии у стенки сопла в области горловины и сверхзвуковой части образуется зона чистого газа. В случае расчета с учетом диффузии такая зона отсутствует и конденсат распределяется по всему поперечному сечению.

Доля выносимых на стенку частиц g в сверхзвуковой части сопла в зависимости от величины коэффициента турбулентной диффузии и размеров частиц приведена на фиг. 4. Кривая 1 получена для коэффициента диффузии $D_s = 10^{-1}$ м²/сек, а 2 — для $D_s = 10^{-2}$ м²/сек. Как видно, при $D_s = 10^{-2}$ м²/сек доля выносимых частиц с диаметром до 3 мкм составляет $\sim 1\%$, а при $D_s = 10^{-1}$ м²/сек величина g достигает 4%.

Поступила 21 VII 1971

ЛИТЕРАТУРА

1. Detonation and two-phase flow. New York — London, Acad. Press., 1962. (Рус. перев.: Детонация и двухфазное течение. М., «Мир», 1966.)
2. Дритов Г. В., Тишин А. П. О профилировании сопел, работающих на газе с частицами конденсата. Изв. АН СССР, МЖГ, 1971, № 1.
3. Алемасов В. Е., Дрегалин А. Ф., Тишин А. П. Теория ракетных двигателей. М., «Машиностроение», 1969.
4. Франк Ф., Мизес Р. Дифференциальные и интегральные уравнения математической физики. ч. 2. М., Гостехиздат, 1937.
5. Пирумов У. Г. Расчет течения в сопле Лаваля. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 5.
6. Schneider P. J. Conduction heat transfer And — Wesl. publ. comp. Cambridge, Mass 1955. (Рус. перев.: Инженерные вопросы теплопроводности, М., Изд-во иностр. лит., 1960).
7. Зимонт В. Л. Экспериментальное исследование смешения изотермических и неизотермических турбулентных спутных струй в соплах. В сб.: Турбулентные течения. Труды Всесоюзного симпозиума по проблемам турбулентных течений М., «Наука», 1970.