

8. Van der Hegge Zijnen. Measurements of turbulence in a plane jet of air by the diffusion method and by the hotwire method. Appl. Sci. Res., 1958, 7.A.
9. Flint D. L., Kada H., Harratty T. J. Point source turbulent diffusion in a pipe. A. I. Ch. E. Journal, 1960, vol. 6, No. 2.
10. Иванов Ю. В., Крашенинников С. Ю. К вопросу об определении характеристик турбулентности с помощью диффузионных измерений. Изв. АН СССР, МЖГ, 1970, № 3.
11. Прудников А. Г. Измерение оптико-диффузионным методом турбулентности воздушных потоков и пламен. Сб. «Горение в турбулентном потоке», М., Изд-во АН СССР, 1959.
12. Живов В. Г., Михасенко Ю. И., Вулис Л. А., Кельмансон И. А. К исследованию структуры турбулентных струй. Сборник докладов на III Всесоюзном съезде по теоретической и прикладной механике, М., 1968.
13. Гиневский А. С., Елизаров Л. И., Шубин Ю. М. Исследование микро-структуры турбулентной струи в спутном потоке. Изв. АН СССР, МЖГ, 1966, № 4.
14. Миткалинный В. И., Руди Ю. А., Утенков А. Ф. Исследование характеристик турбулентности в ограниченной изотермической струе. Изв. вузов. Черная металлургия, 1969, № 11.
15. Горбис З. Р. Теплообмен и гидромеханика дисперсных сквозных потоков. М., «Энергия», 1970.
16. Rubinow S. I., Keller J. B. The transverse force on a spinning sphere moving in a viscous fluid. J. Fluid Mech., 1961, vol. 11.
17. Saffmann P. G. The lift on a small sphere in a slow shear flow. J. Fluid Mech., 1965, vol. 22, p. 2.
18. Абрамович Г. Н. Теория турбулентных струй. М., Физматгиз, 1960.

УДК 532.525.2.011.12 : 533.69.048.3

О ВЛИЯНИИ ВЯЗКОСТИ НА ТЕЧЕНИЕ НЕДОРАСШИРЕННОЙ СТРУИ, РАСПРОСТРАНЯЮЩЕЙСЯ В СПУТНОМ СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ

Е. Н. БОНДАРЕВ, И. Д. ЛИСИЧКО

(Москва)

Проведены численные расчеты распространения ламинарной недорасширенной струи в спутном сверхзвуковом потоке при различных числах Рейнольдса и рассмотрены основные режимы течения.

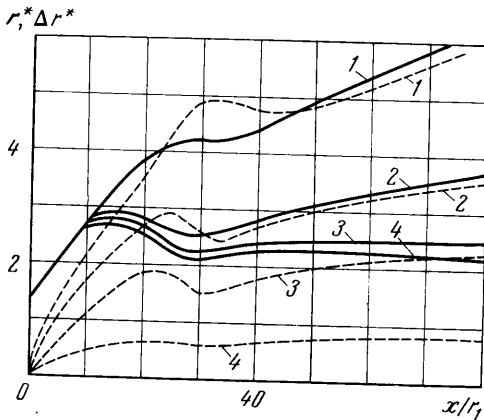
1. При распространении недорасширенной ламинарной сверхзвуковой струи в спутном сверхзвуковом потоке воздуха вдоль линии тангенциального разрыва, разделяющей струю и спутный поток, развивается слой смешения. При больших числах Рейнольдса слой смешения тонкий и оказывает влияние на поле течения в узкой области вблизи границы струи. По аналогии с теорией пограничного слоя на твердом теле можно предполагать, что в области этого режима течения вязкость слабо влияет на поля давления, и развитие вязкого слоя смешения может, по-видимому, рассчитываться по заданному полю давления, найденному методами теории невязкого газа.

С уменьшением числа Рейнольдса толщина слоя смешения растет и становится сравнимой с толщиной слоя сжатого газа за головной ударной волной, возникающей перед сильно недорасширенной струей. Поле давления в струе начинает изменяться в результате взаимодействия слоя смешения с внешним невязким потоком. Это явление можно сравнить с взаимодействием пограничного слоя у переднего края плоской пластины с внешним сверхзвуковым потоком. Дальнейшее уменьшение числа Рейнольдса приводит к настолько сильному расширению слоя смешения, что ударная волна во внешнем спутном потоке смыкается с внешней границей слоя смешения. Этот режим течения аналогичен режиму смыкания для обтекания передней кромки пластины. Границы названных режимов течения зависят от параметров струи на срезе сопла и параметров внешнего невозмущенного потока.

2. Для исследования влияния вязкости на поле течения струи были проведены численные расчеты по методу работы [1], в котором используются упрощенные уравнения Навье — Стокса. В этих уравнениях сохранены члены, описывающие течение невязкого газа, и члены, описывающие течение в пограничном слое. Поскольку в системе уравнений сохранены вязкостные члены уравнений Навье — Стокса со вторыми производными в направлении y , то выбранная система уравнений достаточно правильно описывает поведение характерных для недорасширенной струи вытянутых вдоль оси x висячих скачков уплотнения, но может допускать погрешности в описании толщины скачков уплотнения.

Течения с прямыми скачками уплотнения, перпендикулярными оси x , с помощью этой системы уравнений описаны быть не могут. Однако при больших числах M_2 спутного потока прямой скачок на оси струи практически исчезает и это дает возможность предложенным методом рассчитывать течение на всем протяжении струи.

Для исследования влияния числа Рейнольдса на течение недорасширенной ламинарной струи в спутном сверхзвуковом потоке были проведены расчеты для случая истечения струи воздуха ($\gamma = 1.4$) из сопла с числом $M_1 = 3.0$ в спутный поток с $M_2 = 2.4$ при $n = p_1/p_2 = 5$ (p_1 — давление на срезе сопла, p_2 — давление в спутном невозмущенном потоке). Числа R_1 , рассчитанные по параметрам потока на оси струи у среза сопла и радиусу струи r_1 в начальном сечении, изменялось от $0.353 \cdot 10^2$ до $0.353 \cdot 10^4$. Отношение статической температуры спутного потока к температуре на срезе сопла было задано равным единице. Начальная толщина слоя смешения составляла 5% радиуса сопла.



Фиг. 1

На фиг. 1 показано, как изменяется вдоль оси характерный радиус струи r^* (сплошные линии) и толщина слоя смешения Δr^* (пунктирные линии). Величина r^* равна расстоянию от оси до точки, где энтальпия торможения $I_0 = 0.5(I_{01} + I_{02})$. В невязком газе ($R_1 = \infty$) с нулевым начальным слоем смешения линия $r^*(x/r_1)$ совпадает с линией тангенциального разрыва между струей и спутным потоком. Индексы 01 и 02 соответствуют параметрам энтальпии торможения на оси и во внешнем потоке. Величина Δr^* характеризует толщину слоя смешения и равна расстоянию между точками, где $I_0 = I_{01} + 0.2(I_{02} - I_{01})$ и $I_0 = I_{01} + 0.8(I_{02} - I_{01})$. В области основного участка струи, где слой смешения полностью сливаются $\Delta r^* \approx r^*$. Цифрами от 1 до 5 на фиг. 1 и на других фигурах обозначены результаты расчетов при различных числах Рейнольдса R_1 ($1 - R_1 = 0.353 \cdot 10^2$, $2 - R_1 = 0.105 \cdot 10^3$, $3 - R_1 = 0.353 \cdot 10^3$, $4 - R_1 = 0.353 \cdot 10^4$, $5 - R_1 = \infty$).

При больших значениях числа R_1 слои смешения относительно тонкие ($\Delta r^* \ll r^*$) и не смыкаются на всем исследованном участке струи. С уменьшением числа R_1 темп роста величины Δr^* вдоль оси резко увеличивается, кривые r^* и Δr^* сближаются и расстояние до основного участка струи падает. Влияние числа R_1 сильно сказывается на положении границ струи. С уменьшением R_1 струя становится значительно шире.

На фиг. 2 показано, как влияет изменение числа Рейнольдса на положение линий постоянных значений функции тока $\psi = \text{const}$, исходящих из одной точки, которая соответствует краю сопла (пунктирные линии). В невязком газе эта линия соответствует границе струи и является линией тангенциального разрыва. Результаты расчета показывают, что даже при относительно больших значениях числа R_1 в вязкой струе, распространяющейся в спутном потоке, наблюдается только одна «бочка», и положение линии $\psi = \text{const}$ в области между срезом сопла и сечением, где радиус струи достигает максимума, слабо зависит от числа R_1 в исследованном диапазоне.

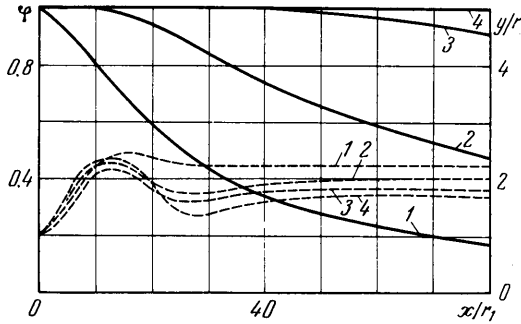
В области, расположенной за максимумом радиуса струи, положение линии $\psi = \text{const}$ существенно зависит от числа R_1 . С уменьшением R_1 радиус струи увеличивается. С уменьшением R_1 растет толщина слоя смешения и возникает эффект, аналогичный росту толщины вытеснения пограничного слоя на твердой поверхности, когда диаметр струи при уменьшении R_1 и постоянном расходе должен увеличиться. Изменение характерных размеров струи с уменьшением R_1 приводит к изменениям полей давления в струе.

На фиг. 2 показано также распределение относительной избыточной энтальпии торможения $\phi = (J_0 - J_{02}) / (J_{01} - J_{02})$ вдоль оси струи (сплошные линии). Кривые аналогичного типа характеризуют также распределение концентрации примеси вещества вдоль оси струи. Пока на оси $\phi = 1$ слои смешения еще не сомкнулись.

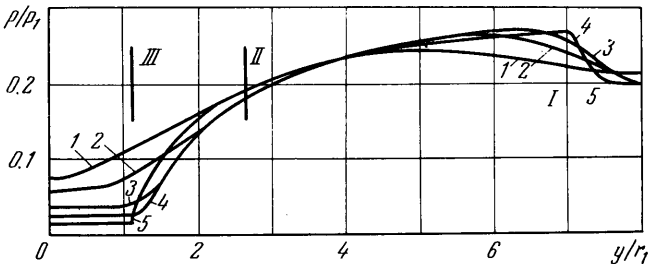
и внутри струи еще существует ядро неперемешавшегося потока. Если $\varphi < 1$, то слои смешения сомкнулись и течение вниз по потоку от этого сечения можно отнести к основному участку струи и вещество внешнего потока проникает до оси струи. С уменьшением R_1 расстояние до основного участка струи падает и при $R_1 = 0.105 \cdot 10^3$ смешение захватывает область течения, лежащую между бочкообразными висячими скачками уплотнения на начальном участке струи (если их положение рассчитывать в невязком газе при $R_1 = \infty$), а при $R_1 = 0.353 \cdot 10^2$ слои смешения смыкаются почти у среза сопла.

Таким образом, при $R_1 \sim 10^2$ характер течения в струе довольно резко изменяется. При $R_1 > 10^2$ на начальном участке струи существует почти невязкое ядро и разделенные слои смешения, а при меньших R_1 происходит резкое изменение характера течения, слои смешения смыкаются и потенциальное ядро почти полностью исчезает, вещество внешнего потока проникает до оси струи уже на расстоянии порядка нескольких радиусов сопла. Для случая течения затопленной струи при числах R_1 порядка 10^2 явление проникновения вещества внешней среды внутрь бочкообразного начального участка струи было замечено экспериментально в работе [2] и в некоторых других. В этом режиме течения разбухший пограничный слой струи поглощает висячие скачки уплотнения и его нижняя граница достигает оси струи.

Распределение давления в области течения разрежения почти не зависит от R_1 . По мере уменьшения R_1 увеличивается ширина области повышения давления в конце начального участка, а величина максимального давления в этой области снижается. При больших значениях R_1 за повышением давления на оси струи следует вторая область течения разрежения (так называемая «вторая бочка»), но интенсивность раз-



Фиг. 2



Фиг. 3

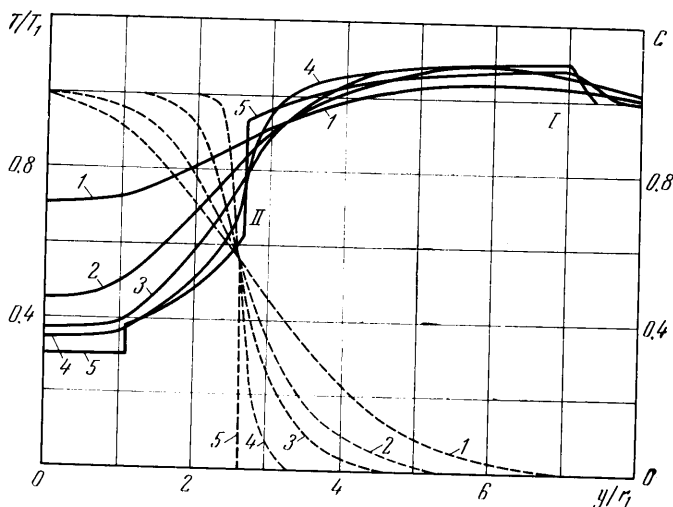
режения в этой области падает с уменьшением числа R_1 , и как только вторая «бочка» попадает в область основного участка струи при $R_1 = 0.105 \cdot 10^3$, где слои смешения сомкнулись, то разрежение на оси исчезает.

Рассмотрим теперь, как под влиянием изменения числа R_1 изменяются профили газодинамических параметров струи в сечении $x/r_1 = 10$, близком к середине начального участка струи. На фиг. 3 показаны распределения давления в сечении $x/r_1 = 10$ при различных числах R_1 . Там же показано распределение давления для невязкого газа ($R_1 = \infty$), рассчитанное по методу работы [3]. Цифрой I на графике обозначено положение внешнего скачка уплотнения в спутном потоке невязкого газа, цифрой II — положение границы струи в невязком газе, а цифрой III — положение внутреннего висячего бочкообразного скачка уплотнения в невязкой струе.

Распределение давления во внешнем спутном потоке и в слое сжатого газа внутри струи при $y/r_1 > 1.5$ и при $R_1 \geq 0.353 \cdot 10^3$ хорошо согласуются между собой, так что, по-видимому, можно сделать вывод о том, что при достаточно больших числах Рейнольдса R_1 вязкость не влияет на распределение давления в этой области течения струи. Распределение давления в невязком газе ($R_1 = \infty$), рассчитанное по методу работы [3], довольно хорошо согласуется с результатами расчета при $R_1 =$

$= 0.353 \cdot 10^4$. Небольшие отличия в области слоя сжатого газа между областями II и III объясняются, вероятно, тем, что невязкая струя рассчитывалась с нулевым слоем смешения в начальном сечении, а ламинарная струя рассчитывалась с начальным слоем смешения, относительная толщина которого была равна $\Delta r_1^* / r_1^* = 0.048$.

На фиг. 4 показано поперечное распределение статической температуры в сечении $x / r_1 = 10$ сплошные линии. С уменьшением R_1 размывается разрыв температуры вблизи границы струи. Если при $R_1 = 0.353 \cdot 10^4$ профили температуры в слое сжатого газа близки к профилям температуры в невязком потоке ($R_1 = \infty$), то уменьше-



Фиг. 4

ние R_1 на порядок приводит к существенному перераспределению температуры во всем слое сжатого газа. На фиг. 4 показаны также профили относительной избыточной энтальпии торможения (пунктирные линии) в том же сечении при разных R_1 . При числе $R_1 = 0.353 \cdot 10^4$ ширина слоя смешения невелика по сравнению с шириной слоя сжатого газа в струе и во внешнем спутном потоке, но уже при $R_1 = 0.105 \cdot 10^3$ слой смешения занимает существенную часть слоя сжатого газа и это явление необходимо учитывать при расчетах струй.

Таким образом, в струе можно выделить три режима течения в зависимости от отношения толщины слоя смешения к толщине слоя сжатого газа. Если это отношение мало, то влияние вязкости на начальном участке струи сказывается главным образом в узком слое смешения вблизи границы струи. Этот режим течения в пределе при $R_1 \rightarrow \infty$ включает в себя невязкое течение. В аэродинамических трубах при проведении экспериментов в условиях, близких к этому режиму течения, часто происходит переход к турбулентному течению. Для случая истечения струи в затопленное пространство такие эксперименты описаны в работе [5]. При умеренных значениях числа Рейнольдса R_1 , когда толщина слоя смешения становится сравнимой с толщиной слоя сжатого газа между скачками уплотнения, возникает режим взаимодействия слоя смешения струи с внешним сверхзвуковым потоком. В этом случае вязкость существенно влияет на все поле течения в слое сжатого газа и на положение границ струи. При малых числах Рейнольдса, когда внешняя граница слоя смешения смыкается с головной ударной волной, а длина начального участка (длина первой «бочки») становится меньше расстояния до точки слияния слоев смешения, влияние вязкости на течение струи в условиях этого режима течения становится определяющим.

Поступила 29 XII 1971

ЛИТЕРАТУРА

1. Бондарев Е. Н., Горина А. Н. Решение задачи о сверхзвуковой ламинарной нерасчетной струе в спутном потоке разностным методом. Изв. АН СССР, МЖТ, 1968, № 4.
2. Шарафутдинов Р. Г. Влияние молекул окружающего пространства на свободную струю низкой плотности. VII Internat Rarefied Gas Dynamic Simpos., 1970.

3. Аверенкова Г. И., Ашратов Э. А., Волконская Т. Г., Дьяконов Ю. Н., Егорова Н. И., Мельников Д. А., Росляков Г. С., Усков В. И. Сверхзвуковые струи идеального газа, ч. 1. Изд. МГУ, 1970.
4. Вулис Л. А., Кашкаров В. П. Теория струй вязкой жидкости. М., «Наука», 1965.
5. Авдудевский В. С., Иванов А. В., Карпман И. М., Трасковский В. Д., Юделович М. Я. Влияние вязкости на течение в начальном участке сильно недорасширенной струи. Докл. АН СССР, 1974, т. 197, № 1.

УДК 532.529.5

РАСЧЕТ ТЕЧЕНИЯ ДВУХФАЗНОЙ СМЕСИ В СОПЛЕ ЛАВАЛЯ С УЧЕТОМ ТУРБУЛЕНТНОЙ ДИФФУЗИИ ЧАСТИЦ

В. Н. КОСТИН, А. П. ТИШИН, Г. Н. ШУСТОВ

(Москва)

Рассматривается течение смеси газа и частиц в осесимметричном сопле Лавалья. Движение частиц рассчитывается в заданном поле течения газа с учетом их турбулентной диффузии. Приводятся результаты расчетов, указывающие на необходимость учета этого явления при рассмотрении вопроса о выносе частиц на стенку профилированного сопла.

Количество выносимых частиц зависит от их размера, концентрации, геометрии сопла и может быть определено при расчете двумерного неравновесного течения двухфазных продуктов сгорания с полидисперсным конденсатом [1]. Подход к профилированию сопла, направленный на уменьшение выноса частиц, изложен в работе [2].

Обычно в работах, посвященных данному вопросу, двухфазное течение рассчитывается без учета воздействия пульсаций потока на частицы конденсата. В настоящей статье приведены расчетная схема течения, учитывающая этот эффект, и некоторые результаты расчетов.

Движение частицы в заданном поле течения газа при отсутствии в потоке турбулентных пульсаций описывается следующей системой обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\frac{du_s}{dx} = \frac{B}{u_s} (u - u_s), \quad \frac{dv_s}{dx} = \frac{B}{u_s} (v - v_s), \quad \frac{dr}{dx} = \frac{v_s}{u_s} \quad (1)$$

$$B = 0.75C_x |w - w_s| \frac{\rho}{\rho_p d_p}$$

Коэффициент сопротивления частицы C_x определяется по формуле [3]

$$C_x = C_x^\circ (1 + 0.191C_x^\circ M)^{-1}, \quad C_x^\circ = 24\text{Re}^{-1} + 4.4\text{Re}^{-1/2} + 0.42$$

$$M = \frac{|w - w_s|}{a}, \quad \text{Re} = \frac{|w - w_s| d_p}{\eta}$$

Здесь x, r — продольная и радиальная координаты, W, u, v — скорость и ее продольная и радиальная составляющие, ρ, η — плотность и вязкость газа, a — скорость звука, ρ_p — плотность вещества частицы, d_p — диаметр частицы. Параметры газа обозначены без индекса, а частиц — с индексом s .

Для случая движения частиц в турбулентном потоке первые два уравнения системы (1) сохраняют свой вид при условии, что пульсационные скорости частиц и газа равны. При этом под v, u, v_s, u_s следует понимать осредненные по времени составляющие скоростей газа и частиц.

Уравнение линий постоянного расхода конденсата $\psi_s = \text{const}$ (ψ_s — функция тока) можно получить из уравнения конвективной диффузии [4], которое для установившегося осесимметричного потока, если пренебречь диффузией частиц в продольном направлении, имеет вид

$$\frac{\partial(r\rho_s u_s)}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial r} \left(D_s \frac{\partial \rho_s}{\partial r} - r D_s v_s \right) = 0$$