УДК 533.6.011.55

ОБТЕКАНИЕ ТОНКИХ ЗАТУПЛЕННЫХ ТЕЛ С ОТОРВАВШИМСЯ УДАРНЫМ СЛОЕМ

В. В. МИХАЙЛОВ

(*Москва*)

Плоское или осесимметричное обтекание тел потоком невязкого газа при числе $M_\infty = \infty$ и бесконечном сжатии в головной ударной волне может быть исследовано с помощью теории Ньютона — Буземана. Для случая совершенного газа такое течение соответствует показателю адиабаты $\varkappa = 1$. При этом вся масса газа возмущенной части течения сосредоточена в бесконечно тонком ударном слое, прилегающем к поверхности тела. Если в некоторой точке на этой поверхности давление обращается в нуль, то ниже по потоку ударный слой отрывается от поверхности тела, переходя в так называемый свободный слой [1]. Между поверхностью тела и свободным слоем образуется вакуум. Если далее вниз по потоку свободный слой пересекает поверхность тела, то происходит присоединение этого слоя. В точке присоединения возникает сила, разворачивающая ударный слой вдоль поверхности тела [1].

Однако из примера решения, полученного аналогией с сильным взрывом, становится очевидным, что на достаточном удалении от носика достаточно тонкого тела и при значении $\varkappa$, не равном строго единице, схема со свободным ударным слоем может оказаться неприменимой.

Целью данной работы является построение схемы решения при $M_\infty = \infty$ и $\varkappa \to 1$ $(\varkappa \neq 1)$, пригодной для исследования в главном приближении всего поля течения около тонкого затупленного тела. Для случая осесимметричного обтекания затупленного цилиндра аналогичная задача решалась в работе [2].

1. Покажем, что оторвавшийся ударный слой при достаточном удалении от носика тела нельзя считать свободным, если значение $\varkappa$ не равно строго единице.

Введем прямоугольную или цилиндрическую систему координат x, r (фиг. 1) и следующие обозначения: $\rho\rho_\infty$ — плотность, $p\rho_\infty u_\infty^2$ — давление, uu_∞, vu_∞ — составляющие скорости вдоль x и r, ρ_∞, u_∞ — соответственно плотность и скорость невозмущенного потока; R, r_b — ординаты ударного слоя и поверхности тела; $\nu = 1$ и 2 соответственно для плоского и осесимметричного случаев; ψ — функция тока $(\partial\psi / \partial r = \rho u r^{\nu-1})$; $\varepsilon = \varkappa - 1$. Все линейные размеры отнесем к характерному радиусу кривизны затупления r_n.

Согласно [1] форма свободного слоя ниже точки отрыва имеет вид

$$x = AR^{\nu+1} + BR + C \tag{1.1}$$

Здесь A, B, C — постоянные порядка единицы.

При $x \to \infty$ значение $dR / dx \to 0$ и давление в ударном слое $p \sim (dR / dx)^2 \sim x^{2\nu/(\nu+1)} \to 0$. Для струек тока, прошедших через участок головного скачка уплотнения с $dR / dx \geqslant O(1)$ расход $\Delta\psi \sim \rho u R^{\nu-1}\Delta r = O(1)$.

Из уравнения адиабаты при $\varkappa \to 1$ и $x \to \infty$

$$\rho \sim \rho^{1/\varkappa}\varepsilon^{-1} \sim x^{-2\nu/(\nu+1)}\varepsilon^{-1}O(x^{k\varepsilon}), \qquad k = O(1)$$

Отсюда поперечный размер указанных струек тока Δr

$$\Delta r \sim (\rho u)^{-1}R^{1-\nu} \geqslant \varepsilon x O(x^{-k\varepsilon})$$

Таким образом по крайней мере при $x > O(\varepsilon^{-(\nu+1)/\nu})$ значение $\Delta r > R$, т. е. уравнение свободного слоя (1.1) неприменимо. Если в указанной области существует оторвавшийся ударный слой, то он должен отойти от поверхности тела на большее расстояние, а давлением между этим слоем и телом пренебрегать нельзя.

2. Покажем, что и в области неприменимости решения со свободным слоем при $\varepsilon \to 0$, существует бесконечно тонкий ударный слой.

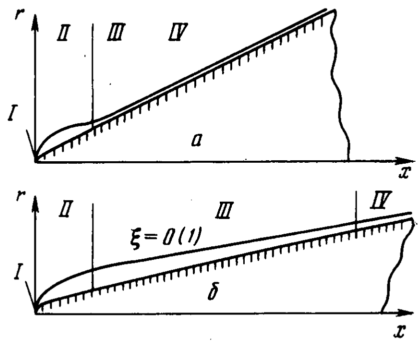
Так как толщина ударного слоя во всяком случае не превышает $R - r_b \leqslant O(R)$, остается доказать существование ударного слоя при $R - r_b = O(R)$.

Предположим, что бесконечно тонкого ударного слоя в рассматриваемой области течения не существует. Тогда в области между скачком и телом расход распределен равномерно или $\psi = O(R^\nu)$, а значение $u = O(1)$, так как струйки тока прошли через скачок, отличный от прямого ($\psi = O(R^\nu) \gg 1$).

Запишем интегральное уравнение сохранения импульса вдоль оси x в виде

$$\nu \int_{r_b}^{R} [\rho u(1-u) - p] r^{\nu-1} dr = c_x + \nu \int_0^x p r_b^{\nu-1} \frac{dr_b}{dx} dx$$

$$c_x = X_n (\rho_\infty u_\infty^2 \pi^{\nu-1} r_n^\nu)^{-1} \qquad (2.1)$$



Фиг. 1

Здесь c_x — коэффициент сопротивления затупления, X_n — сопротивление затупления. Из интеграла Бернулли

$$\rho u(1-u) = \rho v^2 \frac{u}{u+1} + \frac{\varkappa}{\varkappa - 1} p \frac{2u}{u+1} \qquad (2.2)$$

Подставляя (2.2) в (2.1) и учитывая, что $u = O(1)$, $R^\nu - r_b^\nu = O(R^\nu)$, а давление имеет один и тот же порядок во всей возмущенной зоне, получим следующую оценку:

$$p = O(c_x \varepsilon R^{-\nu}) = O(\varepsilon R^{-\nu}) \qquad (2.3)$$

Обозначим давление газа на скачке уплотнения в месте пересечения его линией тока ψ через $p_s(\psi)$. Тогда из уравнения адиабаты

$$\rho = O(\varepsilon^{-1} p^{1/\varkappa} p_s^{-1/\varkappa}) \qquad (2.4)$$

По предположению между скачком и телом $\psi = O(R^\nu)$. Но тогда, если струйка тока началась в области применимости оценки (2.3), $p_s = O(p)$ и $\rho = O(\varepsilon^{-1}) \to \infty$ при $\varepsilon \to 0$. В том случае, если струйка тока началась в области, где справедливо течение со свободным слоем, то

$$p_s = O(R^{-2\nu}), \quad \rho = O(R^\nu) \gg O(1).$$

С другой стороны, там, где $r - r_b = O(R)$ и $u = O(1)$, из уравнения сохранения расхода значение $\rho = O(1)$, если $\psi = O(R^\nu)$.

Полученное противоречие говорит о том, что при $\varepsilon \to 0$ для рассматриваемого течения применима схема с ударным слоем, в котором сосредоточена (с точностью до величин малого порядка) вся масса газа.

3. Выведем уравнения, описывающие течение в той области, где уравнения свободного слоя неприменимы. При выводе используем следующие доказанные выше свойства течения: а) существует как угодно тонкий ударный слой, б) давление между ударным слоем и телом сравнимо по порядку величины с давлением в ударном слое.

Из указанных свойств течения следует, что давление между ударным слоем и телом можно считать в каждом сечении $x = \text{const}$ постоянным, так как центробежными силами в этой области можно пренебречь по сравнению с центробежными силами в ударном слое. Ударный слой считаем оторвавшимся, т. е. $R - r_b = O(R)$. Подставим соотношение (2.2) в (2.1) и, учитывая, что давление между скачком и телом меняется лишь в бесконечно тонком ударном слое, получим

$$\int\limits_{r^\nu}^{R^\nu} \rho v^2 \frac{u}{u+1} dr^\nu + p\frac{R^\nu - r_b{}^\nu}{\varepsilon} - \frac{\varkappa}{\varepsilon} p \int\limits_{r_b{}^\nu}^{R^\nu} \frac{1-u}{1+u} dr^\nu = c_x + \nu \int\limits_0^x p r_b^{\nu-1} \frac{dr_b}{dx} dx \qquad (3.1)$$

Наклон оторвавшегося ударного слоя в рассматриваемой области по порядку величины меньше единицы. Иначе, как следует из уравнения адиабаты, поперек этой области течения $\rho = O(\varepsilon^{-1})$ и ударный слой должен быть присоединенным. В области свободного слоя значение $dR / dx \ll \ll 1$ при $R \gg 1$. Поэтому в обоих случаях формула Ньютона — Буземана для давления на внутренней границе ударного слоя

$$p = \frac{R'^2}{1+R'^2} + \frac{1}{R^{\nu-1}} \frac{R''}{(1+R'^2)^{3/2}} \int\limits_0^R \frac{R^{\nu-1}\, dR}{\sqrt{1+R'^2}}$$

переходит в формулу для ударного слоя малого наклона

$$p = R'^2 + RR'' / \nu \qquad (3.2)$$

Здесь и далее штрихом обозначены производные по x. Когда давление в возмущенной части течения настолько мало, что $u \approx 1$, т. е. справедлива теория плоских сечений, соотношение (3.1) переходит в уравнение

$$\frac{R^\nu R'^2}{2} + p(R^\nu - r_b{}^\nu)\frac{1}{\varepsilon} = c_x + \nu \int\limits_0^x p r_b{}^{\nu-1} r_b{}' \, dx \qquad (3.3)$$

и образует с (3.2) систему уравнений, аналогичную уравнениям Г. Г. Черного [3].

При этом, если рассматривать соотношение (3.3) как асимптотическое, то в нем необходимо отбросить первый и последний члены, имеющие относительный порядок ε. По этой же причине можно пренебречь первым и последним членами в уравнении (3.1). Отсюда следует, что при обсуждаемой постановке задачи сопротивление тела в области, где $R - r_b = O(R)$, с точностью до величин малого порядка равно сопротивлению затупления. Система (3.2), (3.3) применима лишь для достаточно тонких тел при достаточном удалении от затупления, где $u - 1 < O(1)$. В случае $u - 1 = = O(1)$ в правой части соотношения (3.1) необходимо оставить третий член, который с помощью интеграла Бернулли можно преобразовать к виду

$$\frac{p}{\varepsilon} \int\limits_{r_b{}^\nu}^{R^\nu} \frac{1-u}{1+u} dr^\nu = \frac{p}{\varepsilon} \int\limits_0^{\psi_R} \frac{(1-u)^2}{1-u^2} \frac{d\psi}{\rho u} = \frac{1}{2} \int\limits_0^{\psi_R} \frac{(1-u)^2}{u} d\psi = Q \qquad (3.4)$$

Учитывая Q и отбросив внепорядковые члены, окончательно для решения задачи получим следующую систему уравнений:

$$p(R^\nu - r_b{}^\nu) = \varepsilon(c_x + Q), \qquad p = R'^2 + RR'' / \nu \qquad (3.5)$$

Отметим, что хотя система (3.5) получена для $R - r_b = O(R)$, она применима и для присоединенного ударного слоя ($R \approx r_b$). При этом в области присоединения сопротивление боковой поверхности тела сравнивается по порядку величины с сопротивлением затупления. Исходя из сказанного, при рассматриваемом режиме течения сопротивление тонкого тела может вычисляться как сумма сопротивления затупления и сопротивления соответствующего заостренного тела. Ни уравнения Г. Г. Черного, ни соотношения (3.5) не могут дать никакой дополнительной информации о сопротивлении тела, если их рассматривать как асимптотические, справедливые при $\varepsilon \to 0$.

Для решения (3.5) необходимо вычислить интеграл (3.4). Вычисление можно проделать, полагая $p = \mathrm{const}$ и вычисляя $u = u(\psi, p)$ из уравнений Бернулли и адиабаты, если известна форма головного скачка уплотнения вблизи носика тела.

Геометрия этого скачка определяется в указанной области течения решением Ньютона — Буземана с оторвавшимся ударным слоем.

Нетрудно видеть, что этого достаточно для расчета интеграла (3.4), так как при ψ_s, соответствующих области применимости соотношений (3.5), скорость $u = 1 + O(R'^2) \approx 1$ и интегралом по этим значениям ψ можно пренебречь (здесь справедлива теория плоских сечений). При этом верхний предел в соотношении (3.4) можно положить равным бесконечности (такой интеграл сходится, а максимальное значение ψ_s, соответствующее области применимости уравнений свободного слоя, стремится к бесконечности при $\varepsilon \to 0$).

Поскольку $u = u(\psi, p^e)$, значение $Q = Q(p^e)$. Обозначим $c_x + Q = c_e$ («эффективный коэффициент сопротивления»[1]), $p^e = g$, $\varepsilon c_e = N$ и сделаем преобразование, исключающее N из уравнений (3.5). Вид преобразования подсказывают оценки, приведенные в п. 1

$$\xi = xN^{(\nu+1)/\nu}, \qquad p^\circ = pN^{-2}, \qquad R^\circ = RN^{1/\nu}, \qquad \eta_b = r_b N^{1/\nu}$$

$$\frac{d}{dx} = N^{(\nu+1)/\nu}\left(1 + \frac{\nu+1}{\nu}\frac{d\ln N}{d\ln g}\varepsilon\frac{d\ln p}{d\ln x}\right)\frac{d}{d\xi} \tag{3.6}$$

Если предположить далее, что $\varepsilon d\ln N / d\ln g \to 0$ при $\varepsilon \to 0$, то $d/dx = N^{\nu+1/\nu} d/d\xi$ и из (3.5) получим

$$p^\circ (R^{\circ\nu} - \eta_b^\nu) = 1, \qquad p^\circ = R_\xi^{\circ 2} + R^\circ R_{\xi\xi}^\circ / \nu \tag{3.7}$$

Здесь индекс ξ обозначает дифференцирование по ξ.

4. Проведем асимптотическое сращивание решения системы (3.7) с решением для свободного слоя. Считаем N малым параметром и рассматриваем тела, наклон поверхности которых к направлению скорости u_∞ может оцениваться одним малым параметром $\tau \leqslant O(N)$.

Следует ожидать, что указанное сращивание может быть осуществлено, поскольку одним из решений системы (3.5) при $x = O(1)$ и $N \to 0$ является решение со свободным слоем ($p = 0$).

Для сращивания используем асимптотический вид соотношения (1.1) при $x \to \infty$, из которого следует:

$$\xi = AR^{\circ\nu+1}, \qquad R_\xi^\circ = [(\nu+1)AR^{\circ\nu}]^{-1} \tag{4.1}$$

Решение (3.7) при $\xi \to 0$ должно переходить в (4.1). Поэтому рассматривая случай, когда для малых значений ξ значение $\eta_b \ll R^\circ$, систему (3.7) можно записать в виде

$$p^\circ R^{\circ\nu} = 1, \qquad p^\circ = R_\xi^{c2} + R^\circ R_{\xi\xi}^\circ / \nu \tag{4.2}$$

Отсюда

$$R_\xi^{\circ 2} = 2R^{\circ-\nu} + DR^{\circ-2\nu}, \qquad D = \mathrm{const} \tag{4.3}$$

[1] Это понятие было введено В. В. Лvневым в работе [4].

Сравнивая (4.3) при $R^\circ \to 0$ с (4.1), получим

$$D = [(\nu+1)A]^{-2} \tag{4.4}$$

Интегрируя (4.3), устремляя ξ к нулю и сравнивая с (4.1), окончательно имеем

$$\xi = {}^1/_3 D^{3/2}[(D^{-1}R^\circ - 1)\sqrt{2D^{-1}R^\circ + 1} + 1] \qquad (\nu = 1)$$

$$\xi = {}^1/_4 D[\sqrt{D^{-1\circ 2}(2D^{-1}R^{\circ 2} + 1)} - 1/\sqrt{2}\ln(\sqrt{2D^{-1}R^{\circ 2}} + \sqrt{2D^{-1}R^{\circ 2} + 1})] \qquad (\nu = 2) \tag{4.5}$$

Нетрудно проверить, раскладывая (4.5) в степенной ряд по R°, что при $R^\circ \to 0$ соотношения (4.5) переходят в (4.1).

С другой стороны, если $\xi \to \infty$, $R^\circ \to \infty$, из (4.5) получаем

$$\xi = (\sqrt{2}/3)R^{\circ 3/2}(\nu = 1), \quad \xi = ({}^1/_2)^{3/2}R^{\circ 2}(\nu = 2) \tag{4.6}$$

При $g = 0$ значение $Q = 0$, $N = \varepsilon c_x$ и уравнения (4.6) являются, по существу, решением, соответствующим сильному взрыву в предельном случае $\varepsilon \to 0$.

Соотношения (4.5) могут рассматриваться, как решение для случая обтекания затупленной пластины или цилиндра ($r_b = 0$) и служить одновременно в качестве начальных условий при расчете тел, у которых $\eta_b / R^\circ \to 0$ при $\xi \to 0$ (например, для обсуждаемого случая $\tau \leqslant O(N)$, $\eta_b / R^\circ \sim \xi^{\nu/(\nu+1)}$).

5. Покажем, что при $\varepsilon \to 0$ значение $N \to 0$ и $\varepsilon d \ln N / d \ln g \to 0$, если некоторое гладкое затупление отлично от плоского. Для затуплений, не имеющих участков, перпендикулярных к направлению скорости u_∞, это очевидно, так как при любых значениях ψ значение u под интегралом (3.4) не обращается в нуль. Отсюда следует, что

$$Q(g) = O(1) \qquad N = O(\varepsilon), \quad d\ln N / d \ln g \leqslant O(1)$$

Случай, когда в носике тела есть струйка тока, прошедшая через прямой скачок уплотнения, рассмотрим на примерах кругового и сферического затуплений.

Если все линейные размеры отнесены к радиусу кривизны затупления, то отрыв ударного слоя происходит при

$$\psi = R = ({}^2/_3)^{1/2} \quad (\nu = 1), \qquad \psi = R^2 = {}^3/_4 \quad (\nu = 2)$$

Геометрия оторвавшегося слоя подчиняется соотношениям

$$x = (3\sqrt{3}/2)R^2 + 2\sqrt{2}R + 1 \qquad (\nu = 1)$$

$$x = ({}^4/_3)^{3/2}R^3 - \sqrt{3}R + 1 \qquad (\nu = 2) \tag{5.1}$$

Из уравнений адиабаты и энергии, пренебрегая членами с относительным порядком R'^2, в плоском случае будем иметь

$$u = \sqrt{1 - g + \psi^2 g} \qquad (0 \leqslant \psi \leqslant \sqrt{{}^2/_3}),$$

$$u = \sqrt{1 - g[1 + (3\sqrt{3}\psi - 2\sqrt{2})^2]^{-1}} \quad (\psi \geqslant \sqrt{{}^2/_3}). \tag{5.2}$$

При осесимметричном течении аналогичным образом получим

$$u = \sqrt{1 - g + \psi g} \quad (0 \leqslant \psi \leqslant {}^3/_4), \quad u = \sqrt{1 - 3g[3 + (8\psi - 3)^2]^{-1}} \quad (\psi \geqslant {}^3/_4) \tag{5.3}$$

Подставляя (5.2) и (5.3) в (3.4) и учитывая, что

$$c_x = (^2/_3)^{^3/_2} \quad (\nu = 1), \qquad c_x = {^3/_8} \quad (\nu = 2)$$

окончательно для «эффективного коэффициента сопротивления» $c_e = c_x + Q$ будем иметь

$$c_e = \frac{\sqrt{3-g}}{6\sqrt{2}} + \frac{3-g}{4\sqrt{g}} \ln \frac{\sqrt{3-g}+\sqrt{2g}}{\sqrt{3(1-g)}} - \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{3-g}} +$$

$$+ \frac{2-g}{6\sqrt{3}}\left[F\left(\frac{\pi}{2}, \sqrt{g}\right) - F\left(\operatorname{arc\,tg}\sqrt{\frac{2}{1-g}}, \sqrt{g}\right)\right] -$$

$$- \frac{1}{3\sqrt{3}}\left[E\left(\frac{\pi}{2}, \sqrt{g}\right) - E\left(\operatorname{arc\,tg}\sqrt{\frac{2}{1-g}}, \sqrt{g}\right)\right] \quad (\nu = 1) \qquad (5.4)$$

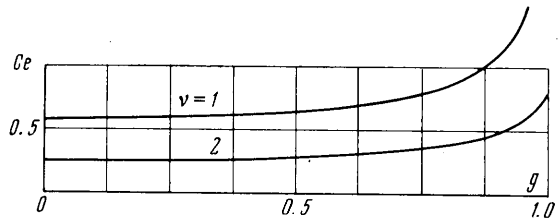
$$c_e = -\frac{3}{4\sqrt{4-g}} + \frac{2}{3}\frac{\sqrt{4-g}}{g}\left[1 - \frac{g}{16} - \frac{\sqrt{(1-g)(4-g)}}{2}\right] +$$

$$+ \frac{(2-g)\sqrt{3}}{16}\left[F\left(\frac{\pi}{2}, \sqrt{g}\right) - F\left(\operatorname{arc\,tg}\sqrt{\frac{3}{1-g}}, \sqrt{g}\right)\right] -$$

$$- \frac{\sqrt{3}}{8}\left[E\left(\frac{\pi}{2}, \sqrt{g}\right) - E\left(\operatorname{arc\,tg}\sqrt{\frac{3}{1-g}}, \sqrt{g}\right)\right] \quad (\nu = 2) \qquad (5.5)$$

Здесь $F(\varphi, k)$ и $E(\varphi, k)$ — эллиптические интегралы соответственно первого и второго рода.

Соотношение (5.5) не имеет особенностей при $1 \leqslant g \leqslant 0$. Благодаря этому в осесимметричном случае и затуплениях типа сферы параметр N имеет порядок ε. Однако если $g \to 1$, то $d \ln N / d \ln g \sim (1-g)^{-1/2}$. При этом $g \approx 1 + \varepsilon \ln p$, $p \sim N^2 \sim \varepsilon^2$. Отсюда $\varepsilon d \ln N / d \ln g \sim (\varepsilon / \ln \varepsilon)^{1/2}$. В пло-



Фиг. 2

ском случае согласно (5.4) $Q(g)$ имеет особенность при $g = 1$.

Подставляя в (5.4) разложение g вблизи единицы, будем иметь

$$N \sim \varepsilon \ln (\varepsilon \ln N) \sim \varepsilon \ln \varepsilon, \qquad \varepsilon d \ln N / d \ln g \sim (\ln \varepsilon)^{-2}$$

Согласно (5.1) в случае сферического или цилиндрического затупления значение D в решении (4.5) равно

$$D = {^1/_{27}} \quad (\nu = 1), \qquad D = {^3/_{64}} \quad (\nu = 2)$$

Для перехода к «физическим» переменным x, p, R необходимо найти значение N. В случае сферического или цилиндрического затуплений можно использовать при этом соотношения (5.4) и (5.5), в которых $g = p^\varepsilon \approx p^{\circ\varepsilon}$, так как $N^\varepsilon \to 1$ при $\varepsilon \to 0$.

Тогда, если $p^\circ(\xi)$ найдено из решения (3.7), то $N = N(\xi)$ и получаем решение в параметрическом виде (зависящее от параметра ξ).

Если минимальный порядок давления p оценить, как $O(p) \approx \tau^2$, а относительная толщина тела такова, что $\tau^\varepsilon \approx 1$, то значение N можно считать постоянным.

Тогда из (5.4) и (5.5) следует:

$$N = -{}^1/_4\varepsilon \ln \varepsilon [1 + O(\ln\ln\varepsilon / \ln \varepsilon)] \quad (\nu = 1)$$
$$N = ({}^3/_4)^{{}^3/_2}\varepsilon[1 + O(\varepsilon \ln \varepsilon)] \quad (\nu = 2)$$

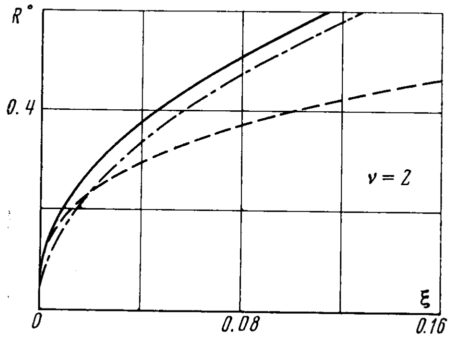
Однако при расчетах обтекания тонких затупленных тел, у которых $\tau^\varepsilon - 1 = O(1)$, необходимо учитывать переменность N.

В этом случае вдалеке от затупления решение будет соответствовать решению, найденному с помощью нестационарной аналогии, если τ^ε настолько мало, что $c_e \approx c_x$.

6. Результаты расчета функции c_e для кругового ($\nu = 1$) и сферического ($\nu = 2$) затуплений представлены в зависимости от параметра g на фиг. 2 (формулы (5.4) и (5.5)). Значения c_e при $g = 0$ соответствуют теории плоских сечений. Из приведенных кривых следует, что эта теория применима с погрешностью порядка 3% и при $0 \leqslant g \leqslant 0.5$. В этом диапазоне значений g уравнения для затупленной пластины и цилиндра (4.5) заведомо переходят в уравнения (4.6), так как при $g - 1 = O(1)$ значение $R^\circ \gg O(1)$. Соотношения (4.6) при $N(g) \approx N(0)$ совпадают с решением, полученным по аналогии с сильным взрывом (если $\varepsilon \to 0$). Таким образом значения $g \leqslant 0.5$ определяют с указанной погрешностью область применимости аналогии с сильным взрывом при расчете распределения давления и положения головного скачка уплотнения.

На фиг. 3 в координатах R°, ξ показано решение (4.5), справедливое для $0 < \xi < \infty$, решение для $\xi \to 0$ (4.1) (пунктир) и решение для $\xi \to \infty$ (4.6) (штрихпунктир). На фиг. 4 для случая обтекания затупленного цилиндра ($\nu = 2$) представлена форма головной ударной волны (4.5) в физических координатах при $\varkappa = 1.4$. Здесь же показаны результаты численных расчетов [5] (пунктир) и решение (4.6) для сильного взрыва ($c_e = c_x = {}^3/_8$) (штрихпунктир). При переходе к физическим переменным значения c_e снимались с фиг. 2, а значение g вычислялось по формуле $g = p^{\circ\varepsilon} \approx R^{\circ - \nu\varepsilon}$ (при $R^\circ \leqslant 1$ значение g полагалось равным единице). Заметное отличие результатов, даваемых асимптотической теорией, от результатов численных расчетов при $\varkappa = 1.4$ естественно объяснить недостаточно малой величиной параметра ε.

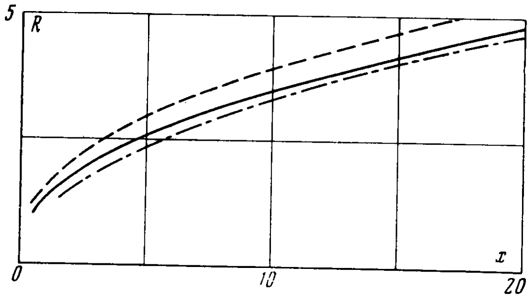
7. Из полученных результатов следует, что известная схема обтекания затупленного тела с оторвавшимся ударным слоем справедлива лишь для достаточно толстого (относительно ε) тела $\tau > O(N)$. Если же относительная толщина тела τ при стремлении ε к нулю уменьшается так, что $\tau \leqslant O(N)$, то оторвавшийся ударный слой взаимодействует с поверхностью тела на значительных длинах. На фиг. 1, *а* показана схема обтекания при $\tau > O(N)$, на фиг. 1, *б* — при $\tau = O(N)$. На указанных фигурах *I* и *IV* — присоединенный ударный слой, *II* — свободный ударный слой, *III* — область взаимодействия оторвавшегося ударного слоя с поверхностью тела.



Фиг. 3

Если $\tau < O(N)$, то область взаимодействия *III* на фиг. 1, *б* распространяется до значений $\xi > O(1)$, а присоединение происходит еще далее вниз по потоку. Если $\tau = 0$, присоединения не происходит.

Для затуплений типа эллипсоида вращения $N = O(\varepsilon)$, для затуплений типа эллипса ($\nu = 1$) $-\varepsilon \ln \varepsilon \geqslant O(N) \geqslant \varepsilon$.



Фиг. 4

Если $\tau^{\varepsilon} \approx 1$ (например, $\tau = O(N)$), значение $N = \text{const}$. В этом случае $N = O(\varepsilon)$ при $\nu = 2$ и $N = O(-\varepsilon \ln \varepsilon)$ при $\nu = 1$.

Поступила 24 VI 1971

ЛИТЕРАТУРА

1. Хейз У. Д., Пробстин Р. Ф. Теория гиперзвуковых течений. М., Изд-во иностр. лит., 1962.
2. Фриман Н. Ньютоновская теория гиперзвукового течения на больших расстояниях от затупленных осесимметричных тел. В сб. «Исследование гиперзвуковых течений», М., «Мир», 1964.
3. Черный Г. Г. Течения газа с большой сверхзвуковой скоростью. М., Физматгиз, 1959.
4. Лунев В. В. Гиперзвуковое обтекание тонких притупленных тел с физико-химическими превращениями газа в высокоэнтропийном слое. ПМТФ, 1964, № 5.
5. Чушкин П. И., Шулишнина Н. П. Таблицы сверхзвукового течения около затупленных конусов. М., Изд-во ВЦ АН СССР, 1961.