

УДК 532:575.6

РАЗРЕШАЮЩАЯ СПОСОБНОСТЬ ДАТЧИКА ТЕРМОАНОМЕТРА

А. И. ПОПОВ

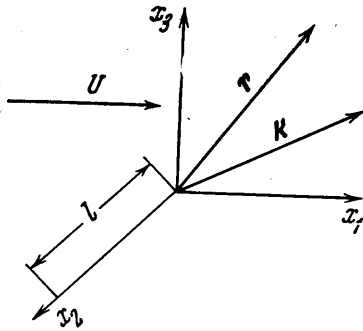
(Ленинград)

При измерении турбулентных пульсаций возникает погрешность, обусловленная осреднением по приемной поверхности датчика. Для характеристики этой погрешности общепринят термин «разрешающая способность». Если погрешность мала, то считается, что датчик обладает высокой разрешающей способностью. Исходя из теории изотропной турбулентности и гипотезы А. Н. Колмогорова, получена оценка погрешности, возникающей при измерении турбулентных пульсаций скорости термоанемометром. Теоретические выводы подтверждены результатами эксперимента.

Как показано в [1], дисперсия измеренного термоанемометром значения пульсационной скорости $\langle u_m^2 \rangle$ изотропной турбулентности связана с истинной дисперсией $\langle u^2 \rangle$ соотношением

$$\frac{\langle u_m^2 \rangle}{\langle u^2 \rangle} = \frac{2}{l^2} \int_0^l (l-r) R(r) dr \quad (1)$$

где l — длина датчика, $R(r)$ — корреляционная функция пульсационной скорости, x — пространственная координата, r — расстояние между точками при определении корреляционной функции.



Фиг. 1

Наибольший интерес представляет точность измерения спектральной плотности, т. е. дисперсии, отнесенной к узкой полосе частот. Формула (1) справедлива и для спектральной плотности, если вместо $R(r)$ в интеграл подставить корреляционную функцию на данной частоте f , или при данном волновом числе k_1

$$\begin{aligned} \frac{\Phi_m(f)}{\Phi(f)} &= \frac{\Phi_m(k_1)}{\Phi(k_1)} = \\ &= \frac{2}{l^2} \int_0^{\infty} (l-r_2) R_{11}(r_2, k_1) dr_2 \\ k &= \frac{2\pi f}{U} \end{aligned} \quad (2)$$

где Φ и Φ_m — истинное и измеренное значения спектральной плотности, соответственно, r_2 — компонента вектора r , направленная вдоль датчика (расположенного вдоль оси x_2), U — средняя скорость потока (фиг. 1).

Корреляционная функция $R_{11}(k_1, r_2)$ определяется аналогично $R(r)$ выражением

$$R_{11}(k_1, r_2) = \frac{\langle u_1(x) u_1(x+r) \rangle_k}{\langle u_1^2(x) \rangle_k} = \frac{Q_{11}(r_2, k_1)}{Q_{11}(0, k_1)}$$

При написании (2) учтен трехмерный характер пульсаций скорости и то, что термоанемометр измеряет только составляющую скорости, параллельную скорости среднего потока и перпендикулярную датчику.

Второй момент продольной составляющей пульсации $Q_{11}(r_2, k_1)$ представляет собой преобразование Фурье от второго момента пульсаций скорости

$$Q_{11}(r_2, k_1) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Q_{11}(r_2) e^{-k_1 r_1} dr_1 \quad (3)$$

В изотропной турбулентности $Q_{11}(r_2)$ выражается через трехмерную спектральную функцию [2] соотношением

$$Q_{11}(r_2) = \iiint_{-\infty}^{\infty} E_{11}(K_1, K_2, K_3) e^{iK_2 r_2} dK_1 dK_2 dK_3 \quad (4)$$

где E_{11} — трехмерная спектральная функция продольной составляющей пульсационной скорости. Подставляя (4) в (3), получаем

$$Q_{11}(r_2, K_1) = \iint_{-\infty}^{\infty} E_{11}(K_1, K_2, K_3) e^{iK_2 r_2} dK_2 dK_3 \quad (5)$$

Функция E_{11} может быть выражена через скалярную спектральную функцию $E(K)$, зависящую только от $K^2 = K_1^2 + K_2^2 + K_3^2$

$$E_{11}(K_1, K_2, K_3) = \frac{E(K)}{4\pi K^2} \left(1 - \frac{K_1^2}{K^2}\right) \quad (6)$$

Подставляя (6) в (5), после вычислений получаем

$$Q_{11}(r_2, K_1) = \frac{1}{4} \int_{K_1}^{\infty} \frac{K^2 - K_1^2}{K^3} J_0(\sqrt{K^2 - K_1^2} r_2) E(K) dK \quad (7)$$

где J_0 — функция Бесселя. При $r_2 = 0$ из (7) получаем обычное разложение в спектр [2]

$$Q_{11}(0, K_1) = E_{11}(K_1) = \frac{1}{4} \int_{K_1}^{\infty} \frac{K^2 - K_1^2}{K^3} E(K) dK \quad (8)$$

Из (8) определяем корреляционную функцию

$$\begin{aligned} R_{11}(r_2, K_1) &= \frac{Q_{11}(r_2, K_1)}{Q_{11}(0, K_1)} = \frac{\int_{K_1}^{\infty} \frac{K^2 - K_1^2}{K^3} J_0(\sqrt{K^2 - K_1^2} r_2) E(K) dK}{\int_{K_1}^{\infty} \frac{K^2 - K_1^2}{K^3} E(K) dK} \times \\ &\times \left[\int_{K_1}^{\infty} \frac{K^2 - K_1^2}{K^3} E(K) dK \right]^{-1} \end{aligned} \quad (9)$$

Ограничимся рассмотрением только датчиков малых размеров. При этом нужно учитывать значения $R_{11}(r_2, K_1)$, соответствующие только малым значениям r_2 . Разлагая J_0 в (9) в степенной ряд и ограничиваясь первыми двумя членами ряда, получаем

$$R_{11}(K_1, r_2) = 1 - \frac{r_2^2}{\lambda^2(K_1)} \quad (10)$$

$$\frac{1}{\lambda^2(K_1)} = \int_{K_1}^{\infty} \frac{(K^2 - K_1^2)^2}{K^3} E(K) dK \left[\int_{K_1}^{\infty} \frac{K^2 - K_1^2}{K^3} E(K) dK \right]^{-1} \quad (11)$$

Величина $\lambda(K_1)$ представляет собой аналог тейлоровского микромасштаба для узкополосного процесса.

Подставляя (10) в (2), получаем

$$\frac{\Phi_m}{\Phi} = 1 - \frac{1}{6} \frac{l^2}{\lambda^2(K_1)} \quad (12)$$

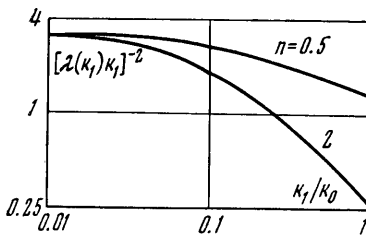
Таким образом, задача об определении точности измерения сводится к вычислению $\lambda(K_1)$ по формуле (11).

Согласно гипотезе А. Н. Колмогорова [3] спектральная функция определяется при заданной вязкости жидкости только диссипацией энергии.

Обычно спектральная функция определяется в виде

$$E(K) = AK^{-5/3} e^{-\alpha(Kl_0)^n}, \quad l_0 = \left(\frac{\nu^3}{\varepsilon} \right)^{1/4} \quad (13)$$

где ν — кинематическая вязкость, ε — диссипация энергии. Для показателя степени n в различных источниках рекомендуют значения от $1/2$ до 2.



Фиг. 2

Для расчета $\lambda(K_1)$ по формуле (11) была выбрана спектральная функция, полученная в [4] на основании обобщения экспериментальных данных [5]

$$E(k) = Ak^{-5/3} \exp[-(k/K_0)^{1/2}], \quad k_0 = 1/4.8l_0 \quad (14)$$

Результаты расчета приведены на фиг. 2. При малых отношениях K_1/K_0 величина $\lambda(K_1)$ перестает зависеть от K_0 (т. е. от структуры турбулентности) и становится функцией только K_1 . Кроме того, при $K_1/K_0 = 0$ микромасштаб $\lambda(K_1)$ достигает наименьшего значения. Исходя из этого, получаем минимальную оценку для отношения Φ_m/Φ .

$$\Phi_m/\Phi = 1 - 0.5K_1^2 l^2 \quad (15)$$

Соотношение (15) дает только верхнюю оценку погрешности измерения, однако она справедлива при любой структуре турбулентности. Для более точных оценок нужно знать структуру турбулентности, которая, как правило, заранее неизвестна.

Полученная оценка не зависит от показателя степени n . Это обусловлено тем, что E резко убывает с увеличением волнового числа. Параметр l_0 определяет скорость этого спада только при больших K (а следовательно в соответствии с (8) — больших K_1), т. е. в той области, которая вносит малый вклад в интегралы в (11). Поэтому эти интегралы при малых K_1/K_0 перестают зависеть от K_0 и n . Это подтверждается результатами расчета при $n = 2$, которые также приведены на фиг. 2.

Все результаты получены в предположении об изотропности турбулентности, поэтому применимость их к реальным течениям должна проверяться экспериментально. В этой работе экспериментальной проверке подвергалось соотношение (15).

Сравнивались пульсационные показания двух термоанемометрических датчиков разной длины, помещаемых попеременно в одну и ту же точку турбулентного потока и подключаемых к одному и тому же измерительному каналу. Сигналы пропускались через анализатор спектра с постоян-

ной полосой анализа 5 гц, и строилась зависимость квадрата отношения отфильтрованных сигналов от безразмерного параметра $K_1 l$.

Компенсация тепловой инерции нити не осуществлялась, однако это не мешало проведению эксперимента, так как влияние инерции на отношение сигналов легко исключается.

Действительно, частотная характеристика нити термоанемометра имеет вид

$$S = (1 + M^2 \omega^2)^{-1/2} \quad (\omega = 2\pi f)$$

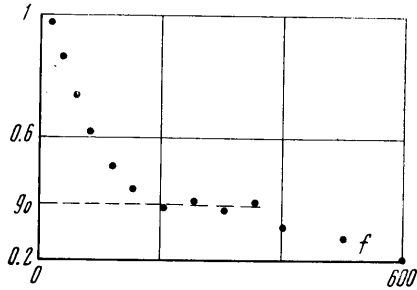
где M — постоянная времени нити. При достаточно больших частотах отношение среднеквадратичных значений сигналов на выходе анализатора, даваемых двумя датчиками, которые имеют разные M , стремится к постоянной величине, независимой от частоты

$$g(f) = \frac{e_1}{e_2} = \frac{\Phi^{1/2} \gamma_1 S_1}{\Phi^{1/2} \gamma_2 S_2} \rightarrow \frac{\gamma_1 M_1}{\gamma_2 M_2} = g_0$$

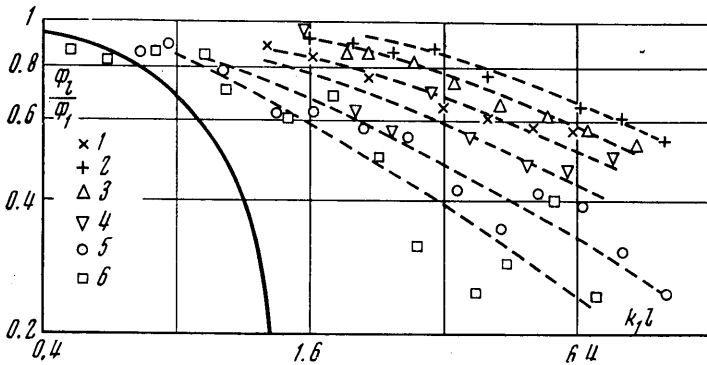
где e_1 и e_2 — среднеквадратичные значения сигналов на выходе анализатора для первого и второго датчиков соответственно, γ_1 и γ_2 — чувствительности датчиков. Если нити имеют разную длину, то выявить ее влияние на показания можно, разделив отношение сигналов на g_0 .

Методика исключения инерционности для одной из пар использованных датчиков иллюстрируется данными, приведенными на фиг. 3.

Отношение сигналов (ось ординат) становится постоянным при $f = 200$ гц. При увеличении частоты свыше 350 гц это отношение опять на-



Фиг. 3



Фиг. 4

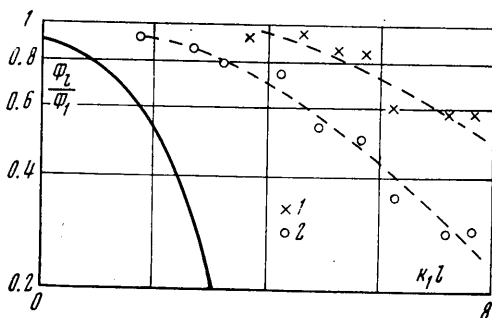
чинает изменяться благодаря влиянию размера большего датчика. Величина «площадки», достаточная для надежного определения g_0 , получается при соответствующем подборе диаметра нити.

Определялось отношение показаний датчиков различной длины $l > 1$ мм к показаниям, полученным при помощи датчика длиной 1 мм. Очевидно, что отношение сигналов после «площадки» изменяется за счет большего датчика. Влияние размера меньшего датчика начинается при значительно больших частотах. Поэтому для проверки соотношения (15) размер меньшего датчика ($l = 1$ мм) учитывать не нужно.

Было исследовано три типа воздушных течений.

1. Течение в аэродинамической трубе за решеткой. Диаметр открытого рабочего участка трубы 205 мм, длина 250 мм. На вход в рабочий участок устанавливалась решетка с квадратичной ячейкой размером 50×50 мм² и просветом размером 25×25 мм². Датчик устанавливался в выходном сечении рабочего участка. Результаты исследования приведены на фиг. 4. Пунктирные кривые и точки 1–6 относятся к значениям U , равным 7.5, 9.6, 11.5, 12.6, 14.4 и 17.1 м/сек, величина $l = 3$ мм.

2. След за цилиндром. На входе в рабочий участок аэродинамической трубы поперек потока устанавливался цилиндр диаметром 20 мм. Датчик



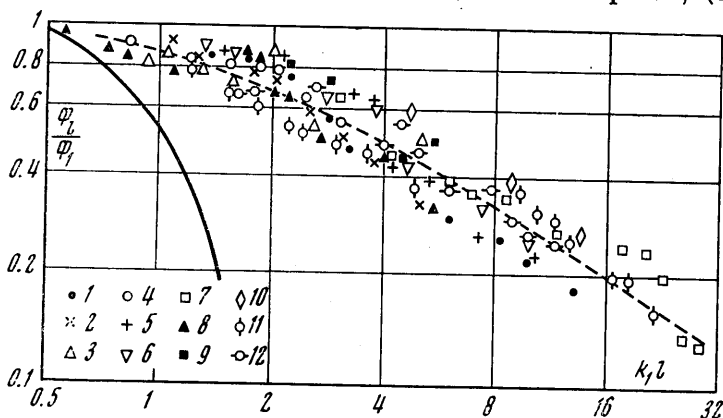
Фиг. 5

устанавливался в выходном сечении. Результаты приведены на фиг. 5. Точки 1 и 2 соответствуют значениям U , равным 8.4 и 16.7 м/сек, $l = 7.8$ мм.

3. Течение в канале. Поперечное сечение канала 40×40 мм². Датчик устанавливался на расстоянии 800 мм от входа и перемещался поперек сечения. Результаты приведены на фиг. 6. Расстояние от стенки обозначено y . Обозначения, относящиеся к различным значениям U , y и l , приведены

ниже. Влияние инерционности на результаты, приведенные на фиг. 4–6, исключено по описанной выше методике.

Все данные располагаются выше и правее кривой, проведенной сплошной линией в соответствии с формулой (15). Таким образом, (15) дейст-



Фиг. 6

вительно дает верхнюю оценку погрешности. Она подтверждается также и для единственного пока описанного в литературе опыта по определению разрешающей способности термоанемометра [6].

Особый интерес представляют данные, относящиеся к течению в канале. Все экспериментальные точки независимо от длины датчика скорости и расстояния от стенки укладываются на одну кривую

$$\Phi_m / \Phi = \varphi(K_1 l) \quad (16)$$

Аналогичный результат был получен ранее в [7] для датчиков турбулентных пульсаций давления в пограничном слое. Эта аналогия объясня-

ется сходством структуры осредненных течений вблизи стенки в канале и в пограничном слое, описываемой, как известно, универсальным законом стенки

$$u/u_* = \psi(u_*y/\nu) \quad (17)$$

Из (17) следует также аналогия микроструктур турбулентности, характеризуемых в обоих случаях одним и тем же значением диссипации [8]

$$\varepsilon = u_*^3 / 0.4y \quad (18)$$

где u_* — динамическая скорость, y — расстояние от стенки.

В условиях опыта, результаты которого приведены на фиг. 6, наибольшее значение $l_0 = 3 \cdot 10^{-5}$ м. Поэтому все экспериментальные данные относятся к области $K_1/K_0 \ll 1$, где $\lambda(K_1)$ слабо зависит от K_0 , а является функцией только K_1 . Для пограничного слоя это тем более выполняется, так как расстояние от стенки меньше и, следовательно, меньше l_0 .

Для других исследованных течений l_0 больше, и поэтому экспериментальные данные относятся к сравнительно большим K_1/K_0 , где $\lambda(K_1)$ существенно зависит от K_0 , определяемого при заданной геометрии потока его скоростью. Этим объясняется расслоение кривых, относящихся к разным скоростям.

Таким образом, удалось получить простую оценку (15) для верхнего значения погрешности измерения при любой структуре турбулентности. Более точные оценки, улучшающие (15), требуют учета структуры турбулентности. В частности, для пристеночного течения (пограничный слой, труба, канал) кривая (фиг. 6) может быть использована в качестве поправочной.

| N | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|--------------------|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $U, \text{ м/сек}$ | 15 | 15 | 15 | 8.7 | 8.7 | 8.7 | 8.7 | 8.7 | 8.8 | 8.7 | 5.9 | 5.9 |
| $y, \text{ мм}$ | 20 | 20 | 1 | 1 | 20 | 20 | 10 | 3 | 20 | 20 | 1 | 20 |
| $l, \text{ мм}$ | 8 | 3 | 8 | 3 | 8.5 | 3 | 8 | 3.2 | 3 | 5 | 8 | 8 |

Поступила 29 VI 1971

ЛИТЕРАТУРА

1. Frenkiel F. N. Effects of wire length in turbulence investigations with hot wire anemometer. Aero. Quart., 1954, vol. 5, p. 1.
2. Хинде И. О. Турбулентность. М., Физматгиз, 1963.
3. Колмогоров А. Н. Локальная структура турбулентности в несжимаемой жидкости при очень больших числах Рейнольдса. Докл. АН СССР, 1941, т. 30, № 4.
4. Татарский В. И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. М., «Наука», 1967.
5. Grant H. L., Stewart R. W., Moilliet A. Turbulence spectra from a tidal channel. J. Fluid Mech., 1962, vol. 12, No. 2.
6. Betchov R. On the fine structure of turbulent flow. J. Fluid Mech. 1957, vol. 3, No. 2.
7. Corcos G. M. Resolution of pressure in turbulence. J.A.S. A, 1963, vol. 35, No. 2.
8. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. М., Гостехиздат, 1953.