

Следовательно, из формулы (23) можем заключить, что характеристические функции прямолинейно-параллельного потока являются с точностью до множителя интегралами порядка $1/2$ от характеристических функций плоскорадиального потока.

На основании вышеприведенного анализа можно сделать следующий вывод: характеристические функции двух одномерных потоков, а следовательно, и авто-модельные решения связаны между собой с помощью операторов $D_{\xi^2, (\infty)}^{\pm 1/2}$.

Поступила 16 IX 1971

ЛИТЕРАТУРА

1. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. М., «Наука», 1967.
2. Баренблатт Г. И., Трифонов Н. П. О некоторых осесимметричных задачах неустановившейся фильтрации жидкости и газа в пористой среде. Изв. АН СССР, ОТН, 1956, № 1.
3. Биркгоф Г. Гидродинамика. М., Изд-во иностр. лит., 1963.
4. Щелкачев В. Н. Обобщение формы решений простейших основных задач теории нестационарного поля фильтрационных потоков. Тр. МИНХ и ГП., вып. 66, М., «Недра», 1967.
5. Щелкачев В. Н. Обобщение решения уравнения одномерных нестационарных потоков в многомерном пространстве. Изв. АН СССР, МЖГ, 1971, № 3.
6. Карпычева З. Ф. Об одном свойстве простых решений дифференциального уравнения нестационарных фильтрационных потоков. Изв. вузов, Нефть и газ, 1971, № 8.
7. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. М., «Наука», 1964.
8. Беркун В. А. К решению некоторых осесимметричных задач нестационарной фильтрации. Тр. Укр. НИИ-газа, 1969, вып. 3(7).
9. Белов В. Н. О некоторых свойствах интегральных функций, характеризующих решение основных задач теории нестационарного поля. Сб. «Подземная гидродинамика», М., «Недра», 1971.
10. Бейтмен Г., Эрдейи А. Таблицы интегральных преобразований, т. 2. М., «Наука», 1970.
11. Диткин В. А., Кузнецов П. И. Справочник по операционному исчислению. М.—Л., Гостехиздат, 1951.
12. Лыков А. В. Теория теплопроводности. М., «Высшая школа», 1967.
13. Hartree D. R. Some properties and applications of repeated integrals of the error function. Mem. and Proc. Manchester Literary and Philos. Soc., 1935, vol. 80, pp. 85—102.
14. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции, т. I. М., «Наука», 1965.
15. Ростовцев Н. А. Замечание к работе В. С. Губенко «Некоторые контактные задачи теории упругости и дробное дифференцирование». ПММ, 1959, т. 27, вып. 4.

УДК 532.51:518.5

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СВЕРХЗВУКОВОГО ТЕЧЕНИЯ В ГИДРОПУШКЕ

Г. А. АТАНОВ

(Донецк)

Численный метод характеристик с фиксированным шагом по времени применен для исследования сверхзвукового течения в гидропушке. Течение описывается уравнениями газовой динамики в квазиодномерной постановке. Приведены некоторые результаты расчета, указаны особенности течения, в частности возникновение отколов. Показано, что для достижения определенной скорости истечения необходимы меньшие значения давлений по сравнению со стационарным истечением.

1. Гидропушка, схематически изображенная на фиг. 1, реализует инерционный принцип разгона [1]. Предварительно разгоняясь под действием сжатого газа, поршень 1 вгоняет воду 2 в сужающееся сопло 3, из которого выкачан воздух. При достижении водой сечения среза сопла начинается ее истечение.

Плавное изменение площади сечения сопла $F(x)$ позволяет рассматривать осесимметричное течение в квазиодномерном приближении [2].

Используем для воды уравнения изэнтропы и выражение для скорости звука

$$(P_* + B) / \rho_*^n = \text{const}, \quad a_* = a_0 [(P_* + B) / B]^{(n-1)/2n} \quad (1.1)$$

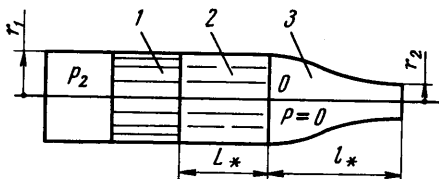
где P_* — давление, ρ_* — плотность, $B = 3045 \text{ бар}$, $n = 7.15$, $a_0 = 1460 \text{ м/сек}$ — скорость звука при нулевом давлении. Тогда движение воды описется безразмерной системой уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{2a}{n-1} \frac{\partial a}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial a}{\partial t} + u \frac{\partial a}{\partial x} + \frac{n-1}{2} a \left(\frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{d \ln F}{dx} \right) &= 0 \end{aligned} \quad (1.2)$$

Здесь величины без индекса * образмерены согласно (1.3)

$$u = \frac{u_*}{u_0}, \quad a = \frac{a_*}{a_0}, \quad x = \frac{x_*}{l_*}, \quad t = t_* \frac{l_*}{a_0}, \quad P = \frac{P_*}{B} \quad (1.3)$$

Принимая за начальный момент время достижения свободной поверхностью воды входного сечения сопла, имеем следующие начальные и граничные условия:



Фиг. 1

$$a|_{t=0} = 1, \quad u|_{t=0} = u_0, \quad -L \leq x \leq 0 \quad (1.4)$$

$$\frac{du}{dt} \Big|_{x=x_n} = A(P_2 + 1 - a^{2n/(n-1)}),$$

$$A = \frac{1}{n} \frac{l_*}{L_*} \frac{m}{M} = \frac{l_* f B}{a_0^2 M} \quad (1.5)$$

$$a|_{x=x_c} = 1 \quad (1.6)$$

где P_2 — безразмерное давление газа, f — площадь поперечного сечения, M — масса поршня, m — начальная масса воды, $x = x_n$ — поверхность поршня, $x = x_c$ — свободная поверхность.

Условие на срезе сопла ставится только при дозвуковом истечении и совпадает с (1.6).

Система (1.3) имеет два семейства характеристик

$$dx/dt = u \pm a \quad (1.7)$$

$$\frac{du}{dt} \pm \frac{2}{n-1} \frac{da}{dt} = \mp a u \frac{d \ln F}{dx} \quad (1.8)$$

что позволяет для решения системы использовать численный метод характеристик.

2. Решение задачи путем построения характеристической сетки не позволяет исследовать сверхзвуковые течения в гидропушке из-за нерегулярности сетки, что усугубляется смешанным характером течения. Кроме того, при сверхзвуковом течении количество узлов на характеристике уменьшается, так как характеристики второго семейства обрезаются линией среза сопла. Указанные недостатки исключаются при счете методом характеристик с фиксированным шагом по времени [3], который определяется по условию Куранта

$$\tau \leq h / \max(u + a) \quad (2.1)$$

где h — шаг по пространству. Задача решалась на ЭВМ «Урал-4», разностные формулы имели второй порядок точности.

Некоторые результаты численного исследования приведены на фиг. 2—5. В качестве исследуемого был взят профиль сопла, определяемый формулой Витошинского

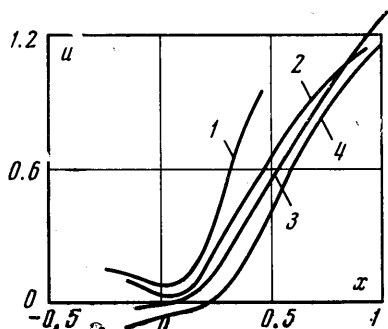
$$r = \left[1 - (1 - R^2) \frac{(1 - x^2)^2}{(1 + x^2/3)^3} \right]^{-1/2} \quad (2.2)$$

где $r = r_*/r_1$, $R = r_2/r_1$, r_* — радиус. Основному варианту соответствовали следующие значения параметров:

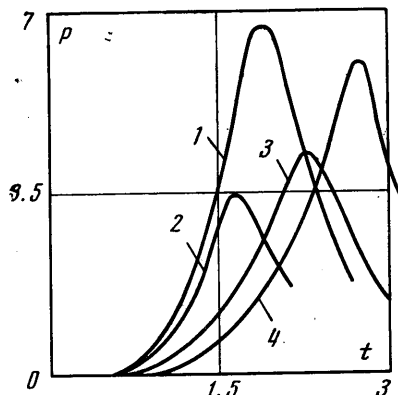
$$A = 0.05, \quad L = 0.5, \quad R = 0.2, \quad u_0 = 0.2.$$

Для этого варианта на фиг. 2 и 3 показано изменение скорости и давления воды вдоль сопла для следующих моментов времени: 1 — $t = 1.0$, 2 — $t = 1.5$, 3 — $t = 2.0$, 4 — $t = 2.5$.

Характер кривых (фиг. 4) показывает, что передние частицы воды интенсивно ускоряются, в то время как основная часть ее уменьшает свою скорость; происходит характерный для нестационарных течений процесс перераспределения энергии по мас-



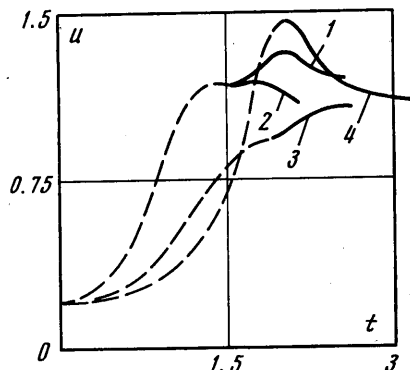
Фиг. 2



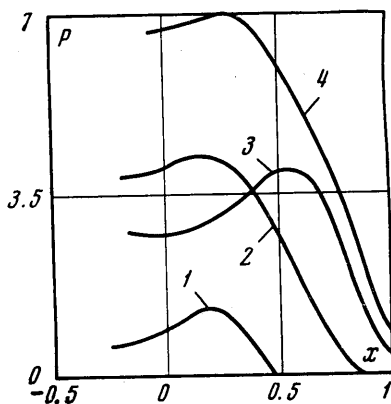
Фиг. 3

се движущейся среды [2]. Распределение скоростей, полученное в момент достижения свободной поверхностью среза сопла, сохраняет в дальнейшем свой характер. Скорость поршня падает, причем поршень меняет направление движения.

Кривые (фиг. 3) показывают, что происходит очень резкое возрастание давления, причем максимум давления, возникающая вблизи свободной поверхности, распространя-



Фиг. 4



Фиг. 5

ется по воде влево. В то же время производная $\partial p / \partial x$ на свободной поверхности уменьшается. Это приводит к тому, что в некоторых вариантах при сверхзвуковом втекании давление падает до отрицательных значений, формально не противоречащих первому уравнению (1.1); вода разрушается, возникают отколы [4]. Состояние с отрицательным давлением не может проникнуть внутрь сопла в связи со сверхзвуковым характером течения. Разрушенная вода выносится из сопла, давление на срезе сопла увеличивается до большого положительного значения. Затем оно снова уменьшается, опять принимая отрицательные значения, причем характер течения остается сверхзвуковым. Понижение давления происходит за счет волн разрежения, отходящих от поршня при его торможении. Расчет проводился до момента времени возникновения отрицательных давлений на срезе сопла, что говорит о разрушении струи.

На фиг. 4 представлены скорости стекания (пунктирная линия) и истечения (сплошная линия), на фиг. 5 — давление воды на поршень. Кривые 1 соответствуют основному варианту, остальные получены при изменении только одного параметра:

2 — $A = 0.1$, что соответствует облегчению поршня, 3 — $R = 0.3$, в четвертом варианте профиль сопла задавался формулой

$$r_* = \exp(-kx_*), \quad k = \text{const} \quad (r = Rr_*) \quad (2.3)$$

Как видно, изменение профиля сопла существенно сказывается на процессах втекания и истечения. Фиг. 5 показывает, что изменение давления на поршень носит одинаковый характер для всех вариантов; вначале давление резко возрастает, затем резко падает, что обусловлено торможением поршня и изменением направлений его движения.

Для тяжелого и легкого поршней (варианты 1 и 2) максимальные скорости истечения близки по величине, но достигаются при максимальных значениях давлений, различающихся почти в два раза. В то же время увеличение выходного сечения (варианты 3 и 2) приводит к уменьшению значения скорости истечения и увеличению максимального давления. Во всех этих вариантах давление меньше, чем требуется для истечения с такой же скоростью при стационарном режиме. Так, стационарное истечение с максимальной скоростью ~ 1800 м/сек (вариант 2) требует давления при полном расширении ~ 19 кбар, истечение из сужающегося сопла 22 кбар [5]; это более чем в два раза превышает полученное значение 10 кбар. В этом состоит основное преимущество получения ультраструй с помощью гидропушки по сравнению с импульсным водометом, процесс выстрела которого с большой степенью точности можно считать квазистационарным.

Поступила 6 IX 1971

ЛИТЕРАТУРА

1. Лаврентьев М. А., Антонов Э. А., Войцеховский Б. В. Вопросы теории и практики импульсных водяных струй. Новосибирск, Изд. Ин-та гидродинамики СО АН СССР, 1961.
2. Станюкович К. П. Неустановившиеся движения сплошной среды. М., «Наука», 1971.
3. Хоскин Н. Э. Метод характеристик для решения уравнений одномерного неустановившегося течения. В сб. «Вычислительные методы в гидродинамике», М., «Мир», 1967.
4. Жуков А. И. Применение метода характеристик к численному решению одномерных задач газовой динамики. Тр. Матем. ин-та им. Стеклова, 1960, т. 58.
5. Повх И. Л., Атанов Г. А. Влияние сжимаемости на течение воды и других жидкостей. В сб. «Гидромеханика», вып. 15, Киев, «Наукова думка», 1969.

УДК 532.529

О ДИСПЕРСНОСТИ РАСПЫЛЕННОЙ ЖИДКОСТИ

В. Б. ЛЕМБЕРСКИЙ, М. Б. ФЕРБЕР

(Дзержинск)

В настоящее время распределения капель по размерам рассчитываются по эмпирическим или полумэмпирическим формулам [1-4].

В данной работе для описания дисперсного состава образовавшихся капель использована теория распада струй. В частном случае прямоструйной форсунки найдены количественные распределения и средние диаметры капель распыленной жидкости в зависимости от диаметра выходного отверстия форсунки и физических свойств жидкости. Полученные формулы хорошо совпадают с опытными данными [3-7].

1. Известно, что распад струи на капли характеризуется развитием волн на поверхности струи

$$r = a + qe^{ikx} \quad (1.1)$$

Здесь r — радиус возмущенной струи, a — радиус невозмущенной струи, $q = be^{at}$ — амплитуда возмущения, a — инкремент возмущения, t — время, k — волно-