

ОБТЕКАНИЕ ПОДВЕТРЕННОЙ СТОРОНЫ КОНИЧЕСКОГО КРЫЛА СВЕРХЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ ГАЗА

В. И. ЛАПЫГИН, Н. А. ОСТАПЕНКО

(Москва)

На примере треугольных крыльев с различным углом поперечного V исследуется обтекание подветренной стороны конического крыла, что представляет интерес не только для вычисления сил, действующих на крыло, но и для определения качественных изменений в структуре течения. Изучаются течения при симметричном обтекании крыла, когда передние кромки являются сверхзвуковыми и, следовательно, течение на наветренной и подветренной сторонах крыла может определяться независимо.

Имеющиеся исследования в этой области относятся к плоской треугольной пластине. Построению возможных схем течения и решению задачи обтекания подветренной стороны плоского треугольного крыла различными методами посвящено большое количество работ (см. [1]). По-видимому, первая попытка решить эту задачу содержится в работе [2], однако автор ошибочно принял в качестве границы области влияния плоскости симметрии параболическую линию поперечного потока (это было указано Б. М. Булахом [3]), тем самым исключив возможность течения со скачком уплотнения. Скачок уплотнения появлялся при таких углах атаки, когда упомянутая параболическая линия пересекала линию симметрии в поперечной плоскости. В этой же работе скачок уплотнения, опирающийся на поверхность крыла, был обнаружен экспериментально.

Решение, в котором был использован метод скорейшего спуска, было дано Д. А. Бабаевым [4], в расчетах которого получен скачок уплотнения. Однако полученное решение существенно связано с выбранной схемой течения.

Численному решению указанной задачи посвящены работы [5-7], вышедшие в последнее время. В работах [5, 6], в которых был использован трехмерный метод характеристик, авторы допускают ту же ошибку, что и в [2] — существование скачка уплотнения в потоке игнорируется. В работе [7] использована разностная схема второго порядка точности, позволяющая вести расчет, не обращая внимания на присутствие ударных волн.

Несмотря на большой объем проведенных исследований, до сих пор не ясно, какая из возможных схем течения (см. [1]) на подветренной стороне плоского треугольного крыла реализуется, хотя существование скачка уплотнения не вызывает сомнений. Введение еще одного определяющего параметра — угла поперечного V еще более усложняет задачу. При этом, как показано ниже, могут существовать качественно новые режимы течения.

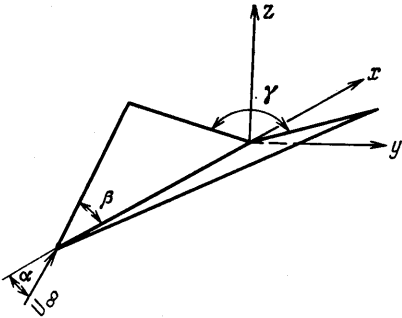
1. Рассмотрим обтекание подветренной стороны V -образного крыла сверхзвуковым потоком газа под углом атаки α при условии, что угол $\gamma \leq \pi$. Система координат x, y, z связана с крылом, ось x направлена вниз по потоку (фиг. 1). Так как передние кромки предполагаются сверхзвуковыми, то в окрестности кромок будет реализоваться течение разрежения Прандтля — Майера. Уже исследование поперечной скорости v однородного потока, имеющего место за последней характеристикой течения Прандтля — Майера, дает возможность сделать определенные заключения о некоторых свойствах течения на поверхности крыла.

Если рассмотреть крылья, у которых $\beta = 1/2\pi$ ($\gamma \leq \pi$), то из простых геометрических соображений ясно, что при любых углах атаки α скорость $v \geq 0$, и, следовательно, у поверхности крыла не может существовать течение со скачком уплотнения. Более того, очевидно, существует целый диапазон изменения угла β ($\pi/2 \geq \beta \geq \beta^*$), причем каждому значению угла β

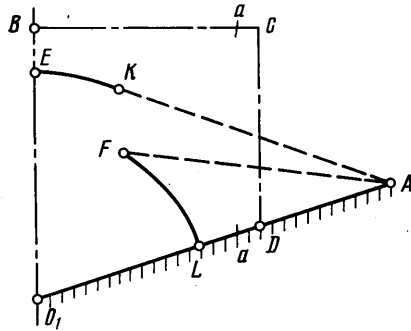
из этого интервала соответствует определенный диапазон изменения угла γ ($0 < \gamma \leq \gamma^*(\beta)$), где будет справедливо сделанное утверждение.

Таким образом, можно сделать вывод, что нельзя в рамках одной или двух возможных схем течения (см. [1]) решить задачу при любых значениях определяющих параметров.

2. Ввиду недостаточности информации о структуре течения на подветренной стороне V-образного крыла и возможности существования в потоке



Фиг. 1



Фиг. 2

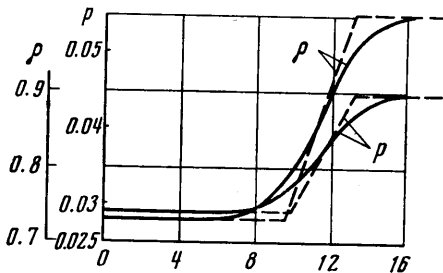
ударных волн представляется целесообразным для решения указанной задачи использовать какой-либо метод «сквозного счета». Здесь использован метод, изложенный в [8].

Так как течение коническое, можно рассматривать его в плоскости $x = \text{const}$. На фиг. 2 сплошными линиями EK и FL и штриховыми линиями AK и AF изображены соответственно линии пересечения конусов Маха набегающего потока и однородного потока у поверхности крыла за последней характеристической плоскостью течения Прандтля — Майера на передней кромке и линии пересечения первой и последней характеристических плоскостей течения Прандтля — Майера с плоскостью $x = \text{const}$.

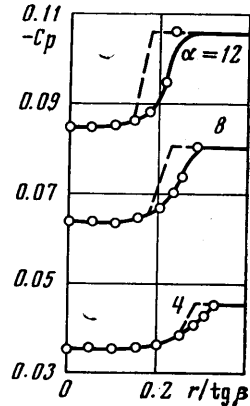
Расчетная область O_1BCD , представляющая собой прямоугольную трапецию, выбиралась таким образом, чтобы вся область влияния плоскости симметрии находилась внутри O_1BCD . В качестве начального поля использовались параметры набегающего потока и течения Прандтля — Майера. В целях проверки возможности использования метода [8] для расчета волн разрежения было проведено сравнение численного и точного решений для течения Прандтля — Майера. На фиг. 3 для $M_\infty = 4$, $\beta = 30^\circ$, $\gamma = 90^\circ$, $\alpha = 5^\circ$ приведены распределения параметров потока в сечении $a-a$ (фиг. 2), полученных численным методом (сплошные линии) и по точным формулам (пунктирные линии). Сечение $a-a$ было выбрано вне области влияния плоскости симметрии крыла. По оси абсцисс на фиг. 3 отложены номера сеточных точек от стенки в поток. Из приведенных графиков видно, что «размазывание» волны не превышает трех сеточных точек сверху и снизу верха волны разрежения. На фиг. 3 приняты следующие обозначения: p — давление, отнесенное к удвоенному скоростному напору, ρ — плотность, отнесенная к плотности невозмущенного потока. На фиг. 4 приведены результаты расчетов для $M_\infty = 3$, $\beta = 45^\circ$, $\gamma = 180^\circ$ и углов атаки $\alpha = 4, 8, 12^\circ$, светлыми точками нанесены данные работы [7], штриховые линии соответствуют [5]. На фигурах r — текущее расстояние в плоскости $x = \text{const}$. Видно хорошее совпадение с результатами [7]. Расхождение с результатами [6] объясняется причинами, отмеченными ранее.

На фиг. 5 штрихпунктиром приведена линия $M = 1$ поперечного потока при $M_\infty = 4$, $\beta = 30^\circ$, $\gamma = 180^\circ$, $\alpha = 5^\circ$, штриховыми линиями нанесены ли-

ния $M = 1$ из [4], а также первая и последняя характеристики течения Прандтля — Майера и конус Маха набегающего потока. Там же нанесены изобары потока, соответствующие указанному случаю; область сближения изобар, опирающихся на поверхность крыла, указывает на наличие ударной волны. В пользу этого утверждения говорит и то обстоятельство, что линия $M = 1$ поперечного потока расположена правее конуса Маха равномерного потока на крыле за последней характеристикой течения Прандтля — Майера.



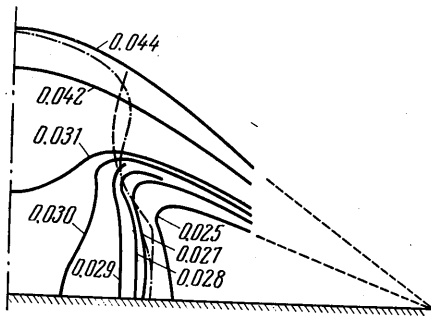
Фиг. 3



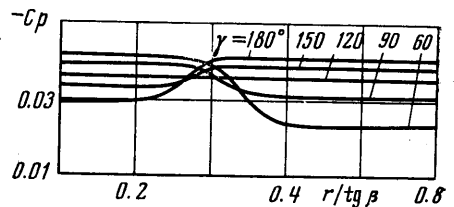
Фиг. 4

Распределение коэффициента давления C_p по размаху крыла с углом $\beta = 30^\circ$ и различными значениями угла γ при $M_\infty = 4$, $\alpha = 5^\circ$ приведено на фиг. 6.

Из приведенных зависимостей следует, что наряду с течением сжатия, с образованием в потоке ударной волны может осуществляться течение разрежения, на что было указано в п. 1. Расчеты также показывают, что



Фиг. 5



Фиг. 6

для каждого M_∞ и γ существует такой угол атаки α , при котором значения u , v , w , p , ρ на поверхности крыла практически постоянны (колебания величин не превышают 1%). При этом оказывается, что скорости v и w равномерного потока на поверхности крыла равны нулю, т. е. режимы «почти постоянного» давления на поверхности крыла соответствуют случаям, когда поток за последней характеристикой течения Прандтля — Майера направлен параллельно плоскости симметрии.

3. Как следует из сказанного, в п. 2, переход от течения сжатия к течению разрежения может происходить при достаточно малых углах атаки α , что дает возможность провести качественное исследование пере-

стройки течения, используя обычную линейную теорию, где малым параметром является угол атаки α .

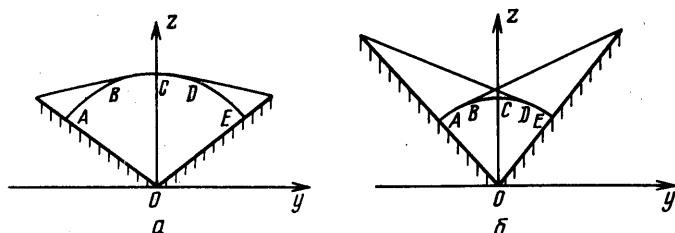
Система уравнений движения, линеаризованная относительно однородного потока на бесконечности, после перехода к коническим переменным

$$\xi = \sqrt{M_\infty^2 - 1} y / x, \quad \eta = \sqrt{M_\infty^2 - 1} z / x$$

и использования преобразования Чаплыгина (преобразование радиус-векторов)

$$r = \frac{2R}{1 + R^2}, \quad \xi = r \cos \theta, \quad \eta = r \sin \theta$$

сводится к уравнению Лапласа для давления возмущения p_1 (p_1 отнесено к давлению на бесконечности) в области, ограниченной дугой окружности радиуса $R = 1$, на которой будут заданы определенные граничные условия



Фиг. 7

для p_1 , и двумя радиусами, являющимися образами стенок крыла, на которых задано условие, вытекающее из условия непротекания

$$\left. \frac{\partial p_1}{\partial n} \right| = 0 \quad (3.1)$$

где n — расстояние, отсчитываемое по нормали к поверхности крыла.

Подобная задача для потенциала скорости решена в [9]. Однако для изучения структуры течения представляется более удобным сведение задачи к решению уравнения относительно давления возмущения, поскольку, даже не выписывая решение, можно сделать определенные выводы о характере течения в возмущенной области.

Если ввести

$$z' = (z_1 e^{-i\gamma_1})^\sigma, \quad (z_1 = R e^{i\theta}, \gamma_1 = (\pi - \gamma) / 2, \sigma = \pi / \gamma)$$

то сектор единичного круга с углом γ плоскости z_1 перейдет в полукруг в плоскости z' , лежащий своим диаметром на действительной оси. Будем разыскивать функцию

$$F(z') = \frac{\partial p_1}{\partial x'} - i \frac{\partial p_1}{\partial y'}$$

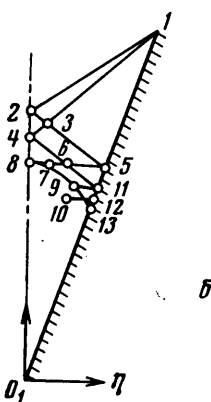
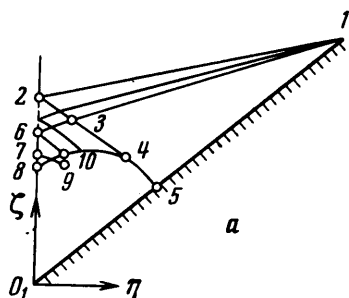
голоморфную в указанном полукруге. Учитывая условие (3.1), которое теперь примет вид

$$\partial p_1 / \partial y' |_{y'=0} = 0$$

можно аналитически продолжить функцию $F(z')$ в нижнюю полуплоскость и рассматривать задачу в круге единичного радиуса с симметричными условиями на нем для p_1 относительно действительной оси.

В линейной теории граничные условия для p_1 будут определяться волнами разрежения, приходящими в точки касания характеристик, идущих

с передних кромок крыла, с конусом Маха набегающего потока при угле атаки $\alpha \rightarrow 0$. На фиг. 7, а и б представлены два из возможных режимов течения на подветренной стороне V-образного крыла при $\alpha \rightarrow 0$, где дуги ABCDE конусов Маха набегающего потока являются прообразами верхней полукруглости единичного круга в плоскости z' . В случае, изображенном на фиг. 7, а, на дуге BCD давление возмущения $p_1 = 0$, на дугах AB и DE



Фиг. 8

$p_1 = p_\alpha(M_\infty, \beta, \gamma, \alpha)$, тогда как в случае б на дугах AB и DE $p_1 = p_\alpha$, а на дуге BCD $p_1 = 2p_\alpha$ (p_α определяется из линейаризованных соотношений в волне Прандтля — Майера). Следуя теории гармонических функций, можно сделать вывод, что в случае а $p_\alpha < p_1(0) < 0$, а в случае б $2p_\alpha < p_1(0) < p_\alpha$, где $p_1(0)$ — давление возмущения p_1 в точке O.

Из выписанных неравенств следует, что для режимов течения при $\alpha \rightarrow 0$, когда характеристические плоскости, идущие от передних кромок, приходят на конус Маха набегающего потока не пересекая плоскость симметрии, давление возмущения p_1 будет возрастать от точек A и E к точке O и падать от точки C к точке O. Тогда как в случае б p_1 будет падать от точек A и E к точке O и возрастать от точки C к точке O.

В работе Б. М. Булаха [10] с помощью асимптотической теории показано, что появление или отсутствие ударных волн в точной теории определяется поведением линейного решения, а именно: там, где для скорости возмущений u_1 на конусе Маха имеет место неравенство $\partial u_1 / \partial R > 0$ (что для p_1 соответствует $\partial p_1 / \partial R < 0$) возникает скачок, а там где $\partial u_1 / \partial R < 0$

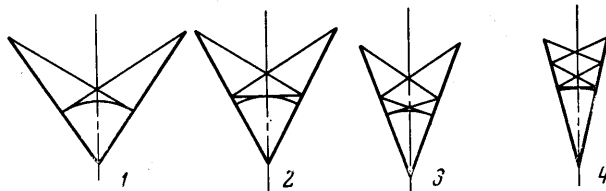
($\partial p_1 / \partial R > 0$) реализуется течение расширения. Следовательно, в случае а будет осуществляться режим течения со скачками уплотнения, опирающимися на поверхность крыла, в то время как в случае б будет существовать висячий скачок уплотнения в окрестности дуги BCD.

Существование висячего скачка уплотнения в окрестности оси симметрии может быть показано и в точной постановке задачи. Действительно, в зависимости от геометрии крыла и условий в невозмущенном потоке конус Маха последнего с вершиной в вершине крыла может располагаться либо выше плоскости, лежащей на передних кромках, либо ниже ее. Рассмотрим случаи, когда конус Маха расположен ниже этой плоскости (фиг. 8). На передней кромке крыла образуется течение Прандтля — Майера, область 1 — 2 — 3 на фиг. 8, а; за ним следует область равномерного потока 1 — 3 — 4 — 5 — 1, где дуги 3 — 4 и 4 — 5 есть соответственно прямолинейная характеристика и конус Маха этого потока. Область 2 — 3 — 6 — 2 есть область взаимодействия течения Прандтля — Майера, образующихся на передних кромках V-образного крыла. Кривые 2 — 3 и 3 — 6 — характеристики этого течения. Область 3 — 6 — 10 — 4 — 3 занята простой волной; 4 — 10 есть криволинейная характеристика простой волны, выходящая из параболической точки 4. В области 6 — 10 — 8 — 6 поток однороден.

Рассмотрим течение в области $O_1-5-4-3-6-8-O_1$ (фиг. 8, а).

Ввиду сверхзвукового характера конического течения в этой области поверхность крыла O_1-5 не влияет на поток в области $2-4-8-2$. Зона влияния ограничена частью поверхности крыла O_1-5 , дугой конуса Маха равномерного потока за волной Прандтля — Майера $5-4$, криволинейной характеристикой простой волны $4-10$, выходящей из параболической точки 4, прямолинейным отрезком характеристики $10-8$ и отрезком O_1-8 оси симметрии.

Предполагая, что обтекание происходит без скачков уплотнения, для определения канонического потенциала F в области $O_1-5-4-10-8-O_1$ получается краевая задача, аналогичная задаче об обтекании верхней сто-



Фиг. 9

роны треугольной пластинки. Так как для треугольной пластинки доказано [1], что в окрестности характеристики $4-8$ (фиг. 8, а) образуется ударная волна, то можно заключить, что и в рассматриваемом случае в окрестности этой характеристики образуется ударная волна $7-9$. Таким образом, в окрестности плоскости симметрии будет существовать всякий скачок уплотнения.

При изменении параметров задачи, например при уменьшении γ , дуги конуса Маха $4-5$ в потоке может и не существовать. Схема течения в этом случае изображена на фиг. 8, б. Повторяя рассуждения, проведенные для случая фиг. 8, а, можно показать возможность существования ударной волны на стенке (кривая $12-10$ на фиг. 8, б). Подобные рассуждения можно продолжать и для случаев большего числа отражений волны Прандтля — Майера, образующейся на передней кромке, от плоскости симметрии и от поверхности крыла.

Этот результат говорит о неточности схемы обтекания крестообразного крыла, приведенной в [1], где утверждается, что ударная волна, образующаяся на подветренной стороне, будет представлять собой коническую поверхность, опирающуюся на поверхность крыла.

Для отыскания решения задачи отобразим единичный круг плоскости z' на верхнюю полуплоскость плоскости w

$$w = -i(z' + 1) / (z' - 1).$$

Тогда придем к отысканию функции

$$F_1(w) = \frac{\partial p_1}{\partial x_w} - i \frac{\partial p_1}{\partial y_w}$$

голоморфной в верхней полуплоскости и удовлетворяющей некоторым условиям на действительной оси. Используя формулу М. В. Келдыша и Л. И. Седова [11], проводя обратные преобразования координат и необходимые вычисления, получим следующее выражение для коэффициента давления C_p на поверхности крыла внутри возмущенной области для

$$1/2 \leq \sigma \leq 2$$

$$C_p = C_{p_\alpha} \left\{ 1 - \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} \left[\operatorname{ctg}(\sigma(\theta_0 - \gamma_1)) \frac{1 - R^{2\sigma}}{1 + R^{2\sigma}} \right] \right\}$$

$$C_{p_\alpha} = -2\alpha \sin \beta \cos \gamma_1 / \sqrt{M_\infty^2 \sin^2 \beta - 1} \quad (3.2)$$

$$\theta_0 = \gamma_1 + \operatorname{arcsin}(\sqrt{M_\infty^2 \sin^2 \beta - 1} / \sin \beta \sqrt{M_\infty^2 - 1}), \quad 0 \leq R \leq 1.$$

Решение можно обобщить для любых $\sigma > 2$. Тогда получим

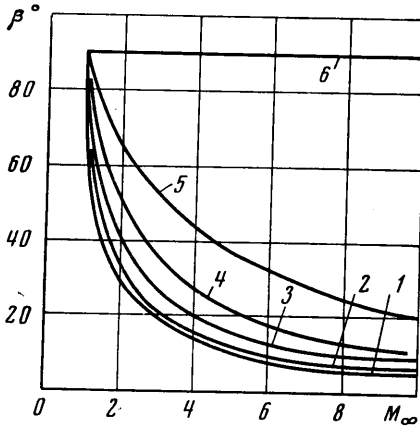
$$C_p = C_{p_\alpha} \left\{ 1 + 2j - \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} \left[\operatorname{ctg}(\sigma(\theta_0 - \gamma_1)) \frac{1 - R^{2\sigma}}{1 + R^{2\sigma}} \right] \right\}$$

$$j\pi \leq \sigma(\theta_0 - \gamma_1) \leq (1 + j)\pi \quad (3.3)$$

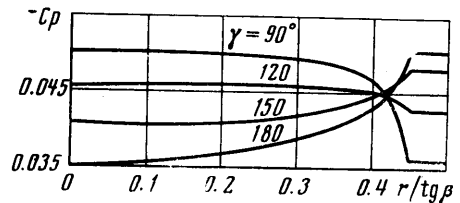
Здесь j — количество отражений волны разрежения от поверхности крыла.

На фиг. 9 представлены четыре из возможных характерных случаев, когда приходящие с передней кромки или отраженные волны разрежения касаются конуса Маха набегающего потока либо в точке пересечения его с поверхностью крыла, либо с плоскостью симметрии. Координаты точек отражения волны разрежения от поверхности крыла определяются по формуле

$$X_i = \{\sqrt{M_\infty^2 - 1} \cos[\theta_0 - \gamma_1 - i\gamma]\}^{-1} \quad (3.4)$$



Фиг. 10



Фиг. 11

где X_i отсчитывается в плоскости $x = 1$ вдоль поверхности крыла от плоскости симметрии, i — номер отражения ($i = 1$ — первое отражение). Причем во всех четырех случаях, изображенных на фиг. 9, давление в возмущенной области будет постоянным и кратным p_α . Однако, как показывает анализ, не при любых достаточно малых γ реализуются все указанные режимы, а каждый из них имеет некоторый предельный угол γ^k ($k = 1, 2, 3, 4$ — номера с фиг. 9) такой, что при $\gamma > \gamma^k$ соответствующий режим не может реализоваться при любых значениях M_∞ и β . На фиг. 10 прямая 6 соответствует предельным углам $\gamma^1 = 90^\circ$, $\gamma^2 = 60^\circ$, $\gamma^3 = 45^\circ$, $\gamma^4 = 36^\circ$, для которых указанные режимы реализуются только при $\beta = 90^\circ$. Кривые 2, 3, 4 и 5 соответствуют схемам 1, 2, 3 и 4 (фиг. 9) для $\gamma = 30^\circ$. Из проведенного ранее анализа о характере течения в возмущенной области можно прийти к заключению, что в промежуточных случаях течения, отличных от случаев, изображенных на фиг. 9, могут осуществляться режимы с внезапным скачком уплотнения в окрестности плоскости симметрии, которые сменяются режимами с двумя скачками уплотнения, опирающимися на поверхность крыла, и т. д.

На фиг. 11 даны распределения коэффициента давления C_p , рассчитанного по формуле (3.2), для $M_\infty = 4$, $\beta = 30^\circ$, $\alpha = 5^\circ$ и $\gamma = 180, 150, 120, 90^\circ$. Из приведенной зависимости можно сделать вывод, что с уменьшением угла γ режим разрежения на поверхности крыла наступает раньше, чем по результатам численного решения, что, впрочем, можно было ожидать.

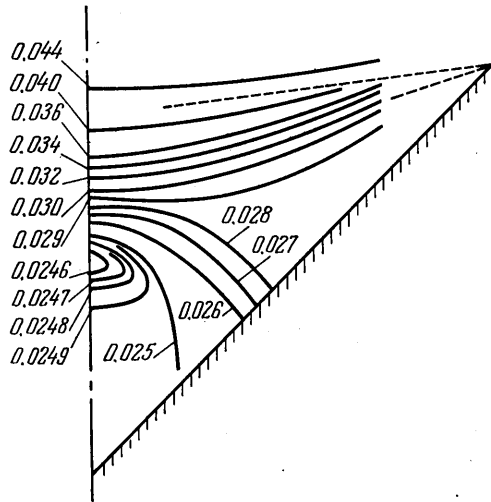
Представляют интерес такие режимы течения, когда давление на поверхности крыла будет постоянным. Можно видеть, что эти режимы осуществляются тогда, когда волна разрежения, идущая с передней кромки, касается конуса Маха набегающего потока в плоскости симметрии. В этих случаях давление на поверхности крыла всюду постоянно и равно $1 + p_\infty$. Следует отметить, что линеаризованное соотношение для поперечной составляющей скорости v обращается в нуль в этих же характерных случаях. Этот результат в какой-то мере подтверждает выводы, сделанные в п. 2, о существовании режимов течения с почти постоянным давлением на поверхности крыла, которым соответствуют значения поперечной составляющей скорости $v = 0$.

Кривые 2, 3, 4, 5 и 6 на фиг. 10, соответствующие углам $\gamma = 60, 90, 120, 150$ и 180° , определяют области существования режимов с постоянным давлением всюду на поверхности крыла при $\alpha \rightarrow 0$. Кривая 1 является предельной кривой существования решения задачи, когда передние кромки крыла звуковые. Поскольку результаты линейной теории верны при $\alpha \rightarrow 0$, то и выводы о существовании режимов постоянного давления на крыле естественны, так как в этих случаях кривая $v(\alpha)$ выходит из нуля с нулевой производной. В действительности же для M_∞ , β и γ , соответствующих этим случаям, и $\alpha \neq 0$ будет осуществляться повышение давления к оси симметрии, так как $v(\alpha) \approx o(\alpha) < 0$. Для режимов, когда $\theta_0 < 1/2\pi$ и $\theta_0 > 1/2\pi$ ($v \sim \alpha$), будут реализоваться при $\alpha \neq 0$ соответственно сжатие и разрежение. «Постоянное» давление будет достигаться при некотором $\alpha \neq 0$. При этом, как показывают численные расчеты, первая характеристика волны разрежения Прандтля — Майера располагается над плоскостью, проходящей через передние кромки крыла.

На фиг. 12 представлено поле изобар для $M_\infty = 4$, $\beta = 30^\circ$, $\gamma = 90^\circ$, $\alpha = 5^\circ$. В окрестности плоскости симметрии можно видеть область, образованную замкнутыми изобарами, где при движении к поверхности крыла сначала осуществляется разрежение, а потом небольшое сжатие, что свидетельствует о возможности образования всячего скачка.

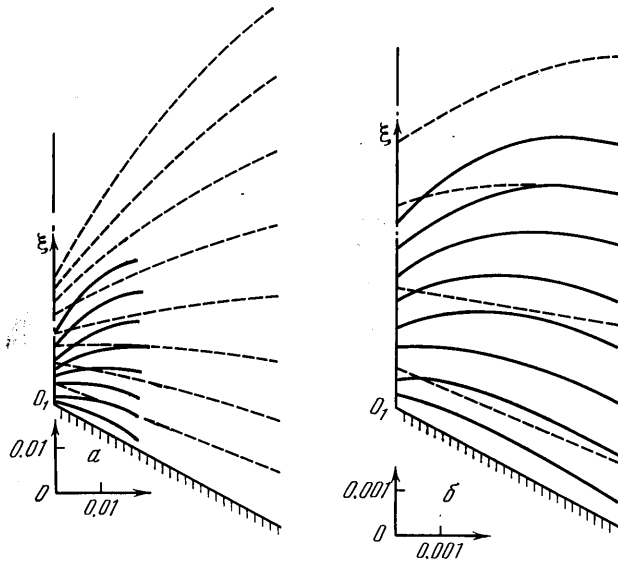
4. Обтекание крыла с углом $\gamma > 180^\circ$ всегда происходит с образованием в потоке внутренних скачков уплотнения, опирающихся на стенки крыла, однако картина линий тока в этом случае может значительно отличаться от той, что имеет место при $\gamma \leq 180^\circ$.

Случай $\gamma > 180^\circ$ был исследован для $M_\infty = 4$, $\gamma = 240^\circ$, $\beta = 30^\circ$ и углов атаки $\alpha = 5, 10^\circ$. На фиг. 13, а штриховыми линиями приведена картина



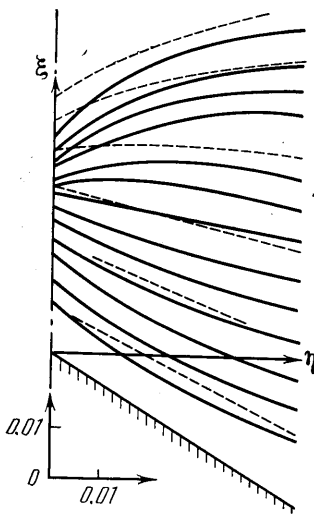
Фиг. 12

линий тока при $\alpha = 5^\circ$, из которой видно, что часть линий тока почти параллельна поверхности крыла и их искривление происходит на некотором расстоянии от крыла. По приведенной картине трудно судить, находится ли точка стекания на поверхности крыла или в потоке.



Фиг. 13

Для уточнения положения точки стекания основная программа расчета течения была изменена таким образом, чтобы в процессе счета можно было после получения решения в исходной расчетной области выделять



Фиг. 14

окрестность угловой точки и снова проводить в ней расчет. При этом, очевидно, уменьшается шаг расчетной сетки, что повышает точность результатов. Для угла атаки $\alpha = 5^\circ$ выбор областей в окрестности точки стекания внутри исходной расчетной области был эквивалентен уменьшению начального шага сетки в 5 (фиг. 13, *a* — сплошные линии и фиг. 13, *б* — штриховые линии) и 25 раз (фиг. 13, *б* — сплошные линии). Видно, что по мере измельчения шага сетки размеры размазанной точки стекания уменьшаются, причем во столько же раз, во сколько раз измельчается шаг сетки, а сама эта точка приближается к поверхности крыла. Это обстоятельство указывает на то, что для рассматриваемого угла атаки точка стекания совпадает с угловой точкой.

При угле атаки $\alpha = 10^\circ$ положение меняется. Исследование окрестности точки стекания на расчетной сетке, шаг которой был уменьшен в пять раз по сравнению с исходным, показало, что размеры размазанной точки стекания уменьшаются с уменьшением шага сетки, но ее положение на оси симметрии почти не меняется (фиг. 14). На фиг. 14 приведена картина линий тока для $\alpha = 10^\circ$

при некотором начальном значении шага сетки h_0 (пунктирные линии) и для $h_1 = 0,2 h_0$ (сплошные линии).

Из проведенного анализа следует, что при увеличении угла атаки точка стекания отходит от поверхности крыла и перемещается в поток вдоль оси симметрии.

Поступила 22 I 1972

ЛИТЕРАТУРА

1. Булах Б. М. Нелинейные конические течения газа, М., «Наука», 1970.
2. Powell L. R. Exact and approximate solutions for the supersonic delta wing. *Journal of the Aeronautical Sciences*, 1956, vol. 23, No. 8.
3. Булах Б. М. Замечание к статье Л. Р. Фауэлла «Точное и приближенное решение для сверхзвукового дельтаобразного крыла» ПММ, 1958, т. 22, вып. 3.
4. Бабаев Д. А. Численное решение задачи обтекания верхней поверхности крыла сверхзвуковым потоком. *Ж. вычислит. матем. и матем. физ.*, 1962, т. 2, № 2.
5. Powers S. A., Veeman E. R., Jr. Flow Fields over sharp edged delta wings with attached shocks. NOR 69—70, Northrop Corporation, 1970.
6. Veeman E. R., Powers S. A. A method for determining the complete flow field around conical wings at supersonic Hypersonic speeds. AIAA paper, 1969, No. 69—646.
7. Kutler P., Lomax H. A Systematic development of the supersonic flow fields over and behind wings and wing-body configurations using a shock-capturing finite-difference approach. AIAA paper, 1971, No. 99.
8. Лапыгин В. И. Расчет сверхзвукового обтекания V-образных крыльев методом установления. *Изв. АН СССР, МЖГ*, 1971, № 3.
9. Шурьгин В. М. V-образные крылья в сверхзвуковом потоке. Сборник теоретических работ по аэродинамике. М., Оборонгиз, 1957.
10. Булах Б. М. Ударные волны в конических потоках. ПММ, 1965, т. 29, № 5.
11. Седов Л. И. Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики М., «Наука», 1966.