

УДК 533.6.011.72

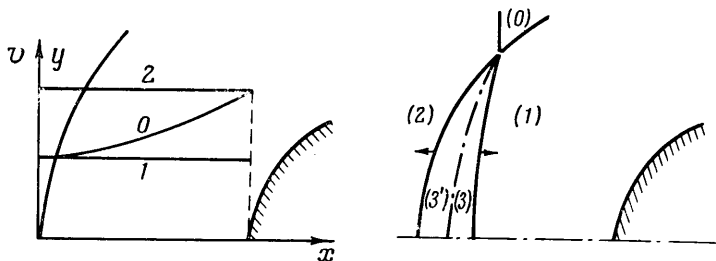
## К РАСЧЕТУ ДАВЛЕНИЯ В КРИТИЧЕСКОЙ ТОЧКЕ ПРИ ПАДЕНИИ УДАРНОЙ ВОЛНЫ НА ТЕЛО, ДВИЖУЩЕЕСЯ СО СВЕРХЗВУКОВОЙ СКОРОСТЬЮ

Г. М. АРУТЮНЯН

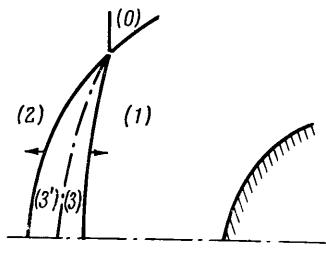
(Москва)

Рассмотрено взаимодействие ударной волны с затупленным телом, движущимся со сверхзвуковой скоростью. Показано, что при определенных условиях давление отражения в критической точке тела может быть определено на основании одномерной теории ударных волн. Исследован вопрос о погрешности, обуславливаемой применением этой теории. Получены соотношения для величины максимальной погрешности при асимптотически больших значениях числа  $M$  набегающего на тело невозмущенного потока. Проанализированы условия, при которых возможны вторичные отражения скачков в критической точке.

**1. Общая картина течения.** Пусть некоторое затупленное осесимметричное тело движется в однородной среде со сверхзвуковой скоростью под нулевым углом атаки. Картина течения около такого тела неоднородна, в частности, параметры газа изменяются за головным скачком уплотнения вдоль оси симметрии. Скорость газа относительно невозмущенной



Фиг. 1



Фиг. 2

среды будет при этом монотонно расти (фиг. 1, кривая 0) от своего минимального значения за головным скачком до максимального значения в критической точке, равного скорости движения тела [1]. Аналогичным образом изменяются при этом и другие параметры газа.

Допустим, что спереди на такое тело набегают плоская ударная волна, фронт которой перпендикулярен оси симметрии тела, а параметры за ним постоянны. Эта ударная волна взаимодействует с головным скачком уплотнения, в результате чего образуются отраженная и преломленная ударные волны ((3) и (3') на фиг. 2), разделенные поверхностью контактного разрыва. Сами же скачки при этом соответствующим образом искривляются.

Преломленная ударная волна, распространяясь по области (1), отражается от поверхности тела. Отраженный скачок взаимодействует затем с контактным разрывом. В результате при определенных условиях в сторону тела может распространяться новая ударная волна, вызывая вторичное отражение в критической точке. Это приводит к некоторому, как правило, незначительному [2] увеличению давления, обусловленного первичным отражением.

Рассматриваемый волновой процесс продолжается с постепенным затуханием до тех пор, пока на поверхности тела не установится давление соответствующего стационарного обтекания [3, 4].

Из вышеизложенного следует, что рассматриваемое явление сводится к исследованию весьма сложной неодномерной нестационарной задачи.

Численное решение такой задачи применительно к критической точке тела для нескольких значений числа Маха дано в [2]. При помощи ряда упрощающих предположений относительно величины производной радиальной составляющей скорости газа  $\partial v_r / \partial r$  задачу удается свести к некоторой системе дифференциальных уравнений вдоль оси симметрии, отличающихся от уравнений одномерного нестационарного течения наличием члена  $a = -2\rho \partial v_r / \partial r$  ( $\rho$  — плотность) в уравнении неразрывности. Из полученных в этой работе данных следует, что при наличии вторичных отражений интенсивность нестационарных нагрузок в критической точке практически определяется давлением первичного отражения, что особенно хорошо подтверждается данными экспериментальных измерений [2, 5].

Цель работы — показать, что при выполнении определенных условий давление первичного отражения в критической точке затупленного тела может быть определено на основании одномерной теории ударных волн (подразумевая под этим поверхности разрыва везде плоскими, а параметры газа за ними постоянными).

**2. Постановка задачи и некоторые необходимые соотношения.** Рассмотрим два предельных случая одномерного течения газа за головным скачком:

1) параметры газа такие, как за головным скачком, движущимся со скоростью тела (фиг. 1, кривая 1);

2) параметры газа такие, как за скачком, скорость потока за которым равна скорости тела (фиг. 1, кривая 2).

Очевидно, что в первом случае параметры газа будут заведомо ниже, а во втором — заведомо выше, чем за головным скачком вдоль оси симметрии в реальном неодномерном случае.

Заменим головной скачок одним из указанных фиктивных скачков. Тогда в первом случае давление отражения будет заведомо меньше, а во втором, по-видимому, такое же или больше, чем максимальное давление в реальном неодномерном случае<sup>1</sup>.

В пользу этих соображений говорит следующее. Осреднение реальных параметров за головным скачком дает величины, большие, чем за первым, и меньшие, чем за вторым фиктивными скачками. Численными расчетами и приводимым в п. 4 аналитическим доказательством установлено, что при заданной интенсивности набегающего на тело скачка и постоянных параметрах за головным скачком давление отражения растет с увеличением интенсивности головного скачка.

Таким образом, можно предположить, что разность между максимальным значением реального давления в критической точке и давлением, определяемым по любой из указанных двух схем расчета, будет меньше, чем разность между давлениями, определяемыми на основании этих одномерных схем.

При заданной скорости тела определим интенсивности скачков в первом и втором предельных случаях, обозначив параметры невозмущенной среды индексом 0, а параметры газа за скачком — индексом 1.

<sup>1</sup> Во втором случае давление отражения должно быть, во всяком случае, больше среднего по времени реального значения.

Так как в первом предельном случае скорость скачка предполагается равной скорости движения тела  $U$ , то число Маха скачка будет равно  $M = U / a_0$  и согласно [6]

$$\frac{p_1}{p_0} = \frac{2\gamma}{\gamma + 1} M^2 - \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \quad (2.1)$$

Здесь и ниже показатель адиабаты  $\gamma$  считается везде постоянным.

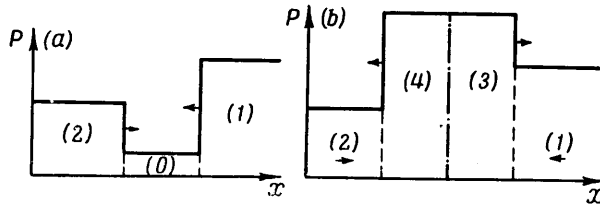
Установим соответствующую зависимость для второго предельного случая. Воспользуемся выражением для скорости газа за скачком относительно невозмущенной среды

$$U = \frac{2(p_1 - p_0)}{\{2\rho_0[(\gamma + 1)p_1 + (\gamma - 1)p_0]\}^{1/2}} \quad (2.2)$$

Переходя в (2.2) от  $U$  к  $M$ , после несложных преобразований приходим к квадратному уравнению относительно  $p_1 / p_0$ . Решением этого уравнения, имеющим физический смысл, будет

$$\frac{p_1}{p_0} = \left[ \frac{\gamma(\gamma + 1)M^2}{4} + 1 \right] + \frac{\gamma M [16 + (\gamma + 1)^2 M^2]^{1/2}}{4} \quad (2.3)$$

**3. Погрешность, обусловленная применением одномерной теории ударных волн.** Пусть теперь (фиг. 3) плоская ударная волна (она обусловлена



Фиг. 3

движением тела) с постоянными параметрами за фронтом (область (1)), распространяясь по невозмущенной среде (область (0)), испытывает лобовое столкновение с плоской ударной волной, параметры которой за фронтом также постоянны (область (2)).

Из теории распада произвольного разрыва известно [7], что по областям (1) и (2) при этом также будут распространяться ударные волны, разделенные поверхностью контактного разрыва. Параметры газа в областях (3) и (4) за этими волнами должны быть определены из условия постоянства скорости газа и давления по обе стороны от контактного разрыва

$$v_{42} + v_{20} = v_{31} + v_{10}, \quad p_3 = p_4 = p \quad (3.1)$$

где  $v_{ij}$  ( $i = 1, \dots, 4; j = 0, 1, 2; i \neq j$ ) — вектор скорости газа в области (i) за скачком относительно среды в области (j) перед скачком.

Легко показать, что

$$|v_{ij}| = 2(p_i - p_j) \{2\rho_j[(\gamma - 1)p_j + (\gamma + 1)p_i]\}^{-1/2} \quad (3.2)$$

где  $\rho_j$  — плотность газа в области (j).

Используя (3.1) и (3.2), приходим к следующему уравнению относительно  $p$ :

$$\frac{p - p_1}{\{2\rho_1[(\gamma - 1)p_1 + (\gamma + 1)p]\}^{1/2}} + \frac{p - p_2}{\{2\rho_2[(\gamma - 1)p_2 + (\gamma + 1)p]\}^{1/2}} - N = 0 \quad (3.3)$$

$$N = \frac{p_1 - p_0}{\{2\rho_0[(\gamma - 1)p_0 + (\gamma + 1)p_1]\}^{1/2}} + \frac{p_2 - p_0}{\{2\rho_0[(\gamma - 1)p_0 + (\gamma + 1)p_2]\}^{1/2}}$$

Если допустить теперь, что ударная волна (3), распространяясь по области (1), испытывает затем нормальное отражение от некоторой поверхности, движущейся вместе с потоком в области (1), то возникающее при этом давление отражения будет равно

$$p_c = [(3\gamma - 1)p - (\gamma - 1)p_1][(\gamma - 1)p + (\gamma + 1)p_1]^{-1}p \quad (3.4)$$

где  $p$  необходимо определить из (3.3).

Очевидно, что при заданном  $M$  для определения давления отражения в критической точке по первой ( $p_-$ ) и второй ( $p_+$ ) одномерным схемам расчета необходимо пользоваться соотношениями (3.4) и (3.3), имея в виду, что в первом случае  $p_1$  следует находить из (2.1), а во втором — на основании (2.3). Тогда величина

$$\eta = p_+ / p_- \quad (3.5)$$

будет служить мерой максимальной погрешности, допускаемой при применении одномерной теории ударных волн.

Действительно, если обозначить через  $p_r$  максимальное значение реального давления отражения в критической точке, то при применении первой и второй схем расчета будем иметь соответственно

$$\eta^{-1} < p_- / p_r < 1, \quad 1 < p_+ / p_r < \eta \quad (3.6)$$

Легко видеть, что, избавившись от иррациональностей в (3.3), приходим к алгебраическому уравнению шестой степени относительно  $p$ . Значит в общем случае значение  $p$  может быть найдено только путем численного решения (3.3).

**4. Погрешность при асимптотически больших значениях  $M$ .** При достаточно больших значениях числа  $M$  величина  $p$ , а значит, и  $\eta$  может быть оценена аналитически.

В самом деле, при заданной (фиг. 3) интенсивности  $p_2$  набегающего на тело скачка, если  $M$  достаточно велико, то

$$p_1 \gg p_2 \quad (4.1)$$

и как следствие этого  $p_1 \gg p_0$  и  $p \gg p_2$ . Тогда уравнение (3.3) с учетом того, что в рассматриваемом приближении  $\rho_1 = [(\gamma + 1) / (\gamma - 1)]\rho_0$ , значительно упростится и может быть записано в форме

$$\frac{(\gamma - 1)(p - p_1)^2}{\rho_0[(\gamma - 1)p_1 + (\gamma + 1)p]} - \frac{p}{\rho_2} - 2\left(\frac{p_1 p}{\rho_0 \rho_2}\right)^{1/2} - \frac{p_1}{\rho_0} = 0 \quad (4.2)$$

Из (4.2) после ряда преобразований окончательно приходим к следующему уравнению третьей степени относительно  $p$ :

$$Ap^3 + Bp^2 + Cp + D = 0 \quad (4.3)$$

$$A = [(\gamma + 1)\rho_0 - (\gamma - 1)\rho_2]^2, \quad B = 2[(\gamma^2 - 1)\rho_0^2 - 4\rho_0\rho_2 - (\gamma - 1)(3\gamma - 1)\rho_2^2]p_1$$

$$C = [(\gamma - 1)^2\rho_0^2 - 2(\gamma - 1)(\gamma + 5)\rho_0\rho_2 + (3\gamma - 1)^2\rho_2^2]p_1^2$$

$$D = -4(\gamma - 1)^2\rho_0\rho_2p_1^3$$

Определяющими параметрами рассматриваемой задачи лобового столкновения двух скачков (фиг. 3) будут  $p_0, \rho_0, p_1, \rho_2, \gamma$ .

Так как из приведенных четырех размерных параметров лишь два имеют независимые размерности, то из общих соображений теории размерности следует, что все зависимые безразмерные величины могут зависеть только от трех безразмерных параметров:  $p_1 / p_0, \rho_2 / \rho_0, \gamma$ . В частности, решение (4.3) будет иметь вид

$$p / p_1 = G(p_1 / p_0, \rho_2 / \rho_0, \gamma)$$

где  $G$  — некоторая безразмерная функция указанных параметров.

При выполнении условия (4.1)  $p_1 \gg p_0$  параметр  $p_0$  несуществен и может быть исключен из определяющих параметров задачи. Тогда

$$p = \Phi_1(\rho_2 / \rho_0, \gamma) p_1 = \Phi(\rho_0, \rho_2, \gamma) p_1 \quad (4.4)$$

где  $\Phi_1$  и  $\Phi$  — безразмерные функции указанных аргументов. Из физических соображений очевидно, что  $\Phi > 0$ .

Итак, искомое решение уравнения (4.3) представляет собой произведение некоторой функции только параметров  $\rho_0, \rho_2, \gamma$  на величину  $p_1$ . Следует заметить, что свойство решения (4.4) может быть установлено также непосредственным анализом корней уравнения (4.3).

Таким образом, если выполняется условие (4.1), то давление нормального отражения преломленного скачка (фиг. 3) при его распространении по области (I) согласно (4.4) и (3.4) будет равно

$$\frac{p}{p_1} = \Psi = \Phi(\rho_0, \rho_2, \gamma) \left[ \frac{(3\gamma - 1)\Phi(\rho_0, \rho_2, \gamma) - (\gamma - 1)}{(\gamma - 1)\Phi(\rho_0, \rho_2, \gamma) + (\gamma + 1)} \right] \quad (4.5)$$

Очевидно, что  $\Psi > 0$ . Но тогда из (4.5) следует:

$$(\partial p_c / \partial p_1)_{\rho_2} = \Psi(\rho_0, \rho_2, \gamma) > 0$$

т. е., как и утверждалось в п. 2, при заданной интенсивности набегающего на тело скачка ( $\rho_2 = \text{const}$ ) увеличение интенсивности головного скачка приводит только к увеличению давления отражения.

Используя соотношения (2.1) и (2.3) для  $p_1$  в (4.5), легко убеждаемся, что при заданном достаточно большом  $M$  давление отражения в критической точке будет определяться выражениями

$$\frac{p_-}{p_0} = \Psi(\rho_0, \rho_2, \gamma) \left[ \frac{2\gamma}{\gamma + 1} M^2 - \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \right] \quad (4.6)$$

$$\frac{p_+}{p_0} = \Psi(\rho_0, \rho_2, \gamma) \left\{ \left[ \frac{\gamma(\gamma + 1)M^2}{4} + 1 \right] + \frac{\gamma M [16 + (\gamma + 1)^2 M^2]^{1/2}}{4} \right\} \quad (4.7)$$

для первой и второй одномерных схем расчета соответственно.

Из (4.6) и (4.7) получим предельное соотношение

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \eta = (\gamma + 1)^2 / 4 \quad (4.8)$$

Тогда из (3.6) придем к следующим точным асимптотическим соотношениям для величин погрешности при  $M \rightarrow \infty$  при применении первой и второй схем расчета соответственно

$$4 / (\gamma + 1)^2 < p_- / p_r < 1, \quad 1 < p_+ / p_r < 1/4 (\gamma + 1)^2 \quad (4.9)$$

Как видно, асимптотические соотношения (4.9) удалось получить без решения исходного уравнения (4.3), основываясь только на установленном (4.4) свойстве этого решения.

**5. Некоторые частные случаи.**

1. Пусть  $\gamma = 1$ . Уравнение (4.2) тогда существенно упрощается и допускает явное решение

$$p = (\rho_2 / \rho_0) p_1, \quad \Phi(\rho_0, \rho_2, 1) = \rho_2 / \rho_0 \quad (5.1)$$

Из (3.4) тогда будем иметь

$$p_c = (\rho_2 / \rho_0)^2 p_1, \quad \Psi(\rho_0, \rho_2, 1) = (\rho_2 / \rho_0)^2 \quad (5.2)$$

Воспользовавшись теперь (4.6), (4.7) и (3.5), при  $\gamma = 1$  и выполнении условия (4.1) для  $\eta$  приближенно будем иметь

$$\eta = 1/2 [2 + M^2 + M(4 + M^2)^{1/2}] M^{-2} \quad (5.3)$$

При  $M \rightarrow \infty$  величина  $\eta \rightarrow 1$ , что совпадает с (4.8) при  $\gamma = 1$ .

2. Рассмотрим теперь другой частный случай. Допустим (фиг. 3), что обусловленная движением тела ударная волна отражается не от другой ударной волны, а от некоторой твердой поверхности. Очевидно, что при определении  $p_c$  необходимо по-прежнему пользоваться соотношением (3.4), положив в нем

$$p = \left\{ \frac{(3\gamma - 1)p_1 - (\gamma - 1)p_0}{(\gamma - 1)p_1 + (\gamma + 1)p_0} \right\} p_1 \quad (5.4)$$

Из (5.4) следует, что независимо от выбранной схемы расчета

$$\lim_{M \rightarrow \infty} p = \left[ \frac{3\gamma - 1}{\gamma - 1} \right] \lim_{M \rightarrow \infty} p_1 \quad (5.5)$$

Тогда, как это легко показать, исходя из (3.4), (2.1), (2.3) и (5.5)

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \left( \frac{p_-}{p_0} \right) = \chi(\gamma) \lim_{M \rightarrow \infty} \left[ \frac{2\gamma}{\gamma + 1} M^2 - \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \right] \quad (5.6)$$

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \left( \frac{p_+}{p_0} \right) = \chi(\gamma) \lim_{M \rightarrow \infty} \left\{ \left[ \frac{\gamma(\gamma + 1)M^2}{4} + 1 \right] + \frac{\gamma M [16 + (\gamma + 1)^2 M^2]^{1/2}}{4} \right\} \quad (5.7)$$

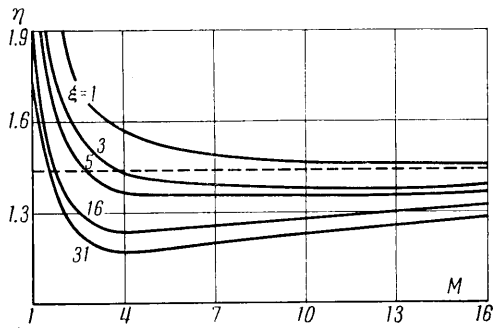
$$\chi(\gamma) = (3\gamma - 1)(2\gamma - 1) / (\gamma - 1)^2 \quad (5.8)$$

На основании (5.6), (5.7) и (3.5) легко теперь доказать, что при  $M \rightarrow \infty$  снова приходим к соотношению (4.8).

Таким образом, оба частных случая приводят к асимптотическому соотношению (4.8) и служат подтверждением его правильности.

**6. Численный расчет и выводы.** Для выяснения области применимости асимптотических соотношений для оценки погрешности (4.8) и (4.9) был проведен численный расчет зависимости  $\eta$  от  $M$  при различных значениях интенсивности набегающего на тело скачка.

Расчеты проводились при изменении  $M$  в интервале от 1 до 20 и для значений  $\xi = p_2 / p_0$ , равных 1, 3, 5, 16 и 31. Показатель адиабаты  $\gamma$  принимался при этом равным 1.4. Результаты расчетов представлены на фиг. 4.

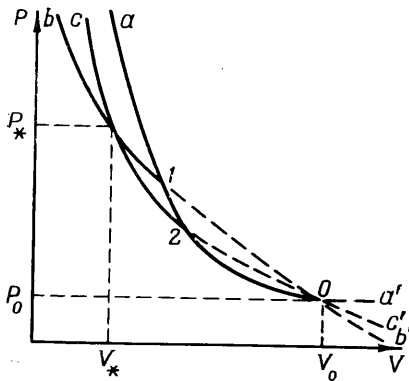


Фиг. 4

Видно, что если  $\xi$  не слишком мало, то с увеличением  $M$  значение  $\eta$  сначала убывает до некоторого минимума, а затем растет, асимптотически приближаясь к значению (4.8) (пунктирная линия), равному в данном случае 1.44. При значениях  $\xi$ , близких к единице,  $\eta$  убывает до этого же асимптотического значения.

Анализ кривых показывает далее, что разность между  $\eta$  и его асимптотическим значением составляет не более 18% при  $M = 5$ , 15% при  $M = 10$ , 12% при  $M = 15$  и 8% при  $M = 20$ . Это значит, что при гиперзвуковых скоростях движения тела оценка погрешности расчета давления в критической точке, обусловленная применением одномерной теории ударных волн, практически всегда может быть проведена на основании одной из асимптотических соотношений (4.9) (в зависимости от выбранной схемы расчета).

Из (4.8) следует, что с уменьшением  $\gamma$  асимптотическое значение  $\eta$ , монотонно падая, приближается к единице. Так как учет реальных свойств газа, связанный с процессами диссоциации и ионизации за сильными скачками, приводит к уменьшению  $\gamma$  [8], то можно утверждать, что учет этих реальных свойств может привести лишь к уменьшению погрешности, связанной с применением одномерной теории.



Фиг. 5

Из фиг. 4 видно, что с увеличением параметра  $\xi$  значение  $\eta$  уменьшается и при не очень больших значениях  $M$  оно может быть значительно ниже своего асимптотического значения. В этих случаях замена истинного значения  $\eta$  его асимптотическим, очевидно, нецелесообразна. Относительно медленное приближение  $\eta$  к своему асимптотическому значению при больших  $\xi$  можно объяснить плохим выполнением условия (4.1).

При  $M$ , близких к единице, погрешность наиболее велика у предельной кривой с параметром  $\xi = 1$ . Эта кривая допускает аналитическую запись ее уравнения при любом  $M$

$$\eta = \frac{(\gamma + 1) \{4 + \gamma(\gamma + 1)M^2 + \gamma M \sqrt{16 + (\gamma + 1)^2 M^2}\}}{4[2\gamma M^2 - (\gamma - 1)]} \quad (6.1)$$

Отсюда следует:

$$\lim_{M \rightarrow 1} \eta = \frac{1}{4} [4 + \gamma(\gamma + 1) + \gamma(17 + 2\gamma + \gamma^2)^{1/2}] \quad (6.2)$$

(при  $\gamma = 1.4$  правая часть (6.2) равна 3.47). При  $M \rightarrow \infty$  снова получаем соотношение (4.8).

**7. Условия, при которых возможны вторичные отражения.** После первого отражения падающего на тело скачка, последний (фиг. 3), распространяясь по области (3) в обратном направлении, взаимодействует с контактным разрывом. При  $\rho_4 > \rho_3$  в сторону тела распространяется новая ударная волна, которая, отражаясь от тела, повышает давление в критической точке. При  $\rho_4 < \rho_3$  в сторону тела распространяется волна разрежения, которая лишь понижает давление в этой точке.

Таким образом,  $\rho_4 > \rho_3$  — условие, при котором имеет место вторичное отражение ударной волны в критической точке. Выразим это условие через исходные параметры задачи. Используя соотношения на скачках и

контактном разрыве, получаем уравнение

$$p_0 p^2 - (p_0^2 + p_1 p_2) p + p_0 p_1 p_2 = 0 \quad (7.1)$$

относительно значения  $p$ , при котором  $\rho_3 = \rho_4$ . Искомые решения будут иметь вид

$$p = p_* = p_1 p_2 / p_0, \quad p = p_0 \quad (7.2)$$

Физический смысл имеет лишь первое из этих решений. На фиг. 5  $aa'$  — ударная адиабата, соответствующая состоянию газа в области (0) (фиг. 3). Точки 1 и 2 на ней соответствуют состояниям газа в областях (1) и (2). Из этих точек, как из исходных, проведены две новые ударные адиабаты  $bb'$  и  $cc'$ , которые должны, как нетрудно показать, пересекать первую в точке 0.

Если  $p_1 > p_2$ , ударные адиабаты  $bb'$  и  $cc'$  будут пересекаться так, как это показано на фиг. 5, т. е. выше точки  $p_* V_*$  ( $V = 1/\rho$ ) кривая  $bb'$  будет проходить левее  $cc'$ . Значит при  $p_1 > p_2$  условие  $\rho_4 > \rho_3$  будет выполняться только ниже точки  $p_* V_*$ . При  $p_1 < p_2$  все будет наоборот, т. е. условие  $\rho_4 > \rho_3$  будет иметь место только выше этой точки.

Таким образом, вторичные отражения будут иметь место, если

$$p_1 > p_2, \quad p < p_1 p_2 / p_0 \quad (7.3)$$

$$p_1 < p_2, \quad p > p_1 p_2 / p_0 \quad (7.4)$$

Здесь под  $p$  подразумевается результирующее давление взаимодействия скачков (1) и (2) (фиг. 3), определяемое из (3.3).

Возникшее в момент столкновения ударных волн реальное соотношение между плотностями по обе стороны от контактного разрыва не изменится до прихода отраженного от поверхности тела скачка. Поэтому можно предположить, что полученные здесь условия (7.3) и (7.4) применимы не только в рамках одномерной теории ударных волн, но и в реальном неодномерном случае взаимодействия ударной волны с движущимся со сверхзвуковой скоростью телом. При этом под  $p_1$  следует понимать давление непосредственно за головным скачком уплотнения, а под  $p_2$  — давление во фронте набегающей на тело ударной волны.

Автор признателен С. С. Григоряну, Е. А. Жмаевой и А. М. Семенову за обсуждение полученных результатов и полезные замечания.

Поступило 15 IV 1971

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ли Тинг, Гайгер Р. Критическая точка тупоносого тела в гиперзвуковом потоке. Сб. «Механика», 1957, № 5.
2. Taylor T. D., Hudgins H. E. Interaction of a blast wave with a blunt body traveling supersonic speeds. AIAA Journal, 1968, No. 3.
3. Бинс Е. В. Определение продолжительности фазы существования повышенного давления, возникающего при пересечении ударных волн. Ракетная техника и космонавтика, 1965, № 12.
4. Лисин Ю. Г., Шугаев Ф. В. Взаимодействие ударной волны с затупленным телом, обтекаемым сверхзвуковым потоком газа. Вестн. МГУ, Физика, астрономия, 1969, № 2.
5. Baltakis F. P. Letter of transmittal from naval ordnance laboratory. Wite Oak, Md. to H. Hudgins, Picatinny Arsenal, Dover, N. Y., Feb. 7, 1966.
6. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. М., Гостехтеоретиздат, 1954.
7. Курант Р., Фридрихс К., Сверхзвуковое течение и ударные волны. М., Изд-во иностр. лит., 1950.
8. Аругюнян Г. М., Белоконов В. А., Карчевский Л. В. О влиянии показателя адиабаты на отражение ударных волн. ПМТФ, 1970, № 1.