УДК 538.4

ОБ ЭВОЛЮЦИОННОСТИ УДАРНЫХ ВОЛН В ПРИБЛИЖЕНИИ ЧУ, ГОЛЬДБЕРГЕРА И ЛОУ

В. Б. БАРАНОВ, М. Д. КАРТАЛЕВ

(*Москва*)

В работе рассматривается задача об эволюционности ударных волн в плазме без столкновений в гидродинамическом приближении Чу, Гольдбергера и Лоу (ЧГЛ). Выявляются особенности условий эволюционности, связанные с анизотропией давления. Результаты представлены на диаграмме в плоскости u_1u_2, где u_1 и u_2 — нормальные составляющие скорости плазмы до и за ударной волной.

Рассмотрим плоскую ударную волну, разделяющую два поступательных потока плазмы, поведение которой описывается гидродинамическими уравнениями в приближении Чу, Гольдбергера и Лоу [1].

В этом приближении плазма считается бесстолкновительной, а давление — анизотропным (давление плазмы вдоль магнитного поля $p_\parallel$ отлично от давления $p_\perp$ поперек поля).

Параметры плазмы до такой ударной волны (в дальнейшем индекс 1) и за ней (индекс 2) должны быть связаны соотношениями на ударной волне, которые в предположении об отсутствии флуктуаций за волной получены в работе [2]. При $p_\parallel = p_\perp$ эти соотношения совпадают с аналогичными соотношениями в изотропной магнитной гидродинамике (см., например, [3]).

При $p_\parallel \neq p_\perp$ требуется дополнительное соотношение на ударной волне, чтобы замкнуть систему уравнений относительно параметров плазмы за волной. В [2] в качестве такого дополнительного соотношения принимается сохранение первого адиабатического инварианта, в [4] используется $p_{\parallel 2} = p_{\perp 2}$, а в [5] считается, что при $B_n = 0$ (B_n — нормальная к фронту ударной волны компонента вектора магнитной индукции) сохраняется тепловая энергия, связанная с движением частиц вдоль магнитного поля.

Все эти предположения не являются достаточно обоснованными, поэтому примем, что дополнительное соотношение имеет вид общей функциональной связи между параметрами до и за ударной волной

$$F(p_{\parallel 1}, p_{\parallel 2}, p_{\perp 1}, p_{\perp 2}, \rho_1, \rho_2, \mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2, \mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, D) = 0 \tag{1}$$

Здесь ρ — плотность плазмы, $\mathbf{B}$ — вектор индукции магнитного поля, $\mathbf{v}$ — вектор скорости плазмы, D — скорость ударной волны.

Исследуем теперь вопрос об эволюционности таких ударных волн. В изотропной магнитной гидродинамике постановка задачи и ее решение были даны в [6, 7]. Будем следовать методу, изложенному в [3]. Рассмотрим взаимодействие плоской ударной волны с плоскими малыми возмущениями, т. е. будем считать, что все функции возмущенного движения зависят только от координаты x (ось x — нормаль к фронту волны) и времени t.

Обозначая через δf_i малое отклонение параметров от их значений в невозмущенном потоке и полагая $D = B_z = w = 0$, что можно сделать вследствие соответствующего выбора системы координат и теоремы компланарности [4] (B_z, w — компоненты вектора индукции магнитного поля и скорости вдоль оси z) из соотношений на ударной волне (после их линеаризации и исключения величины δD) можно получить семь линейных соотношений, связывающих шестнадцать величин $\delta p_{\parallel 1,2}$, $\delta p_{\perp 1,2}$, $\delta u_{1,2}$, $\delta v_{1,2}$, $\delta w_{1,2}$, $\delta B_{y1,2}$, $\delta B_{z1,2}$, $\delta \rho_{1,2}$ ($\delta B_{x1} = \delta B_{x2} = 0$). Как и в изотропной магнитной гидродинамике, два соотношения связывают только величины δw и δB_z, а четыре соотношения связывают все остальные величины и не содержат δw, δB_z.

В дальнейшем будем рассматривать три возможных случая: после линеаризации дополнительное соотношение (1) не содержит δw и δB_z (случай A); содержит хотя бы одно из δw и δB_z и другие параметры (случай B); содержит только δw и δB_z или одно из них (случай C).

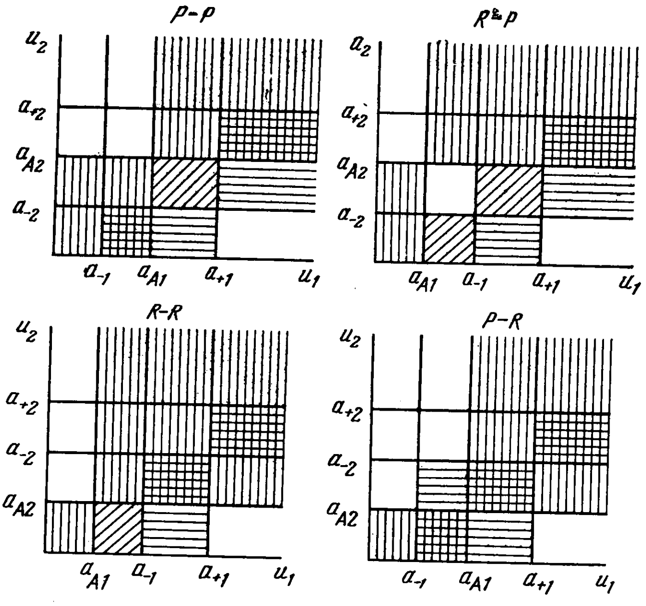
Распространение малых возмущений в приближении ЧГЛ было исследовано в работах [8, 9], где показано, что в области гиперболичности имеются восемь действительных корней характеристического уравнения, определяющих скорости распространения малых возмущений относительно плазмы

$$a_{1,2} = 0, \qquad a_{3,4} = \pm a_A, \qquad a_{5-8} = \pm a_{+,-}$$

где a_A и $a_{+,-}$ — скорости распространения альфвеновских волн, быстрых и медленных магнитозвуковых волн соответственно. В [8, 9] показано, что в отличие от изотропной магнитной гидродинамики, где всегда выполняются неравенства $a_- \leqslant a_A \leqslant \leqslant a_+$, в анизотропной магнитной гидродинамике имеется область, где $a_A \leqslant a_- < a_+$.

В приближении ЧГЛ область, где выполняется первое неравенство, будем обозначать P (псевдомагнитная гидродинамика) согласно [9], а область, где имеет место второе неравенство — R (реверсмагнитная гидродинамика).

Таким образом, как и в изотропной магнитной гидродинамике любые малые возмущения с каждой стороны от ударной волны могут быть представлены в виде суммы семи линейных волн ($a^* = 0$, $\pm a_A$, $\pm a_{+,-}$), однако при $B_n \neq 0$ волна $a^* = 0$ определяется двумя произвольными величинами (энтропийная волна в изотропной



магнитной гидродинамике определяется одной произвольной величиной). Альфвеновская волна, а также быстрая и медленная магнитозвуковые волны определяются одной произвольной величиной (как и в [3] будем называть их амплитудами).

Для эволюционности ударной волны необходимо и достаточно, чтобы амплитуды расходящихся волн можно было однозначно определить из семи линеаризованных соотношений на ударной волне.

Случай А. В этом случае два уравнения связывают амплитуды только альфвеновских волн и пять уравнений — амплитуды остальных волн. Поэтому взаимодействие ударной волны с альфеновскими и другими волнами надо рассматривать отдельно.

На фигуре представлены области эволюционности на плоскости u_1u_2, где u — компонента скорости плазмы относительно ударной волны вдоль оси x. Вертикальная штриховка соответствует областям существования однозначного решения для расходящихся амплитуд альфвеновских волн, а горизонтальная штриховка — областям существования однозначного решения для амплитуд остальных волн. Эволюционным ударным волнам для рассматриваемого случая соответствуют области, покрытые двойной штриховкой. Четыре диаграммы, отмеченные буквами PP, $R-P$, $R-R$ и $P-R$, соответствуют возможным случаям сочетания реверс- и псевдо-МГД до ударной волны (первая буква) и за ударной волной (вторая буква).

Из фигуры 1 видно, что в случае $P-P$, как и в изотропной магнитной гидродинамике, существуют две эволюционные ударные волны — быстрая и медленная, в то время как, например, в случае $R-P$ эволюционной является только быстрая ударная волна.

Случай Б. В этом случае система уравнений для амплитуд не разделяется. Поскольку имеется семь соотношений для определения амплитуд расходящихся волн, а пять амплитуд являются заведомо расходящимися за ударной волной (две амплитуды для $a^* = 0$ и по одной амплитуде для a_A, a_+ и a_-), то для эволюционности необходимо найти условия существования еще двух расходящихся амплитуд. В рассматриваемом случае эволюционными являются ударные волны, эволюционные в случае A, а также волны в областях, отмеченных косой штриховкой на фиг. 1.

Случай В. Здесь три соотношения связывают амплитуды альфвеновских волн. Условиями существования трех амплитуд расходящихся альфвеновских волн будут неравенства

$$u_1 < a_{A1}, \qquad u_2 > a_{A2} \tag{2}$$

Условиями существования однозначного решения для амплитуд остальных волн являются неравенства

$$u_2 < a_{-2}, \qquad u_1 > a_{+1} \tag{3}$$

Так как всегда выполняется неравенство $a_A \leqslant a_+$, то неравенства (2) и (3) несовместимы, т. е. в случае B нет эволюционных ударных волн.

В заключение отметим, что в частном случае $B_n = 0$ имеем $a^* = a_A = a_- = 0$ и $a_+ \neq 0$. Здесь условия эволюционности

$$u_1 > a_{+1}, \qquad u_2 < a_{+2} \tag{4}$$

Анализ частного случая $\mathbf{B} = \mathbf{B}_n$ в случае A приводит к результатам, полученным в работе [10], в которой также получены условия эволюционности (4). Как сообщил И. С. Шикин, некоторые результаты настоящей работы могут быть обобщены для релятивистских уравнений ЧГЛ.

Поступило 16 II 1972

ЛИТЕРАТУРА

1. Chew G., Goldberger M., Low F. The Boltzmann equation and the one-fluid hydromagnetic equations in the absence of particle collisions. Proc. Roy. Soc. Ser A, 1956, vol. 236, No. 1204.
2. Lynn Y. M. Discontinuities in an anisotropic plasma. Phys. Fluids, 1967, vol. 10, No. 10.
3. Куликовский А. Г., Любимов Г. А. Магнитная гидродинамика. М., Физматгиз, 1962.
4. Neubaner E. M. Jump relations for shocks in an anisotropic magnetized plasma. Z. phys., 1970, Bd 237, Nr 3.
5. Лонгмайр К. Физика плазмы. М., Атомиздат, 1966.
6. Ахиезер А. И., Любарский Г. Я., Половин Р. В. Об устойчивости ударных волн в магнитной гидродинамике. ЖЭТФ, 1958, т. 35, № 3.
7. Сыроватский С. И. Об устойчивости ударных волн в магнитной гидродинамике. ЖЭТФ, 1958, т. 35, № 6.
8. Kato Y., Tajiri M., Taniuti T. Propagation of hydromagnetic waves in collisionless plasma I. J. Phys. Soc. Japan, 1966, vol. 21, No. 4.
9. Abraham Shr. Propagation of hydromagnetic waves through on anisotropic plasma. J. Plasma Phys., 1967, vol. 1, pt 3.
10. Morioka S., Spreiter J. Evolutionary conditions for shock waves in collisonless plasma and stability of associated flow. J. Plasma Phys., 1968, vol. 2, pt 2.

УДК 538.4:538.2

ДВИЖЕНИЕ НАМАГНИЧЕННОЙ ПРОВОДЯЩЕЙ ЖИДКОСТИ МЕЖДУ ДВУМЯ ПЛОСКИМИ ЭЛЕКТРОДАМИ В ПОПЕРЕЧНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

И. Е. ТАРАПОВ

(*Харьков*)

Теоретическое и экспериментальное изучение сред, поляризуемых в электромагнитном поле [1–4], в последнее время стимулируется возможными техническими их применениями.

Рассмотрим стационарное плоское движение вязкой проводящей жидкости между двумя пластинами-электродами ($y = 0$ и $y = h$) в постоянном магнитном поле $\mathbf{H}_0$, перпендикулярном к потоку.

Предположим, что изотропная намагничивающаяся жидкость с проводимостью σ, вязкостью μ и плотностью ρ находится в состоянии магнитного насыщения, т. е.

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M}), \qquad \mathbf{M} = \rho K(\theta - T)\mathbf{H} / H \qquad (\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \textit{гн} \cdot \textit{м}^{-1}) \tag{1}$$

где $\mathbf{H}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{M}$ — векторы поля, индукции и намагниченности θ — температура Кюри.