

УДК 533.6.011.55:536.244+533.6.011.55:536.33

ИССЛЕДОВАНИЕ КОНВЕКТИВНОГО И РАДИАЦИОННОГО НАГРЕВА
ПРИ ГИПЕРЗВУКОВОМ ОБТЕКАНИИ ЗАТУПЛЕННЫХ ТЕЛ

Ю. П. ГОЛОВАЧЕВ

(Ленинград)

Исследуется влияние излучения и поглощения энергии в пограничном слое на радиационный нагрев и влияние излучения на конвективный тепловой поток в передней критической точке затупленного тела. С этой целью в широком диапазоне условий входа в атмосферу Земли проведены расчеты вязкого и невязкого течений с учетом и без учета излучения. Указанные эффекты без учета излучения в спектральных линиях, дающего важный вклад в полное излучение высокотемпературного воздуха [1, 2], оценивались в работах [3, 4].

1. Постановка задачи. Будем предполагать, что газ в ударном слое находится в состоянии локального термодинамического равновесия, и пренебрегать изменением давления поперек ударного слоя. Тогда движение вязкого излучающего газа в окрестности передней критической точки затупленного тела может описываться системой уравнений пограничного слоя [5], в которой в уравнении энергии учитывается дивергенция лучистого потока Q , но пренебрегается вязкой диссипацией и работой сил давления. При этом на теле и ударной волне используются следующие граничные условия:

$$\begin{aligned} u_w = v_w = 0, \quad h_w = \text{const} \\ u_s \approx V_\infty x / r, \quad v_s \approx -V_\infty k, \quad h_s \approx \frac{1}{2} V_\infty^2 \end{aligned} \quad (1.1)$$

Здесь u, v — касательная и нормальная к поверхности тела составляющие скорости, h — удельная энтальпия, V_∞ — скорость набегающего потока перед ударной волной, $k = \rho_\infty / \rho_s$ — отношение плотностей при переходе через ударную волну, r — радиус затупления тела, индексом s отмечены значения величин сразу за ударной волной, индексом w — значения величин на поверхности тела.

Давление за отошедшей ударной волной находится по известной формуле

$$p = \rho_\infty V_\infty^2 (1 - k) [1 - (x/r)^2] \quad (1.2)$$

Указанная система уравнений и граничные условия в переменных Дородницына — Лиза имеют вид

$$\frac{1}{\eta_s^2} (lF')' + \Phi F' - \frac{1}{2} F^2 + \frac{\rho_\infty}{\rho} (1 - k) = 0 \quad (1.3)$$

$$\frac{1}{\eta_s^2} \left(\frac{l}{P} g' \right)' + \Phi g' - \frac{r}{\rho V_\infty^3} Q = 0 \quad \left(\Phi = \int_0^\zeta F d\zeta \right)$$

$$F(0) = 0, \quad g(0) = g_w, \quad F(1) = g(1) = 1, \quad \Phi(1) = \frac{1}{\eta_s} \sqrt{\frac{krV_\infty \rho_\infty}{2\mu_s}} \quad (1.4)$$

$$\xi = \int_0^x \rho_s \mu_s u_s x^2 dx, \quad \eta = \frac{u_s x}{\sqrt{2\xi}} \int_0^y \rho dy, \quad \zeta = \frac{\eta}{\eta_s}$$

$$\zeta = \eta / \eta_s, \quad F = u / u_s, \quad g = h / h_s, \quad l = \rho \mu / \rho_s \mu_s$$

P — число Прандтля, μ — коэффициент вязкости, штрих означает дифференцирование по переменной ζ .

Уравнения движения невязкого излучающего газа получаются из уравнений (1.3), если пренебречь членами со старшими производными. Граничные условия в этом случае имеют вид

$$F(1) = g(1) = 1, \quad \Phi(1) = \frac{1}{\eta_s} \sqrt{\frac{krV_\infty \rho_\infty}{2}} \quad (1.5)$$

Если $Q = 0$, уравнения (1.3) описывают движение газа без учета излучения. Граничные условия для функций $F(\zeta)$ и $g(\zeta)$ при этом не изменяются.

При расчете дивергенции лучистого потока ударный слой аппроксимируется одномерным плоским слоем с толщиной, равной отходу ударной волны. Исследование точности этой аппроксимации проводилось, например, в работе [3]. Предполагается, что излучение в ударный слой из области, расположенной перед ударной

волной, не поступает и что поверхность тела поглощает всю подводимую к ней энергию, а излучает энергию, пренебрежимо малую по сравнению с излучением ударного слоя. При таких граничных условиях решение уравнения переноса излучения дает для дивергенции лучистого потока следующее выражение [6]:

$$Q = 2\pi \int_0^{\infty} \kappa_{\nu} \left[2B_{\nu} - \int_0^{\tau_{\nu s}} B_{\nu} E_1(|\tau_{\nu} - t_{\nu}|) dt_{\nu} \right] d\nu \quad (1.6)$$

$$\left(E_n(\tau) = \int_1^{\infty} w^{-n} \exp(-w\tau) dw \right)$$

Здесь ν — частота излучения, κ_{ν} — спектральный линейный коэффициент поглощения с учетом вынужденного испускания, B_{ν} — функция Планка, τ_{ν} — оптическая координата для частоты ν , $E_n(\tau)$ — интегро-экспоненциальная функция.

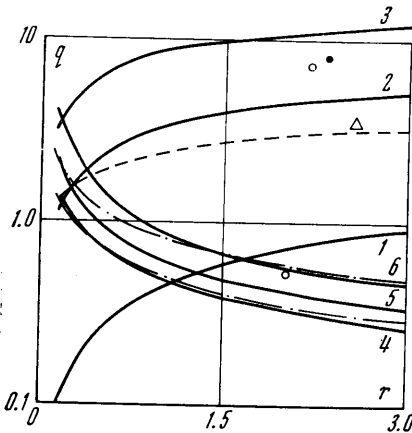
Формулы для определения радиационного и конвективного потоков тепла к поверхности тела и отнесенного к радиусу затупления отхода ударной волны ε имеют вид

$$q_r = 2\pi \int_0^{\infty} \int_0^{\tau_{\nu s}} B_{\nu} E_2(t_{\nu}) dt_{\nu} d\nu$$

$$\left(\tau_{\nu} = \frac{\rho_{\infty} r}{2\Phi(1)} \int_0^{\xi} \frac{\kappa_{\nu}}{\rho} d\xi \right)$$

$$q_c = \frac{\rho_{\infty} \mu_w V_{\infty}^2 \Phi(1)}{\rho_{\infty} r P_w} g'(0),$$

$$\varepsilon = \frac{\rho_{\infty}}{2\Phi(1)} \int_0^1 \frac{d\xi}{\rho} \quad (1.7)$$



Фиг. 1

предложенной в работе [8]. Эта модель построена с учетом основных процессов, дающих вклад в полное излучение высокотемпературного воздуха: излучения в свободно-связанном и свободно-связанном континуумах, атомных линиях и системах молекулярных полос. Значения коэффициента вязкости и числа Прандтля заимствовались из работы [9].

2. Метод решения. Расчет вязкого и невязкого течений сводится к интегрированию системы двух нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений соответственно второго и первого порядков. Решение их получено методом конечных разностей с применением последовательных приближений. По заданному начальному приближению функций $F(\xi)$ и $g(\xi)$ рассчитывались величины η_s , l , P , Φ , ρ и Q , после чего значения $F(\xi)$ и $g(\xi)$ в следующем приближении находились методом прогонки. Расчеты проводились до тех пор, пока значения конвективного и радиационного тепловых потоков к поверхности тела и отхода ударной волны в двух последовательных итерациях не совпадали с заданной точностью. Интегрирование проводилось с переменным шагом, который увеличивался от 0.002 до 0.01 по мере удаления от поверхности тела. При этом обеспечивалась точность определения тепловых потоков и отхода ударной волны не хуже 0.5%.

3. Обсуждение результатов. Расчеты проводились для $T_s = 10\,000$, $12\,500$ и $15\,000^\circ\text{K}$. Радиус затупления и давление в ударном слое варьировались в пределах $0.15\text{ м} \leq r \leq 3\text{ м}$, $0.1\text{ атм} \leq p \leq 10\text{ атм}$. Температура поверхности тела принималась равной 2500°K .

На фиг. 1 представлены результаты расчета вязкого излучающего ударного слоя при $p = 1\text{ атм}$. Сплошными кривыми 1, 2, 3 показана зависимость радиационного теплового потока в квт/см^2 от радиуса затупления в м для $T_s = 10\,000$, $12\,500$ и $15\,000^\circ\text{K}$. Светлые кружки — результаты работы [10] для $T_s = 10\,000$ и $15\,000^\circ\text{K}$. Пунктирная кривая построена по данным этой работы для $T_s = 12\,500^\circ\text{K}$. Темный кружок — результат работы [11] для $T_s = 15\,000^\circ\text{K}$. Треугольником показано значение q_r для $T_s = 12\,500^\circ\text{K}$, найденное в работе [12]. Все приведенные результаты получены при $p = 1\text{ атм}$. В работах [10, 12] рассмотрено невязкое течение равно-

весного воздуха в окрестности передней критической точки с учетом континуально-го излучения, излучения молекулярных полос и атомных линий. В работе [11] значение радиационного теплового потока в критическую точку получено из расчета вязкого ударного слоя с учетом тех же радиационных процессов. Полученные в данной работе значения лучистого потока совпадают с результатами работ [10-12] в пределах точности современных данных по оптическим свойствам высокотемпературного воздуха.

Сплошные кривые 4, 5, 6 представляют собой зависимость конвективного теплового потока в квт/см^2 от радиуса затупления в м для тех же значений температуры. Для $T_s = 10\,000$ и $15\,000^\circ\text{К}$ штрих-пунктирными линиями показаны значения конвективного потока, рассчитанные по формуле Фэя — Ридделла [13] при используемых обычно допущениях

$$L \approx 1, \quad (\rho_w \mu_w / \rho_s \mu_s)^{0.1} \approx 1, \quad h_s \gg h_w \quad (3.1)$$

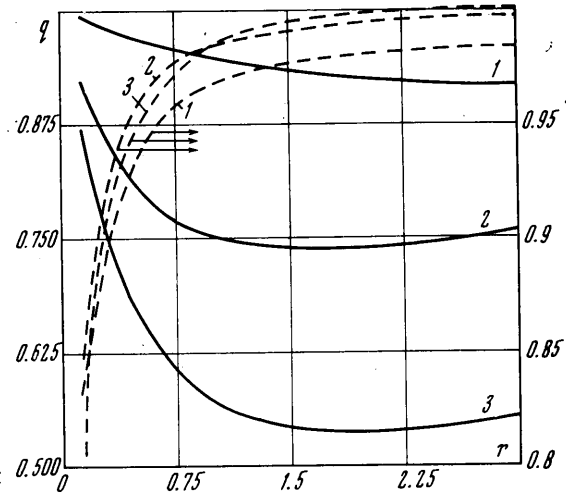
где L — число Льюиса. Видно, что применение формулы Фэя — Ридделла, не учитывающей излучение газа, приводит к значениям конвективного потока, довольно близким к получающимся из расчета вязкого излучающего ударного слоя. Это объясняется, очевидно, тем, что изменение q_c за счет излучения в рассмотренных условиях оказывается примерно равным погрешности, возникающей при использовании допущений (3.1). Как уже отмечалось в работах [1, 2], с увеличением радиуса затупления конвективный поток в излучающем газе убывает быстрее, чем это следует из формулы Фэя — Ридделла ($q_c \sim 1/\sqrt{r}$).

На фиг. 2 для тех же условий приведено отношение конвективного теплового потока к его значению, рассчитанному без учета излучения (сплошные кривые), и отношение радиационного теплового потока к его значению, полученному из решения задачи невязкого обтекания (штриховые кривые, масштаб справа). Цифры 1, 2, 3 соответствуют $T_s = 10\,000$, $12\,500$ и $15\,000^\circ\text{К}$. Видно, что в рассмотренных условиях излучение газа приводит к существенному уменьшению конвективного нагрева. С увеличением T_s влияние излучения на конвективный тепловой поток увеличивается. Для $T_s = 12\,500$ и $15\,000^\circ\text{К}$ (сплошные кривые 2, 3) с увеличением радиуса затупления влияние излучения на конвективный поток сначала увеличивается, а затем несколько уменьшается, так как при достаточно больших оптических толщинах ударного слоя начинает уменьшаться высвечивание газа в пристеночной области.

Для рассмотренных условий радиационный тепловой поток меньше полученного из решения задачи невязкого обтекания (штриховые кривые), так как пограничный слой экранирует поверхность тела от излучения ударного слоя. Поглощение лучистой энергии в пограничном слое приводит к заметному уменьшению радиационного потока лишь при малых радиусах затупления ($r \lesssim 1 \text{ м}$). Очевидно, при больших радиусах затупления основной вклад в лучистый поток к поверхности тела дает излучение, для которого пограничный слой практически прозрачен.

На фиг. 3 сплошными кривыми показана зависимость тепловых потоков q_r и q_c в квт/см^2 от давления в ударном слое в атм при $T_s = 12\,500^\circ\text{К}$, $r = 1 \text{ м}$. Светлый кружок и треугольник — результаты работ [10, 14] для невязкого ударного слоя. Как уже отмечалось выше, полученные в работе значения радиационного потока удовлетворительно совпадают с известными данными. Штрих-пунктирной линией нанесены значения конвективного потока, полученные по формуле Фэя — Ридделла с использованием предположений (3.1).

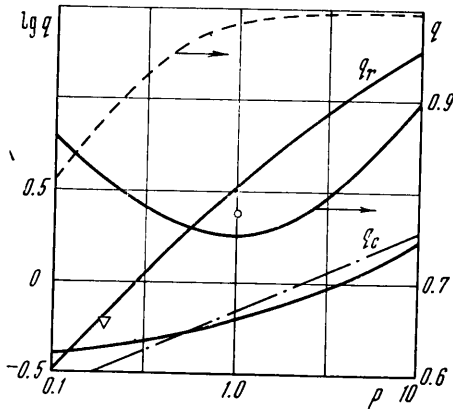
На этой же фигуре (масштаб справа) представлено отношение конвективного потока к его значению, полученному без учета излучения (сплошная кривая), и отношение лучистого потока к его значению, полученному из решения задачи невязкого обтекания (штриховая кривая). Повышение давления в ударном слое приводит к увеличению высвечивания и тем самым к увеличению влияния излучения



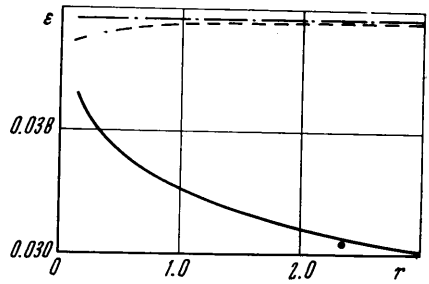
Фиг. 2

на конвективный тепловой поток. При $p \geq 1$ атм начинает играть роль увеличение оптической толщины ударного слоя, приводящее к «запиранию» излучения пристеночной области. Поэтому при дальнейшем увеличении давления влияние излучения на конвективный нагрев уменьшается. С понижением давления происходит утолщение пограничного слоя. В результате становится более заметным уменьшение лучистого потока за счет поглощения энергии в пограничном слое.

На фиг. 4 представлено изменение отхода ударной волны ε в зависимости от радиуса затупления в м при $T_s = 15000^\circ \text{К}$, $p = 1$ атм. Сплошной кривой показана



Фиг. 3



Фиг. 4

зависимость $\varepsilon(r)$, полученная из расчета течений излучающего газа. При этом значения ε для вязкого и невязкого ударных слоев практически совпадают. Темным кружком отмечено значение отхода ударной волны, рассчитанное в работе [14]. Штриховой и штрих-пунктирной кривыми показаны результаты, полученные без учета излучения для вязкого и невязкого ударных слоев соответственно. Видно, что для этих случаев значения ε оказываются весьма близкими. Сравнение результатов, приведенных на фиг. 4, указывает на существенное уменьшение отхода ударной волны за счет выхода излучения из ударного слоя.

ЛИТЕРАТУРА

Поступило 5 VII 1971

1. Биберман Л. М., Бронин С. Я. К теории нагрева при гиперзвуковом обтекании. Докл. АН СССР, 1968, т. 182, № 3.
2. Бреев И. М., Головачев Ю. П., Лунькин Ю. П., Попов Ф. Д. Обтекание затупленных тел вязким излучающим газом. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1970, т. 10, № 5.
3. Стулов В. П., Шапиро Е. Г. Влияние излучения на теплообмен в критической точке затупленного тела. Изв. АН СССР, МЖГ, 1969, № 2.
4. Chou Y. S., Blake L. H. Energy — momentum coupling in radiating shock layers about a blunt body. AIAA Journal, 1970, vol. 8, No. 9. (Рус. перев.: Взаимодействие переноса энергии и количества движения в излучающем сжатом слое около затупленного тела. Ракетная техника и космонавтика, 1970, т. 8, № 9.)
5. Burggraf O. R. Asymptotic solution for the viscous radiating shock layers. AIAA Journal, 1966, vol. 4, No. 10. (Рус. перев.: Асимптотическое решение для сжатого слоя вязкого излучающего газа. Ракетная техника и космонавтика, 1966, т. 4, № 10.)
6. Бай Ши-и. Динамика излучающего газа. М., «Мир», 1968.
7. Михайлов В. В. Приближенное аналитическое представление термодинамических функций воздуха. Инж. сб., 1964, т. 31, стр. 206—216.
8. Olstad W. B. Nongray radiating flow about smooth symmetric bodies with large blowing. AIAA Journal, 1971, vol. 9, No. 1 (Рус. перев.: Обтекание гладких симметричных тел потоком с селективным излучением. Ракетная техника и космонавтика, 1971, т. 9, № 1.)
9. Hansen C. F. Approximations for the thermodynamic and transport properties of high-temperature air. NASA TR, R-50, 1959.
10. Page W. A., Compton D. L., Borucki W. J., Ciffon D. L., Cooper D. M. Radiative transport in inviscid nonadiabatic stagnation-region shock layers. AIAA paper, 1968, No. 68—784.
11. Wilson K. H. Massive blowing effects on viscous radiating stagnation — point flow. AIAA paper, 1970, No. 70—203.

12. Chin J. H. Radiation transport for stagnation flows including effects of lines and ablation layer. AIAA Journal, 1969, vol. 7, No. 7. (Рус. перев.: Перенос излучения при течи в окрестности передней критической точки с учетом влияния излучения в линиях и слоях продуктов абляции. Ракетная техника и космонавтика, 1969, т. 7, № 7.)
13. Фэй Д., Ридделл Ф. Теоретический анализ теплообмена в передней критической точке, омываемой диссоциированным воздухом. В сб.: «Газодинамика и теплообмен при наличии химических реакций», М., Изд-во иностр. лит., 1962, стр. 190—224.
14. Стулов В. П., Шапиро Е. Г. Излучение ударного слоя при гиперзвуковом обтекании затупленных тел воздухом. Изв. АН СССР, МЖТ, 1970, № 1.

УДК 533.6.011.55 : 536.7

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ АППРОКСИМАЦИЙ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ В ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ РАСЧЕТАХ

В. Г. ПАВЛОВ

(Москва)

При исследовании гиперзвуковых течений модель совершенного газа с постоянными теплоемкостями становится непригодной. Вместо простого уравнения состояния совершенного газа к газодинамической системе уравнений приходится добавлять в этом случае систему уравнений, описывающую физико-химические процессы, происходящие в газе при высокой температуре (возбуждение внутренних степеней свободы молекул, диссоциацию молекул, ионизацию атомов и т. д.).

В предположении равновесности протекающих физико-химических процессов добавляемая система уравнений является независимой от газодинамической и ее можно решать отдельно, а затем уже, используя полученное решение, определять необходимые связи между термодинамическими параметрами.

Однако получаемые при этом термодинамические функции могут быть представлены лишь в виде очень громоздких таблиц, для воздуха, например, они занимают более 800 страниц трех книг достаточно большого формата [1-3]. Такие таблицы крайне неудобны для использования при проведении расчетов на быстродействующих вычислительных машинах. Поэтому для этих целей необходимые термодинамические зависимости обычно аппроксимируют каким-либо образом. Аппроксимации выполняются с некоторыми погрешностями, которые как-то влияют на точность проводимых расчетов.

В данной работе рассматривается вопрос о влиянии указанных погрешностей на примере решения Прандтля — Майера и на примере расчета сверхзвуковой области течения около затупленных конусов.

1. Для расчета газодинамических течений методом, предложенным в работе [4], необходимо иметь термодинамические зависимости для скорости звука и плотности

$$a = a(p, i), \quad \rho = \rho(p, i) \quad (1.1)$$

где a , ρ , p , i — скорость звука, плотность, давление и энтальпия соответственно.

Для равновесно диссоциирующего воздуха указанные функции, представляющие собой аппроксимации табличных данных, могут содержать некоторые погрешности. Чтобы выяснить влияние этих погрешностей, поступим следующим образом. Выберем некоторое уравнение состояния за истинное (пусть ему соответствуют функции $\rho^*(p, i)$, $a^*(p, i)$), и будем вносить в эти функции заранее известные относительные ошибки

$$\rho = \rho^* \left(1 + \frac{\delta\rho}{\rho} \right), \quad a = a^* \left(1 + \frac{\delta a}{a} \right) \quad (1.2)$$

Варируя величины $\delta\rho/\rho$, $\delta a/a$ и моделируя тем самым различные по величине и знаку погрешности аппроксимации, исследуем их влияние на результаты расчетов.

Остановимся сначала на простом случае течения — течения Прандтля — Майера. Оно описывается системой уравнений

$$dp = \frac{p}{B} d\theta, \quad di = \frac{dp}{\rho}, \quad B = \frac{\sqrt{M^2 - 1}}{M^2} \frac{p}{\rho a^2} \quad (1.3)$$

где θ — угол наклона скорости к некоторому заданному направлению, M — местное число Маха.