

УДК 533.6.011.72 : 538.4

ИССЛЕДОВАНИЕ АДИАБАТЫ ИОНИЗУЮЩИХ УДАРНЫХ ВОЛН В НАКЛОННОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

А. А. БАРМИН, Е. А. ПУШКАРЬ

(Москва)

Особенность ионизирующих ударных волн в магнитном поле состоит в том, что для их описания кроме обычных соотношений, следующих из интегральной формы основных уравнений, необходимо использовать дополнительные соотношения, полученные при рассмотрении структуры таких волн [1, 2]. Число и характер этих соотношений зависят от типа волны, а конкретный вид их определяется диссипативными процессами в узкой зоне, представляющей собой структуру волны. Напомним, что тип волны определяется соотношением между скоростью газа и скоростями малых возмущений до и после волны. Ионизирующая ударная волна генерирует впереди себя электромагнитную волну определенной интенсивности, изменяющую начальное поле. Таким образом, ионизирующая ударная волна в зависимости от типа определяется различным числом параметров.

В этой работе для случая произвольно ориентированного магнитного поля разрешаются условия на ионизирующих ударных волнах с учетом дополнительных соотношений, следующих из структуры, и качественно исследованы адиабаты с учетом условий эволюционности. При этом дополнительные соотношения берутся для случая, когда главным диссипативным механизмом является магнитная вязкость [2]. Влияние на адиабату энергии, идущей на диссоциацию и ионизацию газа, учитывается качественно заданием скачка связанной (химической) энергии на разрыве. Отметим, что наряду с ударными адиабатами-линиями исследованы ударные адиабаты-поверхности, что соответствует ионизирующим волнам, характеризующимся двумя параметрами (медленные волны).

Адиабаты ионизирующих ударных волн рассчитывались численно, когда магнитное поле перед волной нормально поверхности разрыва, в [3-8], а при произвольной ориентации магнитного поля — в [9]. При этом использовались некоторые дополнительные условия, необоснованные с точки зрения существования структуры. Так, например, задавалось электрическое поле, которое, как будет видно из дальнейшего, не может быть задано произвольно. В работах [10, 11] качественно исследовалось изменение скорости в ионизирующих ударных волнах различного типа с учетом дополнительных соотношений и ограничений, следующих из структуры, применительно к задаче о поршне. Результаты указанных работ подробнее изложены в обзоре [12].

Разрешим условия на ионизирующих ударных волнах и исследуем их эволюционность. Выберем систему координат, связанную с поверхностью разрыва, так что величины v_y, v_z, H_z перед разрывом равны нулю. При этом ось x направим по нормали к поверхности разрыва, а оси y и z — в касательной плоскости. Будем считать, что внутренняя энергия

$$\varepsilon = p / (\gamma - 1) \rho + C$$

Пусть перед волной $C_1 = 0$, а за волной $C_2 = C > 0$, где C — удельная энергия ионизации. Используя закон Ома и непрерывность касательной составляющей электрического поля, законы сохранения массы, импульса и энергии на ионизирующей ударной волне можно привести к виду

$$\rho_1 v_{x_1} = \rho_2 v_{x_2} \quad (1)$$

$$p_1 \mathbf{n} + \rho v_{x_1} \mathbf{v}_1 - \frac{H_x H_{\tau_1}}{4\pi} + \frac{H_{\tau_1}^2 \mathbf{n}}{8\pi} = p_2 \mathbf{n} + \rho_2 v_{x_2} \mathbf{v}_2 - \frac{H_x H_{\tau_2}}{4\pi} + \frac{H_{\tau_2}^2 \mathbf{n}}{8\pi} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & \rho_2 v_{x2} \left(\frac{P_2}{(\gamma - 1) \rho_2} + C + \frac{v_2^2}{2} \right) + p_2 v_{x2} - \\ & - \rho_1 v_{x1} \left(\frac{P_1}{(\gamma - 1) \rho_1} + v_1^2/2 \right) - p_1 v_{x1} = (4\pi)^{-1} (H_x v_{\tau 2} - v_{x2} H_{\tau 2}) (H_{\tau 2} - H_{\tau 1}) \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь обозначения общеприняты, а индексы 1 и 2 относятся к величинам перед волной и за волной соответственно.

Будем считать заданными термодинамические параметры γ , C и все величины с индексом 1, кроме скорости волны v_{x1} . В систему (1)–(3) электрическое поле не входит и может быть определено из соотношения

$$\mathbf{E}_{\tau 1} = c^{-1} (\mathbf{v}_2 \times \mathbf{H}_2) \quad (4)$$

Для простоты волну будем считать плоской, т. е. $H_{z2} = 0$, $v_{z2} = 0$. Перейдем к следующим безразмерным переменным:

$$\begin{aligned} h_{yi} &= \frac{H_{yi}}{H_x}, \quad \eta = \frac{\rho_1}{\rho_2}, \quad P_i' = \frac{4\pi p_i}{H_x^2}, \quad V_{\alpha i} = \frac{v_{\alpha i}}{a_{\alpha i}} = \frac{v_{\alpha i} \sqrt{4\pi \rho_i}}{H_x}, \quad G = \frac{4\pi C \rho_1}{H_x^2} \\ \Delta h &= h_{y2} - h_{y1}, \quad \alpha = x, y, \quad i = 1, 2 \end{aligned}$$

Вводя безразмерный скачок полного давления ΔP , из уравнений (1)–(3) получим

$$P_2' = P_1' + \Delta P - (0.5 \Delta h^2 + h_{y1} \Delta h) \quad (5)$$

$$\eta = V_{x2}^2 (V_{x2}^2 + \Delta P)^{-1}, \quad V_{x1}^2 = V_{x2}^2 + \Delta P$$

$$V_{x2}^2 = \frac{\gamma - 1}{2} \frac{(\Delta P)^2 + 2(\gamma P_1' (\gamma - 1)^{-1} - G) \Delta P + \Delta h^2}{\Delta P + (\gamma - 1) G - [0.5(2 - \gamma) \Delta h^2 + h_{y1} \Delta h]} \quad (6)$$

Таким образом, все искомые величины выражаются через ΔP , Δh и V_{x2}^2 , которые связаны между собой соотношением (6), получающимся из (3). Заметим, что (6) для неплоского случая имеет такой же вид, но начальное магнитное поле и его скачок необходимо считать векторными величинами.

Для медленных сверхзвуковых ионизирующих ударных волн дополнительные соотношения отсутствуют и интенсивность ударной волны определяется двумя параметрами [2], в качестве которых возьмем ΔP и Δh . Тогда из (6) найдем значение V_{x2}^2 , а по (5) — остальные величины за скачком и скорость волны.

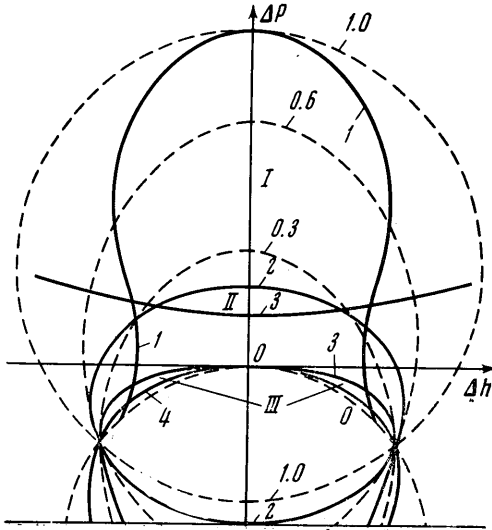
В плоском случае на сверхзвуковых промежуточных и быстрых ионизирующих ударных волнах имеет место одно дополнительное соотношение, задающее величину скачка магнитного поля как функцию параметров перед волной. При $G = 0$ на быстрой волне магнитное поле непрерывно ($\Delta h = 0$), на промежуточной — либо непрерывно, либо скачок задан соотношением

$$\Delta h = 2h_{y1} \frac{(V_{x2}^2 - 1)^2 - (h_{y1}^2 + \gamma P_1' - 1)(V_{x2}^2 - 1) - h_{y1}^2}{(\gamma - 1)(V_{x2}^2 - 1)^2 - (\gamma - 2)h_{y1}^2(V_{x2}^2 - 1) + h_{y1}^2} \quad (7)$$

Таким образом, в этом случае, задав ΔP , можно найти все остальные величины; при этом изменение величин в быстрых волнах такое же, как в газодинамических ударных волнах.

Для дозвуковых медленных и промежуточных ударных волн имеет место еще одно дополнительное соотношение $T = T^*$, где T^* — температура, при которой включается проводимость. Это соотношение определяет интенсивность распространяющейся впереди газодинамической удар-

ной волны независимо от параметров ионизирующей волны, так что число дополнительных соотношений на самих ионизирующих волнах остается тем же, что и в сверхзвуковом случае. Таким образом, дозвуковая волна распространяется по «приготовленному» состоянию газа. При построении адиабат будем считать, что это состояние задано теми же значениями ρ_1



Фиг. 1

и p_1 , что и для сверхзвуковых волн, но температура равна критической. Быстрые дозвуковые волны не имеют структуры.

Рассмотрим в пространстве $\Delta P, \Delta h, V_{x2}^2$ поверхность, задаваемую выражением (6). В силу сказанного для медленных волн адиабатой будет двумерная часть этой поверхности, для быстрых и промежуточных — линия на этой поверхности. Запишем в этом пространстве ограничения, следующие из физических соображений и условий эволюционности. Из условия положительности квадратов скоростей и газодинамического давления имеем

$$\begin{aligned} P_1' + \Delta P - (0.5 \Delta h^2 + \\ + h_{y1} \Delta h) > 0, \quad V_{x2}^2 + \\ + \Delta P > 0 \end{aligned} \quad (8)$$

Равенства $v_{x1} = a_0$ (звуковая линия) и $v_{x2} = a_2$ (линия Жуге) в этих переменных запишутся в виде

$$V_{x2}^2 + \Delta P - \gamma P_1' = 0 \quad (9)$$

$$0.5 \Delta h^2 + h_{y1} \Delta h - P_1' - \Delta P + \gamma^{-1} V_{x2}^2 (1 + (h_{y1} + \Delta h)^2 (1 - V_{x2}^2)^{-1}) = 0 \quad (10)$$

Для медленных волн ($v_{x2}^2 < a_2^{-2}$) левая часть (10) меньше нуля, а для промежуточных ($a_2^{-2} < v_{x2}^2 < a_{A2}$) больше нуля. При этом адиабаты медленных и промежуточных волн лежат ниже плоскости $V_{x2}^2 = 1$, а быстрых — выше.

Качественный характер адиабаты для ионизирующих ударных нормальных волн ($h_{y1} = 0$) представлен на фиг. 1. Здесь на плоскости $\Delta h \Delta P$ сплошными линиями изображены линии Жуге и звуковая, $T = T_0$ и $\eta = \infty$ (кривые 1, 2, 3, 4 соответственно), а штриховыми линиями представлены сечения поверхности (6) плоскостями $V_{x2}^2 = \text{const}$ (соответствующие константы проставлены у линий). Напомним, что нормальные промежуточные ионизирующие волны отсутствуют. Сверхзвуковым медленным волнам соответствует область I, а дозвуковым — области II и III.

В этом случае сверхзвуковые волны всегда представляют собой волны сжатия ($\eta < 1, \Delta P > 0$). Дозвуковые волны при $G = 0$ и при G , удовлетворяющих следующему неравенству

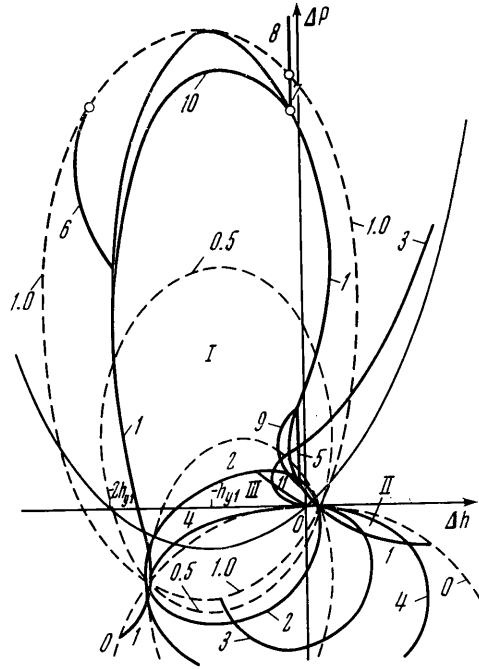
$$G - P_1' + \sqrt{P_1'^2 + G^2} - \sqrt{2\gamma(\gamma - 1) / (\gamma + 1)} \sqrt{P_1' G} > 0 \quad (11)$$

будут волнами разряжения. В противном случае дозвуковые волны могут быть как волнами сжатия (область II), так и волнами разряжения (об-

ласть III). При этом сверхзвуковые медленные ионизирующие ударные волны могут отсутствовать. В частности, их нет при $\gamma P_1' > 1$ ($G = 0$).

Здесь и в дальнейшем при построении адиабаты значение T^* не фиксировалось, лишь считалось, что $T_2 > T^*$. Таким образом, в случае сверхзвуковых волн чем меньше их интенсивность (ближе к звуковой линии), тем меньше должна быть величина $T^* - T_1 > 0$. Как уже говорилось выше, в дозвуковых волнах $T_1 = T^*$. Если зафиксировать T^* , то часть сверхзвуковой адиабаты, соответствующая волнам с $T_2 < T^*$, будет недействительной. Соответствующие значения параметров ΔP и Δh при фиксированном начальном состоянии можно получить в комбинации газодинамической ударной волны и дозвуковой ионизирующей волны.

Качественное поведение адиабаты для ионизирующих ударных волн в наклонном магнитном поле представлено на фиг. 2 (соответственно для случаев сверхзвуковых и дозвуковых волн). Здесь сплошные линии 1, 2, 3 и 4 и пунктирные линии те же, что и на фиг. 1. Сверхзвуковым медленным волнам соответствует область I, а медленным дозвуковым — области II и III, промежуточным и быстрым ионизирующим волнам — линии 5, 6, 7 и 8 соответственно. Заметим, что при $G = 0$ линии 5, 7 и 8 соответствуют волнам с непрерывным полем.



Фиг. 2

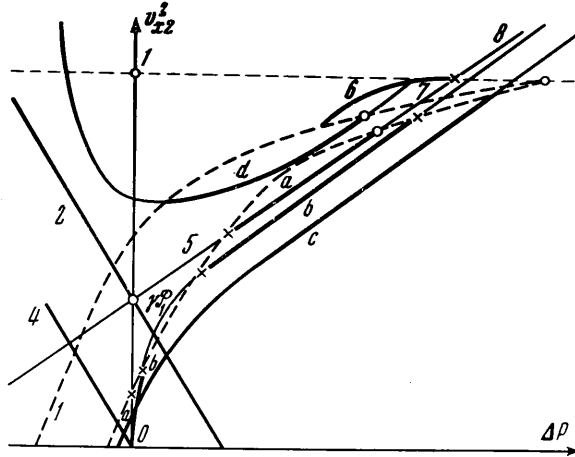
Кроме указанных линий область, соответствующая медленным волнам, в этом случае ограничена линиями 9—11. Эти ограничения возникают из требования существования структуры таких волн. На линиях 9 и 10 скорость распространения промежуточной волны равна скорости следующей за ней медленной магнитогидродинамической ударной волны. На линии 11 изменение параметров в медленной ионизирующей ударной волне совпадает с изменением параметров в медленной магнитогидродинамической ударной волне.

На фиг. 3 представлено сечение поверхности (6) плоскостями $\Delta h = \text{const}$, а также проекции линий на адиабатной поверхности на плоскость $(\Delta P, V_{x2}^2)$. Здесь пунктирная линия — проекция линии Жуге на эту плоскость, а линии 2, 4—8 соответствуют линиям на фиг. 2. Линии a—d есть проекции сечений $\Delta h = \text{const}$, причем a соответствует $\Delta h = 0, G = 0$, b — сечению $\Delta h = 0, G \neq 0$, c — $\Delta h > 0$ и d — $\Delta h < -h_{y1}$.

Отметим, что соотношение (6) допускает непрерывные дозвуковые решения (при $G = 0$), которые, однако [12], неэволюционны.

В ионизирующих ударных волнах вдоль линии Жуге расход монотонно растет в дозвуковой волне от минимального, соответствующего максимальному разряжению, до расхода в звуковой волне и далее в сверхзвуковой волне до максимального, соответствующего альфвеновской скорости за волной.

В отличие от нормальных ударных волн медленные сверхзвуковые волны в наклонном магнитном поле могут быть как волнами сжатия, так и волнами разряжения. Отметим, что в медленных ионизирующих ударных волнах изменение плотности может превышать $(\gamma + 1) / (\gamma - 1)$, так же как и в быстрых магнитогидродинамических ударных волнах.



Фиг. 3

При $G = 0$ и $h_{y1} \neq 0$ волны с положительным скачком магнитного поля отсутствуют при следующих начальных данных:

$$[1 + \gamma P_1' - h_{y1}^2 (\gamma - 1) / (\gamma + 1)]^2 - 4\gamma P_1' < 0$$

т. е. невозможны медленные волны с непрерывным полем, которые рассматриваются авторами [9]. В медленных ионизирующих ударных волнах касательная составляющая магнитного поля может менять знак в отличие от медленных магнитогидродинамических ударных волн.

Поступило 23 III 1972

ЛИТЕРАТУРА

1. Куликовский А. Г., Любимов Г. А. О магнитогидродинамических ударных волнах, понизующих газ. Докл. АН СССР, 1959, т. 129, № 1.
2. Бармин А. А., Куликовский А. Г. Об ударных волнах, ионизирующих газ при наличии произвольно ориентированного магнитного поля. В сб. «Проблемы гидродинамики и механика сплошных сред», М., «Наука», 1969, стр. 35—48.
3. Kunkel W. B., Cross R. A. Hydromagnetic ionizing waves. Plasma hydromagnetics. Stanford Calif. Univ. Press., 1962, pp. 58—82.
4. Woods L. C. On ionizing shock waves in cylindrical plasma. J. Fluid Mech., 1965, vol. 22, No. 4.
5. Taussing R. T. Normal ionizing shock waves. Phys. Fluids, 1965, vol. 8, No. 9.
6. Taussing R. T. Normal ionizing shock waves with equilibrium chemistry in hydrogen. Phys. Fluids, 1966, vol. 9, No. 3.
7. Cross R. A., Levine L., Geldon F. Ionizing switch-on shock waves. Phys. Fluids, 1966, vol. 9, No. 5.
8. James B. W., Chapman — Jouguet solution for normal ionizing shock waves in hydrogen. Phys. Letters, 1969, vol. A29, No. 9.
9. Taussing R. T. Comparison of oblique normal and transverse ionizing shock waves. Phys. Fluids, 1967, vol. 10, No. 6.
10. Бармин А. А., Куликовский А. Г. Изменение скорости газа в ионизирующих ударных волнах. Задача о проводящем поршне. ПММ, 1968, т. 32, № 3.
11. Бармин А. А. Изменение скорости газа в нормальной ионизирующей ударной волне и задача о проводящем поршне. ПММ, 1968, т. 32, № 5.
12. Бармин А. А., Куликовский А. Г. Фронты ионизации и рекомбинации в электромагнитном поле. «Итоги науки», ВИНТИ, Гидромеханика, т. 5, М., 1971.