

УДК 533.6.011:533.6.013.2.011

## УСТАНОВЛЕНИЕ ОБТЕКАНИЯ ПРИ ПАДЕНИИ УДАРНОЙ ВОЛНЫ НА ЦИЛИНДР И СФЕРУ

В. П. КОЛГАН, А. С. ФОНАРЕВ

(Москва)

Рассмотрена задача о дифракции ударной волны на неподвижных сфере и цилиндре. Использован конечно-разностный метод, предложенный С. К. Годуновым [1, 2]. Численные решения получены для стадии дифракции ударной волны и для последующего установившегося обтекания. Рассмотрены случаи до-, транс- и сверхзвукового потока за ударной волной. При дифракции сильных ударных волн обнаружено появление зон возвратного течения в окрестности хвостовой части тела.

**1. Постановка задачи.** Пусть на неподвижное тело (сферу или цилиндр) радиуса  $r = r_0$  слева набегают плоская ударная волна с постоянными параметрами за фронтом. Пусть в начальный момент времени  $t = 0$  фронт ударной волны подошел к поверхности тела. Поместим начало прямоугольной системы координат  $x y$  в центр тела, ось  $x$  направим по направлению движения фронта ударной волны.

Зададим начальные условия в следующем виде:

перед ударной волной

$$x \geq -r_0, \quad p = p_1, \quad \rho = \rho_1, \quad u = u_1 = 0, \quad v = v_1 = 0 \quad (1.1)$$

за ударной волной

$$x \leq -r_0, \quad p = p_2, \quad \rho = \rho_2, \quad u = u_2, \quad v = v_2 = 0 \quad (1.2)$$

Параметры с индексами 1 и 2 связаны между собой соотношениями на ударной волне.

Систему дифференциальных уравнений газовой динамики при обычных предположениях об отсутствии вязкости и теплопроводности запишем в дивергентном виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho y^v) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u y^v) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v y^v) &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho u y^v) + \frac{\partial}{\partial x}[(p + \rho u^2) y^v] + \frac{\partial}{\partial y}(\rho u v y^v) &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho v y^v) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u v y^v) + \frac{\partial}{\partial y}[(p + \rho v^2) y^v] &= \nu p \end{aligned} \quad (1.3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left[ \rho \left( e + \frac{u^2 + v^2}{2} \right) y^v \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \rho u \left( e + \frac{p}{\rho} + \frac{u^2 + v^2}{2} \right) y^v \right] + \\ + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \rho v \left( e + \frac{p}{\rho} + \frac{u^2 + v^2}{2} \right) y^v \right] = 0 \end{aligned}$$

В качестве уравнения состояния примем уравнение состояния идеального газа

$$p = (\gamma - 1)\rho e \quad (1.4)$$

В соотношениях (1.1) — (1.4) использованы следующие обозначения:  $p$  — давление газа,  $\rho$  — плотность,  $u$ ,  $v$  — составляющие вектора скорости в направлении осей  $x$  и  $y$  соответственно,  $e$  — внутренняя энергия единицы массы газа,  $\gamma$  — показатель адиабаты,  $\nu = 0$  или 1 соответствует плоскому или осесимметричному течению. В расчетах полагалось  $\gamma = 1.4$  (воздух).

Зададим на поверхности тела обычные условия непротекания: при  $x^2 + y^2 = r_0^2$  нормальная составляющая вектора скорости равна нулю. В силу симметрии задачи будем рассматривать только верхнюю полу-плоскость  $y \geq 0$  и считать, что в соотношениях (1.1) — (1.4) все величины отнесены к своим характерным значениям

$$p_0 = p_1, \rho_0 = \rho_1, u_0 = v_0 = \sqrt{p_1 / \rho_1}, x_0 = y_0 = r_0, t_0 = r_0 / u_0$$

**2. Метод численного расчета.** В рассматриваемой задаче имеет место сложная картина взаимодействия ударной волны с телом, поэтому целесообразно применить численный метод, позволяющий вести расчеты сквозь сильные разрывы. Одним из таких методов является конечно-разностный метод, разработанный С. К. Годуновым [1, 2] и уже примененный к такому классу задач в работе [3].

Расчетная сетка состоит из  $N$  прямых лучей, исходящих из центра тела, и  $K$  концентрических окружностей, приближенно аппроксимированных ломаными линиями. Разбиение по углу выбирается равномерным, а разбиение по радиусу — неравномерным

$$r_k = K / K - k \quad k = 0, 1, 2, \dots, K - 1 \quad (2.1)$$

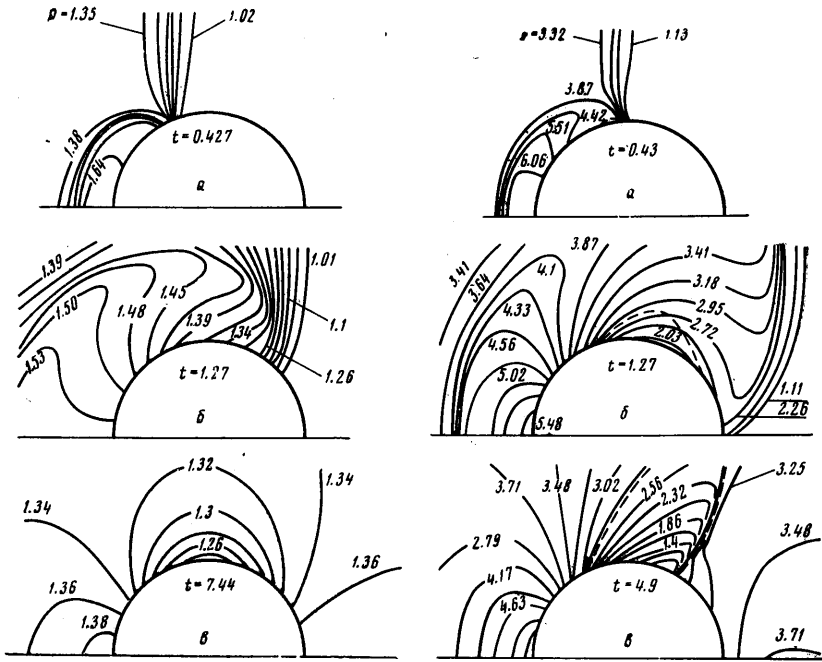
Конечно-разностная схема расчета построена аналогично приведенной в работе [2] с той лишь разницей, что при использовании решения о распаде произвольного разрыва всюду применяются точные, а не линеаризованные соотношения.

В начальный момент времени фронт ударной волны проходит по границам ячеек, пересекаемых вертикальной линией  $x = -1$ , и представляет собой некоторую ломаную линию, что вполне допустимо и не влияет на точность расчета, так как при численном счете ударная волна «размазывается» на несколько счетных ячеек. На внешней границе расчетной области (на последней окружности радиуса  $r = K$ ) задаются параметры невозмущенного потока с учетом перемещения ударной волны. При численном расчете радиус граничной окружности выбирается достаточно большим ( $r = 30 \div 45$ ), чтобы возмущения, связанные с переносом граничных условий из бесконечности на конечное расстояние, практически не влияли на результаты расчетов вблизи тела. Отметим, что в осесимметричном случае вблизи оси симметрии используемая конечно-разностная схема дает несколько большую погрешность по сравнению с остальными расчетными областями, что проявляется в небольшом «забросе» или «завале» газодинамических параметров по мере приближения к оси. Аналогичный эффект был обнаружен и исследован в работе [4].

**3. Результаты расчетов.** Дифракция ударной волны на сфере и цилиндре проходит несколько последовательных стадий. В начальный момент времени образуется отраженная ударная волна, удаляющаяся от тела. При малых значениях времени, пока угол между телом и падающей ударной волной не превышает критического, наблюдается регулярное отражение ударной волны от тела. При дальнейшем продвижении набегающей ударной волны по телу отражение волны становится нерегулярным и характеризуется появлением тройной ударной конфигурации Маха (три ударные волны и контактный разрыв, исходящие из одной точки). После прохождения ударной волной верхней точки сферы или цилиндра картина дифракции усложняется: распространение «маховской» ударной волны в область хвостовой части тела сопровождается ослаблением ее интенсивности и сильным искривлением фронта. После достижения ударной волной задней критической точки возникает отраженная от плоскости или оси симметрии новая ударная волна, которая распространяется, огибая

тело, навстречу потоку. В зависимости от числа Маха в потоке за набегающей ударной волной (обозначим его  $M_\infty$ ) отраженная волна либо останавливается в некотором положении, либо продолжает двигаться вперед по потоку и постепенно затухает. По мере удаления падающей ударной волны от тела происходит установление стационарной картины обтекания тела потоком газа с числом Маха  $M_\infty$ .

Описанная картина дифракции подтверждается результатами численных расчетов этой задачи. Приведем некоторые результаты расчетов ди-



Фиг. 1

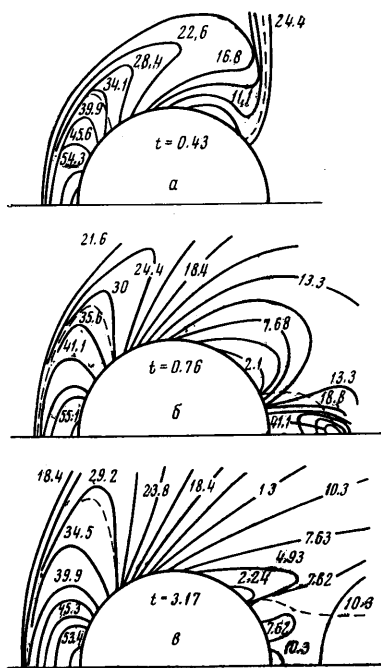
Фиг. 2

фракции ударной волны и установившегося дозвукового, трансзвукового и сверхзвукового обтекания сферы и цилиндра. Все результаты соответствуют расчетной сетке  $N \times K = 125 \times 45$ .

Рассмотрим дозвуковой режим обтекания с числом Маха потока за ударной волной, меньшим критического ( $M_\infty < M_c$ ). На фиг. 1 приведены линии равных давлений в различные моменты времени при набегаении на цилиндр ударной волны с числом Маха за фронтом  $M_\infty = 0.21$ . Падающая и отраженная ударные волны (фиг. 1, а, б) представлены в виде резкого сгущения линий; в процессе счета они размываются на 3—4 счетных ячейки. С течением времени ударные волны удаляются от тела и устанавливается стационарное обтекание цилиндра дозвуковым потоком (на фиг. 1, в при  $t = 7.44$  показано практически установившееся обтекание). Дифракция ударной волны на сфере при  $M_\infty < M_c$  качественно совпадает с результатами, приведенными для цилиндра. Отметим, что во всех проведенных расчетах при  $M_\infty < M_c$  устанавливалось безотрывное стационарное обтекание.

В случае дифракции ударной волны с числом Маха в диапазоне  $M_c < M_\infty < 1$  предельная установившаяся картина течения характеризуется образованием местных сверхзвуковых зон, заканчивающихся скач-

ками уплотнения. Этот случай проиллюстрирован на фиг. 2, а, б, в, где приведены для различных моментов времени линии равных давлений в потоке около сферы, на которую набегают ударная волна с числом Маха потока за ней  $M_\infty = 0.8$ . Области сверхзвукового течения выделены пунктирными линиями. Ударная волна, отразившись от линии симметрии, движется вверх по телу и останавливается в некотором положении (фиг. 2, в). При установившемся обтекании интенсивность замыкающего скачка уплотнения максимальна в точке присоединения скачка к телу и резко уменьшается при удалении от тела.



Фиг. 3

Результаты расчета полей давлений при нестационарном обтекании сферы потоком газа с числом Маха  $M_\infty = 1.5$  приведены на фиг. 3, а, б, в. Положение звуковых линий показано пунктирными кривыми. Фиг. 3, в соответствует стационарному обтеканию.

Обтекание рассматриваемых тел на трансзвуковых и сверхзвуковых режимах перестает быть безотрывным. После отражения ударной волны от линии симметрии в области хвостовой части тела возникает зона возвратного движения газа, которая с течением времени стабилизируется. На фиг. 4 показаны линии тока в установившемся течении при обтекании сферы потоком газа с числом Маха  $M_\infty = 1.5$ . Стрелками указано направление движения частиц. Пунктирные линии соответствуют положению скачков уплотнения. Граница возвратной зоны обозначена штрих-пунктирной кривой. Точка отрыва потока от тела располагается непосредственно за присоединенным к телу скачком уплотнения.

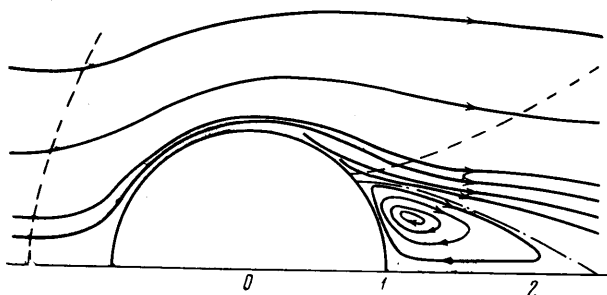
Из численных расчетов выяснено, что установление обтекания наиболее быстро происходит в лобовой части тела (для цилиндра — при  $t = 3 \div 4$ , для сферы — при  $t = 1.5 \div 2$ ); стабилизация потока в зоне возвратного течения наступает существенно позже (для цилиндра — при  $t = 12 \div 15$ , для сферы — при  $t = 4 \div 5$ ).

В многочисленных экспериментальных исследованиях (например, [5, 6]) показано, что после отражения ударной волны от линии симметрии в области хвостовой части сферы и цилиндра наряду с многочисленными ударными волнами и контактными разрывами зарождаются вихри, образованные тангенциальными разрывами (не связанные с пограничным слоем на теле). Количество вихревых особенностей по мере прохождения волны вперед увеличивается, возникает картина отрывного течения.

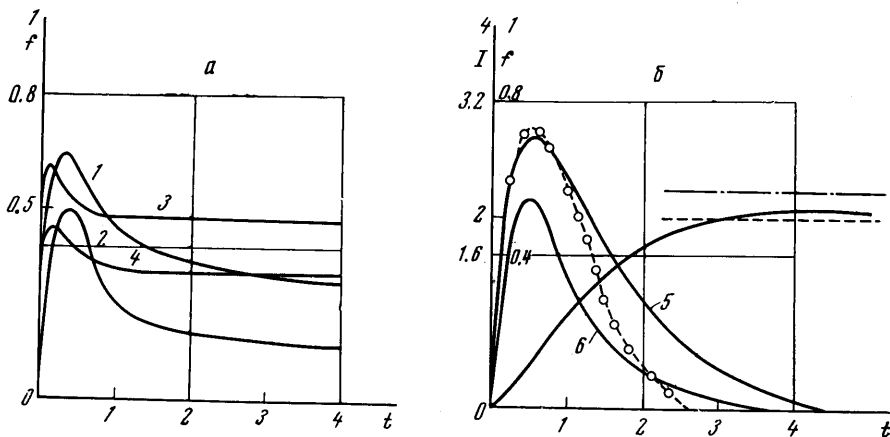
Используемая разностная схема с указанной выше расчетной сеткой не может воссоздать всю «микроструктуру» течения в рассматриваемой области; она, выполняя законы сохранения газодинамики в интегральном виде, размывает имеющиеся в этой области скачки уплотнения и контактные разрывы и создает некоторую осредненную картину отрывного течения. Отметим, что точность расчета зоны возврат-

ного течения заметно ухудшается, что косвенно свидетельствует о наличии особенностей и их осреднении. Например, условие постоянства константы Бернулли в стационарном потоке выполняется в этой области с точностью  $5 \div 10\%$ , в то время как в остальном потоке — с точностью  $0.5 \div 2\%$ .

Одной из возможных причин образования и устойчивого сохранения возвратной зоны в трансзвуковом и сверхзвуковом течении, по-видимому, является наличие большого градиента энтропии поперек потока, создаваемого присоединенным к телу скачком уплотнения с резко переменной интенсивностью. При этом фронт скачка подходит к телу не под прямым углом (этот факт качественно согласуется с экспериментом [5]), что вызывает излом линий тока при переходе через скачок.



Фиг. 4



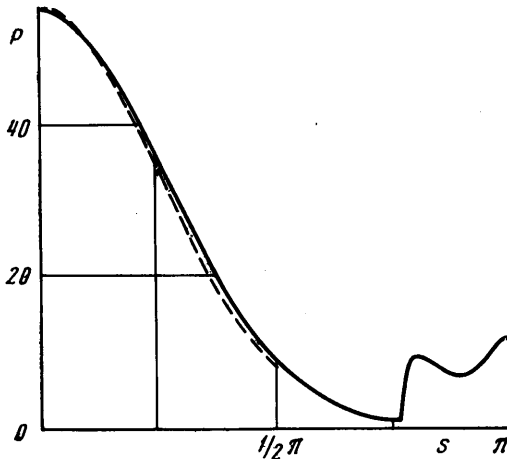
Фиг. 5

Приведем некоторые интегральные характеристики, полученные в результате расчетов. На фиг. 5, а, б для различных чисел Маха  $M_\infty$  показана зависимость от времени безразмерной суммарной силы  $f(t)$ , действующей на сферу и цилиндр и определяемой по следующей формуле:

$$f(t) = \frac{F(t)}{(p_r - p_1)S} \quad (3.1)$$

Здесь  $F(t)$  — суммарная сила давления, действующая на тело,  $p_r$  — давление при нормальном отражении фронта от плоской стенки, вычисленное по заданным величинам  $p_1$  и  $p_2$ ,  $S$  — площадь миделевого сечения тела. Кривые 1 и 2 соответствуют числу  $M_\infty = 0.8$ , кривые 3 и 4 — числу  $M_\infty = 1.5$  в плоском (1 и 3) и осесимметричном случаях. Характерно резкое начальное увеличение силы до некоторой максимальной величины, а затем спад до стационарного значения. В дозвуковом случае стационарные значения силы, естественно, равно нулю. Численные результаты воздействия

ударной волны с числом Маха  $M_\infty = 0.21$  на цилиндр (кривая 5, фиг. 5, б) сравниваются с экспериментальными данными (пунктирная линия с кружками) по воздействию взрывной волны на цилиндр, полученными А. И. Голубинским и К. Б. Соколовым.



Фиг. 6

Максимальные значения совпадают, а дальнейшее расхождение кривых связано со спадом давления за фронтом взрывной волны. Для этого же числа Маха на фиг. 5, б представлена зависимость импульса силы от времени

$$I(t) = \int_0^t F(t) dt$$

Пунктирная линия соответствует полному импульсу (при  $t \rightarrow \infty$ ), рассчитанному по линейной теории [7, 8]; в качестве среднего значения плотности, используемого в линейной теории, взято ее значение за ударной волной. Согласование результатов в пределах 4%.

Штрих-пунктирная прямая соответствует экспериментальным данным, полученным в работе [9]. Расхождение экспериментального и теоретического значений полного импульса также невелико ( $\sim 10\%$ ). Отметим, что интервал времени, в течение которого набирается почти весь импульс (90%), с погрешностью в пределах 5—10% также согласуется с данными работы [9]. Кривая 6 соответствует осесимметричному случаю при числе  $M_\infty = 0.5$ .

Приведем результаты сравнения полученных данных с имеющимися численными решениями стационарного обтекания тел. Обтекание передней части сферы в настоящее время хорошо изучено [10]. Результаты различных авторов достаточно хорошо согласуются друг с другом. На фиг. 6 сплошной линией приведено распределение давления на поверхности сферы (в зависимости от длины дуги) при числе Маха  $M_\infty = 1.5$ . Для сравнения штриховой линией нанесены численные результаты работы [11]. Наблюдается достаточно хорошее согласование кривых (погрешность 1 ÷ 2%). Сравнение полученных результатов трансзвукового обтекания сферы при числе  $M_\infty = 0.8$  с численными решениями работы [12] показывает, что параметры потока в области течения, прилегающей к передней части сферы вплоть до скачка уплотнения, совпадают с достаточно хорошей точностью ( $\sim 1 \div 3\%$ ). Отметим, что в работе [12] решение не имеет зон возвратного течения.

Поступило 15 I 1971

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Годунов С. К. Разностный метод численного расчета разрывных решений уравнений гидродинамики. Матем. сб., 1959, т. 47, вып. 3.
2. Годунов С. К., Забродин А. В., Прокопов Г. П. Разностная схема для двумерных нестационарных задач газовой динамики и расчет обтекания с отходящей ударной волной. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1961, т. 1, № 6.
3. Фонарев А. С. Расчет дифракции ударной волны на профиле с последующим установлением стационарного сверхзвукового и трансзвукового обтекания. Изв. АН СССР, МЖГ, 1970, № 4.

4. Masson B. S., Taylor T. D., Foster R. M. Application of Godunov's Method to blunt-body calculations. AIAA Journal, 1969, vol. 7, No. 4. (Рус. перев.: Применение метода Годунова для расчета обтекания затупленных тел. Ракетная техника и космонавтика, 1969, т. 7, № 4.)
5. Bryson A. E., Gross R. W. F. Diffraction of strong shock by cones, cylinders and spheres. J. Fluid Mech., 1961, vol. 10, No. 2.
6. Сыщикова М. П., Березкина М. К., Семенова А. Н. Формирование течения около модели в ударной трубе. Сб. «Аэрофизические исследования сверхзвуковых течений», М., «Наука», 1967.
7. Никольский А. А., Смирнов В. А. Действие ударной волны на препятствие. Инж. ж., 1962, т. 2, вып. 1.
8. Голубинский А. И., Коган М. Н. Об импульсе нестационарного давления, действующего на тела в жидкости или газе. Изв. АН СССР, МЖГ, 1970, № 1.
9. Иванов А. Н., Чернявский С. Ю. Исследование дифракции ударной волны на цилиндре. Уч. зап. ЦАГИ, 1970, № 6.
10. Белоцерковский О. М., Булекбаев А., Голомазов М. М., Грудницкий В. Г., Душин В. К., Иванов В. Ф., Лунькин Ю. П., Попов Ф. Д., Рябинков Г. М., Тимофеева Т. Я., Толстых А. И., Фомин В. Н., Шугаев Ф. В. Обтекание затупленных тел сверхзвуковым потоком газа. М., Тр. ВЦ АН СССР, 1967.
11. Базжин А. П., Благосклонов В. И., Минайло А. Н., Пирогова С. В. Обтекание сферы сверхзвуковым потоком совершенного газа. Уч. зап. ЦАГИ, 1971, № 3.
12. Липницкий Ю. М., Лифшиц Ю. Б. О расчете обтекания тел вращения трансзвуковым потоком. ПММ, 1970, т. 34, вып. 3.