

При неадиабатических условиях и средней температуре стенки внутреннего цилиндра $t \geq 60^\circ\text{C}$ в верхней его части, подходящей к участку жидкостной подпитки, появляются небольшие сухие зоны, площадь которых увеличивается с ростом температуры. Образовавшиеся сухие зоны после участка подпитки пронизаны большим количеством ручьев стекающей жидкости; последнее соответствует появлению на осциллограммах периодических всплесков. При $t > (80-85)^\circ\text{C}$ толщина стекающих ручьев уменьшается и они частично разрушаются. При дальнейшем увеличении температуры возникают кризисные явления, характеризующиеся резким повышением температуры стенки цилиндра.

Для установления границ перехода от безвихревого к течению ядра газо-жидкостного потока с вихрями Тейлора измерялось гидравлическое сопротивление кольцевого канала. По характеру изменения гидравлического сопротивления согласно [3, 5] получена карта режимов течения ядра потока, изображенная на фиг. 3.

На фигуре кривая $A - A$ изображает границу перехода от ламинарного (безвихревого) к ламинарному течению с вихрями Тейлора при $b/r = 0.024$. Аналогичная зависимость при $b/r = 0.24$ изображена пунктирной линией. Для установления перехода от ламинарного течения к турбулентному проведены эксперименты, которые обобщены кривой $C - C$.

Выполненные авторами тепловые эксперименты подтвердили возможность использования для расчета теплообмена в областях III и IV зависимостей, предложенных в [6].

Для оценки влияния состояния твердой поверхности врачающегося цилиндра на ней создавались шероховатости. Измерителем служил двойной микроскоп Линника с объективами ОС 39-ОС 41. В процессе экспериментов на поверхность внутреннего цилиндра наносился слой гидрофильного вещества (асбестовая бумага), а затем пленка сохранялась в результате окисления поверхности. В итоге получена зависимость безразмерной толщины пленки на врачающемся цилиндре от его шероховатости.

В экспериментальном исследовании была также выполнена визуализация и фотографирование структур течения газо-жидкостного потока в кольцевом канале (как это сделано в [3]) и областей устойчивого существования жидкостного покрытия врачающегося цилиндра.

Поступило 3 V 1971

ЛИТЕРАТУРА

- Хозе А. Н. Исследование теплоотводящих систем и утилизация низкопотенциального тепла. Научн. исслед. Новосибирск. электротехн. ин-та, Новосибирск, 1967.
- Кутателадзе С. С., Стырикович М. А. Гидравлика газо-жидкостных систем. М.—Л., Госэнергоиздат, 1958.
- Финатьев Ю. П., Леонов Е. Г. О гидравлическом сопротивлении и структуре течения газо-жидкостной смеси в кольцевом канале с внутренним врачающимся цилиндром. В сб. «Мир глазами молодого ученого», Сер. физ., матем., механ., М., «Наука», 1968.
- Дейч М. Е., Филиппов Г. А. Газодинамика двухфазных сред. М., Госэнергоиздат, 1968.
- Кауа I., Elgar E. C. Modes of adiabatic and diabatic fluid flow in an annulus with an inner rotating cylinder. Trans. ASME, 1958, vol. 80.
- Зысина-Моложен Л. М., Поляк М. П. Теплообмен при турбулентном течении в кольцевых каналах с внутренним врачающимся цилиндром. Теплоэнергетика, 1970, № 5.

УДК 533.06.011

ОБТЕКАНИЕ СВЕРХЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ ДВУГРАННОГО УГЛА (КОНИЧЕСКИЙ СЛУЧАЙ)

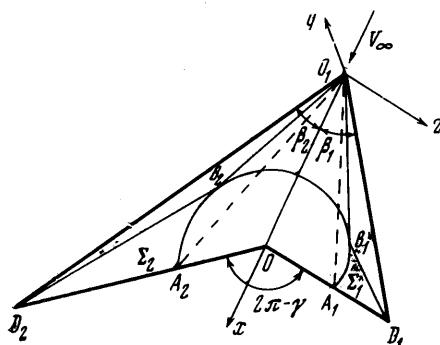
Н. Ф. ВОРОБЬЕВ, В. П. ФЕДОСОВ

(Новосибирск)

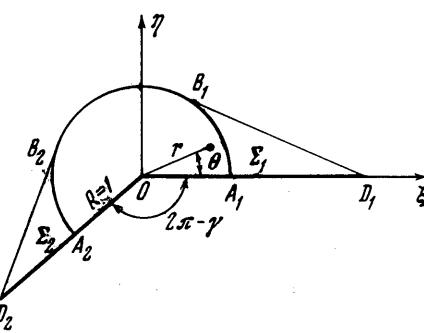
В рамках линейной теории рассматривается обтекание сверхзвуковым потоком пересекающихся плоских крыльев, образующих двугранный угол $\pi \leq \gamma \leq 2\pi$. Получены формулы для давления в зоне взаимодействия. Рассмотрено влияние нелинейности граничных условий на участке дифракции головной характеристической поверхности на параметры течения в окрестности ребра двугранного угла.

1. Пусть двугранный угол $\pi \leq \gamma \leq 2\pi$ образован плоскими гранями Σ_1, Σ_2 со сверхзвуковыми передними кромками постоянной стреловидности $\chi_1 = 1/2\pi - \beta_1$, $\chi_2 = 1/2\pi - \beta_2$ (фиг. 1). Положения двугранного угла относительно набегающего потока могут быть таковыми, что обе грани внешнего угла окажутся наветренными, обе грани — подветренными, или одна грань — наветренной, а другая — подветренной.

Предполагается, что направление скорости набегающего потока составляет малый угол с гранями, так что возмущения, вносимые гранями, малы. Движение в зоне



Фиг. 1



Фиг. 2

возмущений предполагается безвихревым, газ считается невязким и нетеплопроводным. Линеаризованная система уравнений газовой динамики приводится к волновому уравнению для функции давления

$$(M_\infty^2 - 1)p_{xx} - p_{yy} - p_{zz} = 0 \quad (1.1)$$

Границные условия на гранях Σ_1, Σ_2 сносятся на соответствующие грани в положении, когда они не возмущают поток и когда направление ребра двугранного угла совпадает с направлением скорости набегающего потока.

Ставится задача определения параметров потока в зоне взаимодействия граней, где течение коническое. В линейной постановке область конического потока ограничена поверхностью головного характеристического конуса невозмущенного потока с вершиной в точке O_1 . Внутри характеристического конуса все параметры сохраняют одинаковые значения на лучах, выходящих из вершины двугранного угла: $yx^{-1} zx^{-1}$ (фиг. 1).

Заменой переменных [1]

$$\begin{aligned} \xi &= \rho \cos \theta = \sqrt{M_\infty^2 - 1} zx^{-1}, & \eta &= \rho \sin \theta = \sqrt{M_\infty^2 - 1} yx^{-1} \\ \rho &= 2r(1+r^2)^{-1}, & \theta &= \theta \end{aligned} \quad (1.2)$$

уравнение (1.1) преобразуется в уравнение Лапласа

$$r^2 p_{rr} + p_{\theta\theta} + rp_r = 0$$

Решается задача определения функции давления p , которая является действительной частью некоторой функции $f(\sigma) = p + is$ комплексного переменного $\sigma = re^{i\theta}$. Область задания функции $f(\sigma)$ ограничена дугой единичного радиуса $A_1B_1B_2A_2$ и радиусами OA_1, OA_2 (фиг. 2). Для функции $f(\sigma)$ могут быть сформулированы следующие граничные условия:

1) на дуге A_jB_j ($j = 1, 2$) окружности единичного радиуса значение p_j — известная величина, определяемая плоскопараллельным течением в области $A_jB_jD_j$. Координаты точек B_1, B_2 равны

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \arccos \operatorname{tg} \delta \operatorname{tg} \chi_1, & \theta_2 &= \gamma - \arccos \operatorname{tg} \delta \operatorname{tg} \chi_2 \\ \operatorname{tg} \delta &= [\sqrt{M_\infty^2 - 1}]^{-1}; \end{aligned} \quad (1.3)$$

2) на дуге B_1B_2 значение давления возмущения $p = 0$;

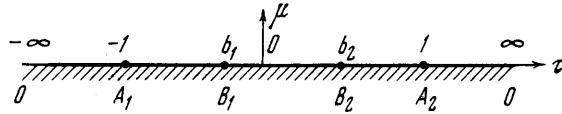
3) на отрезке OA_j ($j = 1, 2$) из условий непротекания задается мнимая часть функции $f(\sigma)$. Условие безвихренности и линеаризованное уравнение Бернуlli дают возможность получить зависимость между компонентами скорости v, w и функцией f [1]

$$2d(w + iv) = \sigma df + \bar{\sigma}^{-1} df.$$

На отрезке OA_j , где $\sigma = re^{i\theta_j}$, уравнение (1.4) переписывается в виде

$$2d(V_t + iV_n) = (r + r^{-1})dp + i(r - r^{-1})ds \quad (1.5)$$

где V_t , V_n — соответственно касательная и нормальная составляющие скорости на отрезке OA_j . Вдоль плоских граней $V_n = \text{const}$ и, как следует из уравнения (1.5), вдоль отрезка OA_j значение $ds = 0$. Таким образом, на отрезке OA_j ($j = 1, 2$) значение $s = s_j = \text{const}$.



Фиг. 3

Область $A_1B_1B_2A_2O$ плоскости σ отображается на верхнюю полуплоскость $t = \tau + i\mu$ при помощи преобразования

$$t = -\operatorname{ch} \pi \gamma^{-1} \ln \sigma \quad (1.6)$$

Соответствие точек преобразования (1.6) показано на фиг. 3, где

$$b_j = -\cos \pi \gamma^{-1} \theta_j$$

Задача свелась к задаче Гильберта [2] для верхней полуплоскости t , когда $s = s_1$ при $-\infty \leq \tau \leq -1$, $p = p_1$ при $-1 \leq \tau \leq b_1$, $p = 0$ при $b_1 \leq \tau \leq b_2$
 $p = p_2$ при $b_2 \leq \tau \leq 1$, $s = s_2$ при $1 \leq \tau \leq \infty$ (1.7)

Учитывая конечность давления на ребре двугранного угла $p(\infty) = p_0$, на основании известной формулы Синьорини [3] получим ограничение на значение s_j : $s_1 = s_2 = 0$. При этом решение поставленной задачи записывается в виде

$$f(t) = \sum_{j=1}^2 p_j \left[\frac{1}{2} + (-1)^j \frac{1}{\pi} \arcsin(1 - tb_j) (t - b_j)^{-1} \right] \quad (1.8)$$

а значение давления на ребре

$$p_0 = p_1 \theta_1 \gamma^{-1} + p_2 (1 - \theta_2 \gamma^{-1}) \quad (1.9)$$

Давление на гранях двугранного угла определяется формулой (1.8) при действительных значениях $t = \tau$, причем $|\tau| \geq 1$.

При $\gamma = \pi(p_2 - p_1)$, $\gamma = 2\pi(p_2 - -p_1)$ формула (1.8) превращается в известные формулы [4, 5] для давления на крыле бесконечного размаха и в зоне концевого эффекта соответственно.

Определим скорости на грани OA_j : составляющая $v = V_\infty a_1 = \text{const}$, а составляющая w согласно формулам (1.4) и (1.8) записывается в виде

$$w = \frac{1}{2} \pi \gamma^{-1} \int (1 + r^{-2}) \left\{ \sum_{j=1}^2 (-1)^j p_j \sqrt{1 - b_j^2} [\operatorname{ch} \pi \gamma^{-1} \ln r + b_j]^{-1} \right\} dr \quad (0 \leq r \leq 1) \quad (1.10)$$

Так как для граней со сверхзвуковыми кромками $|b_j| < 1$, то подынтегральная функция имеет особенность только при $r = 0$. Используя оценку интеграла (1.10) по среднему значению, получим порядок особенности w в этой точке: $r^{(\pi - \gamma)^{-1}}$.

2. В рассмотренной выше линейной постановке задачи на участке дифракции за головной характеристической поверхностью $O_1B_1B_2$ давление возмущения принималось равным нулю ($p = 0$). При этом интенсивность фронта ударной волны, волны размножения $O_1B_3D_j$ менялась в точке B_j скачком до нулевого значения. В действительности же на участке дифракции происходит постепенное ослабление интенсивности ударной волны. Ниже рассматривается влияние учета постепенного затухания головных волн на участке дифракции на течение в окрестности двугранного угла.

При небольших углах атаки конфигурация линии $A_1B_1B_2A_2$, ограничивающей область взаимодействия граней, мало отличается от дуги окружности $A_1B_1B_2A_2$, построенной по скорости набегающего потока. Граничные условия на характеристиках A_jB_j , определенные по плоскопараллельному потоку за ударной волной или волной разрежения $O_1B_3D_j$, сносятся на дуги A_jB_j . Характер изменения интенсивности головной

волны на участке B_1B_2 заранее неизвестен, но из физических соображений очевидно, что изменение интенсивности в зоне дифракции происходит непрерывно. Предполагается, что возмущения, вносимые в поток, малы, движение в области взаимодействия остается безвихревым и коническим, тогда задача сводится к решению уравнения Лапласа в области, ограниченной дугой окружности $A_1B_1B_2A_2$ и радиусами OA_1 , OA_2 с заданными условиями на границе. После отображения области взаимодействия гранией на верхнюю полуплоскость t задача сводится к задаче Гильберта, когда граничные условия совпадают с условиями (1.7) на всех участках действительной оси τ , за исключением интервала $[b_1, b_2]$, где задается такое значение $p = \Psi(p_1, p_2, \tau)$, что $\Psi(p_1, p_2, b_1) = p_1$, $\Psi(p_1, p_2, b_2) = p_2$.

Решение, принимающее конечное значение p_0 на ребре двугранного угла, имеет вид

$$f(t) = f_q(t) + \frac{1}{\pi} \sqrt{t^2 - 1} \int_{b_1}^{b_2} \psi(p_1, p_2, \tau) [\sqrt{1 - \tau^2}(t - \tau)]^{-1} d\tau \quad (2.1)$$

$$p_0 = p_{0q} + \frac{1}{\pi} \int_{b_1}^{b_2} \psi(p_1, p_2, \tau) [\sqrt{1 - \tau^2}]^{-1} d\tau \quad (2.2)$$

где $f_q(t)$, p_{0q} — правые части формул (1.8), (1.9), соответственно.

Предположим, что падение интенсивности головной волны на грани Σ_1 ($p_1 > 0$) в случае, когда грань Σ_2 не возмущает поток или находится с подветренной стороны ($p_2 \leq 0$), происходит монотонно до значения, соответствующего давлению за волной разрежения на грани Σ_2 . Это падение интенсивности на фронте дифракционной волны OB_1B_2 происходит до линии O_1B_2 . Если обе грани находятся с наветренной стороны ($p_1 > 0$, $p_2 > 0$), то механизм расширения со стороны каждой из граней происходит так, как если бы интенсивность головной ударной волны каждой из граней Σ_i на участке дифракции $O_1B_1B_2$ понижалась монотонно до нулевого значения на луче O_1B_j ($j \neq i$). Это понижение с обеих сторон происходит только до момента выравнивания интенсивностей расширяющихся головных волн на некотором луче O_1C .

Если предположить, что изменение интенсивности ударных волн на участке дифракции в плоскости t происходит по линейному закону, что соответствует согласно (1.6) изменению интенсивности вдоль дуги B_1B_2 по закону косинуса

$$\begin{aligned} \psi(p_1, p_2, \tau) &= g + h\tau, \quad b_1 \leq \tau \leq b_2 \\ g &= 1 + (1 - \bar{p}_2)b_1(b_2 - b_1)^{-1}, \quad h = -(1 - \bar{p}_2)(b_2 - b_1)^{-1} \quad (\bar{p}_2 \leq 0) \\ \psi(p_1, p_2, \tau) &= g_1 + h_1\tau, \quad b_1 \leq \tau \leq c \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned} \psi(p_1, p_2, \tau) &= g_2 + h_2\tau, \quad c \leq \tau \leq b_2 \\ g_1 &= b_2(b_2 - b_1)^{-1}, \quad h_1 = -(b_2 - b_1)^{-1}, \quad g_2 = -\bar{p}_2 b_1(b_2 - b_1)^{-1} \\ h_2 &= \bar{p}_2(b_2 - b_1)^{-1}, \quad c = (b_2 - b_1\bar{p}_2)(1 + \bar{p}_2)^{-1}, \quad (\bar{p}_2 > 0) \end{aligned} \quad (2.4)$$

то для точек, лежащих на гранях OA_j ($1 \leq |\tau| \leq \infty$) двугранного угла, величина давления согласно (2.1) равна в случае распределения давления, описываемом формулой (2.3)

$$\bar{p} = \bar{p}_q - \frac{1}{\pi} \sum_{j=1}^2 (-1)^j [(g + h\tau) \arcsin(1 - \tau b_j) (\tau - b_j)^{-1} + h\tau \sqrt{1 - \tau^{-2}} \arcsin b_j] \quad (2.5)$$

в случае, описываемом формулой (2.4)

$$\begin{aligned} \bar{p} = \bar{p}_j - \frac{1}{\pi} \sum_{j=1}^2 (-1)^j \{ (g_j + h_j\tau) [\arcsin(1 - \tau b_j) (\tau - b_j)^{-1} - \\ - \arcsin(1 - \tau c) (\tau - c)^{-1}] + h_j\tau \sqrt{1 - \tau^{-2}} [\arcsin b_j - \arcsin c] \} \end{aligned} \quad (2.6)$$

В формулах (2.3) — (2.6) и в дальнейшем все величины давления относятся к величине давления за плоским присоединенным скачком на грани Σ_1 , которая находится с наветренной стороны. Без нарушения общности считается, что на Σ_1 реализуется наиболее сильный по интенсивности скачок, так что всегда $\bar{p}_1 = 1$, $\bar{p}_2 \leq 0$.

Раскрывая в формулах (2.5), (2.6) неопределенность при $|\tau| \rightarrow \infty$, получим выражения для давления на ребре двугранного угла

$$\bar{p}_0 = \bar{p}_{0q} + \frac{1}{\pi} \sum_{j=1}^2 (-1)^j [g \arcsin b_j - h \sqrt{1 - b_j^2}] \quad (2.7)$$

$$\bar{p}_0 = \bar{p}_{0q} + \frac{1}{\pi} \sum_{j=1}^2 (-1)^j [g_j (\arcsin b_j - \arcsin c) - h_j (\sqrt{1 - b_j^2} - \sqrt{1 - c^2})] \quad (2.8)$$

для случаев (2.3) и (2.4) соответственно. Эти формулы можно также выписать непосредственно из формулы (2.2).

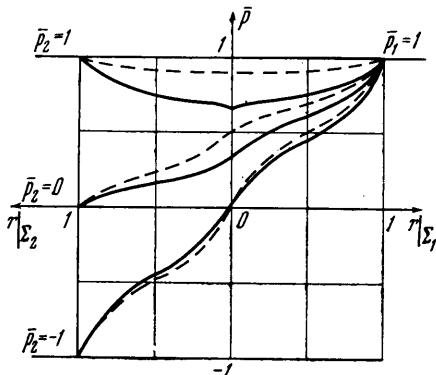
Составляющие скорости v, w определяются уравнением (1.4). В рассматриваемом случае члены при коэффициентах g, g_1, g_2 в формулах (2.5), (2.6) вносят в выражение для w на грани OA_1 такой же порядок особенности вблизи ребра, как и члены \bar{p}_q , соответствующие линейному заданию граничных условий на участке дифракции головной волны. Члены при коэффициентах h, h_1, h_2 в выражении для w имеют вид

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \pi \gamma^{-1} \int (1 + r^{-2}) \{ \arcsin [(1 + k \operatorname{ch} \pi \gamma^{-1} \ln r) (k + \operatorname{ch} \pi \gamma^{-1} \ln r)^{-1}] + \\ & + [(k + \operatorname{ch} \pi \gamma^{-1} \ln r) \operatorname{sh} \pi \gamma^{-1} \ln r]^{-1} \sqrt{1 - k^2} \operatorname{ch} \pi \gamma^{-1} \ln r + \\ & + \arcsin \operatorname{cth} \pi \gamma^{-1} \ln r \} \operatorname{sh} \pi \gamma^{-1} \ln r dr \end{aligned} \quad (2.9)$$

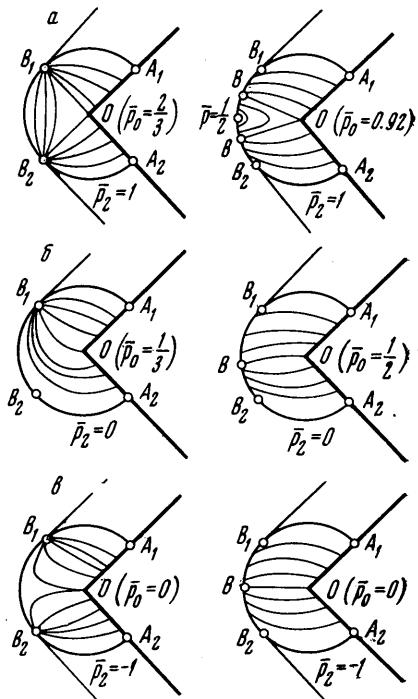
где k может принимать значения b_1, b_2, c .

Можно показать, что интеграл в выражении (2.9) при $r \rightarrow 0$ имеет особенность r^{-4} .

Таким образом, порядок особенности поперечных составляющих скорости, определяемый выбранным выше законом изменения давления на участке дифракции головной волны, не зависит от величины двугранного угла. Эта особенность по порядку соответствует особенности скорости, индуцируемой вихрем, совпадающим с ребром двугранного угла. От величины двугранного угла зависит интенсивность вихря, возникающего на ребре угла: коэффициент h_j и сомножители при нем являются функциями угла γ и угла стреловидности χ_j . Появление в решении на ребре двугранного угла особенности типа вихря согласуется с наблюдаемым фактом. Например, в случае треугольной пластины



Фиг. 4



Фиг. 5

($\gamma = \pi$) в вершине наблюдается сход вихря уже при малых углах атаки. В полученном решении особенность типа вихря присутствует, причем ее интенсивность определяется в процессе решения задачи.

Законы изменения интенсивности головной ударной волны на участке дифракции, задаваемые формулами (2.3), (2.4), следуют рассматривать как физически допустимые, построенные на основании одномерных представлений о расширении волны, когда происходит более слабое по сравнению с пространственным случаем ослабление интенсивности ударной волны на участке дифракции. Другим предельным случаем является принимаемая в линейной постановке нулевая интенсивность давления возмущения на участке дифракции, когда интенсивность ударной волны ослабевает мгновенно.

На фиг. 4 приведены кривые распределения давления на гранях двугранного угла $\gamma = \frac{\pi}{2}$, составленного из граней с нулевой стреловидностью, для $\bar{p}_2 = 1, 0, -1$ в линейном случае (сплошные линии) и в случае задания распределения давления на участке дифракции по закону (2.3), (2.4) (пунктирные линии).

На фиг. 5 для этого же угла приведены качественные картины линий равного давления в зоне взаимодействия граней соответственно в линейном случае, когда на дуге B_1B_2 значения $\bar{p} = 0$ (левая сторона фиг. 5), и в случае изменения интенсивности волны на участке дифракции B_1B_2 по закону (2.3), (2.4) (правая сторона фигуры) при следующих значениях давления на дуге A_2B_2 : $a - \bar{p}_2 = 1, b - \bar{p}_2 = 0, c - \bar{p}_2 = -1$. На правой стороне фигуры в точке B , лежащей на дуге B_1B_2 , давление за волной равно значению давления на ребре двугранного угла: $a - \theta_B = 120^\circ, 150^\circ, b - \theta_B = 150^\circ, c - \theta_B = 135^\circ$ (отсчет углов ведется от луча OA_1 против часовой стрелки).

Поступило 22 VI 1971

ЛИТЕРАТУРА

- Гуревич М. И. О подъемной силе стреловидного крыла в сверхзвуковом потоке. ПММ, 1946, т. 10, вып. 4.
- Гахов Ф. Д. Краевые задачи. М., Физматгиз, 1963.
- Нужин М. Т., Ильинский Н. Б. Методы построения подземного контура гидротехнических сооружений. Изд-во Казанск. ун-та, 1963.
- Красильщикова Е. А. Крыло конечного размаха в сжимаемом потоке. М., Гостехтеориздат, 1952.
- Аэродинамика частей самолета при больших скоростях. М., Изд-во иностр. лит., 1959.

УДК 533.6.011.8

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ УГЛА РАСТВОРА КОНИЧЕСКИХ СОПЛ НА ПАРАМЕТРЫ ПОТОКА РАЗРЕЖЕННОГО ГАЗА

С. В. ВАРТАНОВА, И. В. ПОПОВ, М. В. ПРОЧУХАЕВ

(Москва)

Получение гиперзвукового потока газа низкой плотности в соплах аэrodинамических труб наталкивается на ряд трудностей как технического, так и принципиального характера. Нарастание пограничного слоя на стенках сверхзвукового сопла существенно ограничивает возможность получения потоков с большими числами Маха и достаточными изэнтропическими ядрами [1, 2]. Известно [3], что одним из методов улучшения характеристик потока является охлаждение стенок сопла, так как с уменьшением величины температурного фактора ($t_w = T_w / T_0$) уменьшается толщина пограничного слоя и увеличивается эффективный угол раствора сопла. Как показывают теоретические оценки [2], увеличение угла раскрытия сопла также должно приводить к увеличению чисел M . Ниже приведены результаты исследования течения газа в конических соплах с углами полураствора $\alpha = 15 \div 35^\circ$ в диапазоне изменения чисел M от 4 до 11 при статических давлениях на срезе $p = 0.2 \div 100 \text{ н/м}^2$. Для сопла с углом полураствора $\alpha = 20^\circ$ проведено исследование влияния глубокого охлаждения ($t_w = 0.135$) на параметры потока. На основании полученных данных предложена эмпирическая зависимость, позволяющая проводить расчет конических сопл в диапазоне углов полураствора от 15 до 35° и значениях t_w от 0.135 до 1.