

УДК 533.6.013+534.13

ОБ АКУСТИЧЕСКОМ РЕЗОНАНСЕ ПРИ КОЛЕБАНИЯХ РЕШЕТКИ ПЛАСТИН В ДОЗВУКОВОМ ПОТОКЕ ГАЗА

В. Б. КУРЗИН

(Новосибирск)

Явление акустического резонанса, возникающее при колебаниях решетки профилей в потоке газа, исследовалось рядом авторов [1-8]. Основываясь на предположениях эвристического характера [1, 2, 7, 8] при довольно грубых моделях [4, 6], были выведены критерии, определяющие режимы акустического резонанса, и дано некоторое физическое его толкование. Однако многие вопросы, касающиеся физической сущности, количественных и качественных закономерностей этого явления, остались невыясненными.

Для более полного и строгого решения вопроса в работах автора [9, 10] была рассмотрена задача о собственных колебаниях газа, обтекающего решетку пластин. Было установлено, что в «решетчатой области» собственные колебания газа локализируются в окрестности решетки, а соответствующие собственные числа определяются характерными размерами межпрофильного канала (как открытого резонатора). Кроме того, были получены собственные частоты газа в плоскости течения в отсутствие решетки [9]. При условии пространственной периодичности, когда течение в плоскости можно считать некоторой моделью течения в кольцевом канале, эти собственные частоты совпали с полученными ранее в работах [1, 2, 4-6].

Основываясь на результатах работ [9, 10], здесь исследуются некоторые закономерности и зависимости нестационарных аэродинамических характеристик профилей решетки в окрестности режимов, когда газ может совершать собственные колебания в решетчатой области и в кольцевом канале в отсутствие решетки.

1. Рассмотрим сначала колебания решетки в окрестности режима, когда газ в отсутствие решетки может совершать периодические в пространстве собственные колебания. Соответствующие собственные числа в этом случае определяются условием [9]

$$2\pi n + \mu = \frac{kh}{(1 - M^2)} [M \sin \beta \pm \sqrt{1 - M^2 \cos^2 \beta}] \quad (1.1)$$

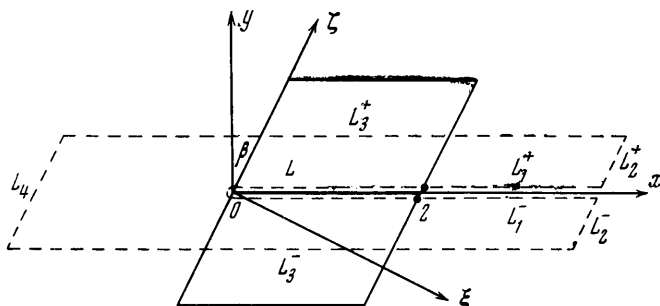
$$(n = 0, \pm 1, \dots, \quad k = \omega c / a, \quad M = U / a)$$

Здесь ω — частота колебаний профилей, U , a — скорости газа и звука в невозмущенном потоке, μ — сдвиг фаз между колебаниями соседних профилей, β — угол выноса решетки (см. фиг. 1), h — безразмерный шаг решетки, отнесенный к полухорде профиля c .

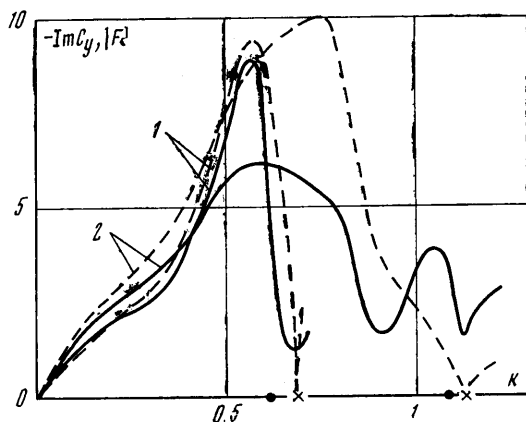
Условие (1.1) совпадает с условием существования некоторых особенностей при колебаниях решетки профилей. Эти особенности авторами упомянутых выше работ были определены как акустический резонанс. Однако термин резонанс в этом случае можно употреблять лишь условно, так как, за исключением одного частного случая ($\beta = 0$, $\mu = \pi$) при условии (1.1), газ не может совершать собственных колебаний в решетчатой области.

Действительно, в работе [4], например, в качестве модели решетки взята пульсирующая цепочка диполей. На режиме (1.1) вызванные этими диполями возмущения в потоке обращаются в бесконечность. Но поскольку точечные диполи проницаемы, то в рассматриваемом случае решетчатой области по существу нет.

В работе [5] показано, что (1.1) соответствует условию существования нетривиального решения обратной аэродинамической задачи о нестационарном обтекании решетки при соответствующих однородных граничных условиях. Иными словами, оно соответствует условию существования некоторой формы колебаний профилей, при которой перепад давления на



Фиг. 1



Фиг. 2

пластинах будет равен нулю. (В частности, такое решение будет существовать в том случае, когда бесконечно тонкие пластины решетки колеблются по закону, совпадающему с формой собственных колебаний газа в отсутствие решетки). Однако собственные значения обратной аэродинамической задачи в данном случае не совпадают с собственными значениями прямой задачи. А поскольку реальный физический смысл имеет именно прямая задача, то явление, сопутствующее режиму (1.1), нельзя назвать резонансом в строгом математическом его определении. Кроме того, следует отметить, что вывод автора работы [5] о равенстве нулю перепада давления $\Delta p(x)$ на профилях при произвольных их колебаниях не обоснован.

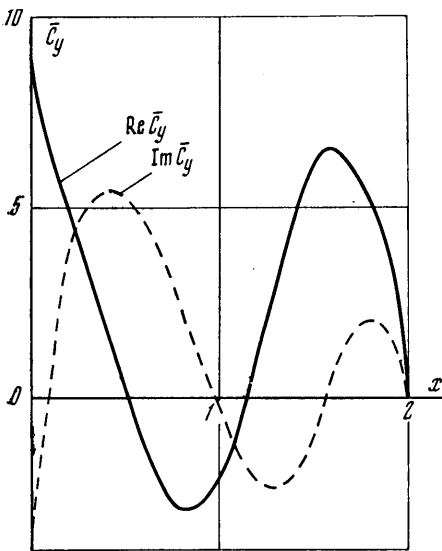
По теории краевых задач для эллиптических уравнений можно лишь утверждать, что для разрешимости обратной аэродинамической задачи на режиме (1.1) должно выполняться некоторое дополнительное условие для функции $\Delta p(x)$, которая в общем случае может и не быть равной нулю.

Точно так же нельзя считать обоснованным вывод о равенстве нулю функции $\Delta p(x)$ на режиме (1.1), сделанный и в работе [2] о колебаниях пластин между двумя параллельными стенками.

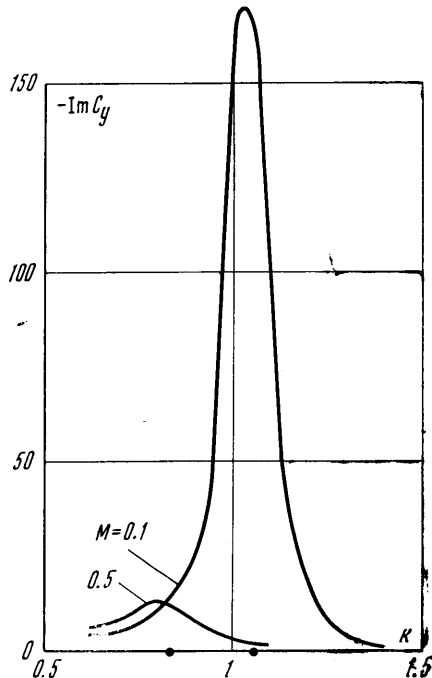
Действительно, представим интегральное уравнение, полученное в этой работе, в следующей форме:

$$v_y(x) = \int_0^2 \Delta p(x_0) \left[\frac{1}{\lambda_{2n}} \exp\left(\frac{ikM(x-x_0)}{1-M^2}\right) + K^*(x-x_0) \right] dx_0 \quad (1.2)$$

где $v_y(x)$ — заданная функция нормальной составляющей скорости движения профиля, λ_{2n} — некоторый параметр, определенный в работе [9], который обращается в нуль при условии (1.1), K^* — часть ядра интегрального уравнения, не содержащая при условии (1.1) параметрической особенности.



Фиг. 3



Фиг. 4

Из выражения (1.2) видно, что если выполняется соотношение

$$\int_0^2 \Delta p(x_0) \exp\left(\frac{-ikMx_0}{1-M^2}\right) dx_0 = 0 \quad (1.3)$$

то при произвольном виде функции $v_y(x)$ можно ожидать существования и нетривиального решения для функции $\Delta p(x)$.

Можно показать, что соотношение (1.3) совпадает с условием разрешимости обратной аэродинамической задачи.

Исследование зависимостей нестационарных аэродинамических характеристик решения от ряда параметров в окрестности режима (1.1) было проведено численно с помощью метода склеивания. Следует отметить, что алгоритм решения задачи этим методом при условии (1.1) особенностей не имеет, поэтому достоверность полученных результатов определяется лишь точностью расчета.

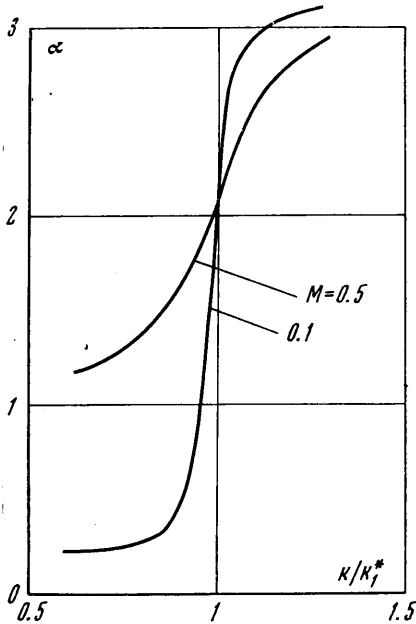
На фиг. 2 приведена характерная зависимость коэффициента сил аэродинамического демпфирования колебаний пластин решетки в случае их поступательных перемещений (сплошной линией), а также модуля неко-

торого функционала

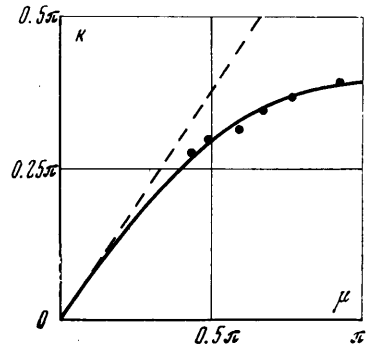
$$F = \int_0^2 \Delta p(x) \exp\left(-\frac{ikMx}{1-M^2}\right) dx$$

(пунктиром) от относительной частоты колебаний k при значениях угла выноса решетки $\beta = 0$ и сдвига фаз $\mu = 0.5\pi$. Здесь кривые 1 соответствуют значениям параметра шага решетки $h = 2$, числа Маха $M = 0.5$, а кривые 2 — $h = 1$, $M = 0.7$. На оси абсцисс этих фигур крестиком нанесены значения $k = k^*$, при которых выполняется условие (1.1).

Как видно из фигуры, при $k = k^*$ достаточно точно выполняется условие разрешимости, эквивалентное в данном случае равенству нулю функционала F . Это свидетельствует о хорошей точности расчета.



Фиг. 5



Фиг. 6

Вместе со значением функционала F на режиме (1.1) падает и коэффициент аэродинамического демпфирования — $\text{Im } C_y$, однако последний в нуль не обращается. Более того, как видно из фиг. 3, погонная нагрузка на профили решетки при $k = k^*$ имеет тот же порядок, что и суммарная, соответствующая режимам, далеким от условия (1.1). (На фиг. 3 дано распределение коэффициента подъемной силы C_y по хорде профиля при $k = k^*$ для случая $\beta = 0$, $h = 1$, $\mu = 0.5\pi$, $M = 0.7$, представленного кривой 2 на фиг. 2.)

2. Рассмотрим теперь колебание решетки в окрестности режимов, когда газ может совершать собственные колебания в решетчатой области. Для исследования этого вопроса наиболее естественно представить искомую функцию нестационарной составляющей потенциала скорости течения в виде ряда по собственным функциям. Однако не доказана полнота системы собственных функций рассматриваемой задачи и есть основание предполагать, что эта система собственных функций действительно не полная. Как показал расчет [9, 10], для фиксированного шага решетки число собственных значений задачи о колебаниях газа в решетчатой области ограничено. Поэтому исследование резонансных зависимостей для нестационарных аэродинамических характеристик решетки было проведено численно с помощью метода склеивания.

На фиг. 4 приведена зависимость коэффициента аэродинамического демпфирования колебаний пластин в случае поступательных перемещений

от параметра частоты колебаний k при значениях $\beta = 0$, $h = 1$, $\mu = 0.5\lambda$, $M = 0.1$ и 0.5 .

Как видно из фигуры, амплитуды этих сил в окрестности режимов акустического резонанса при $k = k_j^*$ ($j = 1, 2, \dots$) имеют характерные максимумы (на фиг. 2 и 4 значения k_j^* нанесены точками на оси абсцисс). При этом значения параметра k , при которых достигаются эти максимумы, смещены несколько влево от значений k_j^* . Кроме того, следует отметить, что величина максимальных значений амплитуд существенно зависит от условий обтекания (в данном случае от значений параметра M).

Указанные факты находятся в полном соответствии с теорией затухающих вынужденных колебаний. Действительно, в рассматриваемом случае упругой системой, совершающей колебания, является газ. Как было показано в работе [10], собственные колебания газа в решетчатой области происходят с затуханием из-за потери энергии на образование вихревых следов. При этом декремент затухания с уменьшением числа M падает и стремится к нулю при $M \rightarrow 0$. Так как нестационарная аэродинамическая сила, действующая на пластину решетки, будет прямо пропорциональна амплитуде колебаний газа, то зависимости, представленные на фиг. 4, можно рассматривать как обычные резонансные кривые затухающих вынужденных колебаний системы.

Еще одно подтверждение такой интерпретации дают результаты расчета, представленные на фиг. 5. На ней для тех же случаев, что и на предыдущей фигуре, изображена зависимость сдвига фаз α между коэффициентом нестационарной составляющей аэродинамических сил, действующих на профили решетки, и смещением профиля.

При анализе резонансных кривых обращает на себя внимание и такой факт, что на частотах выше резонансных амплитуда возмущения газа резко падает. Наиболее остро это проявляется в случае, когда колеблющаяся система имеет не одно собственное значение. Тогда возмущение между резонансами имеет провал, который в теории колебаний иногда называют антирезонансом. Последний факт имеет практический интерес, так как при этом падает аэродинамическое демпфирование колеблющихся профилей решетки.

3. В заключение отметим, что теоретические результаты, обсуждаемые в работе, и их анализ подтверждаются экспериментом Паркера [8].

На фиг. 6 для решетки с параметрами $\beta = 0$ и $h = 1.29$, обтекаемой газом на режиме $M \approx 0.1$, точкам соответствуют значения параметра частоты k и параметра формы колебаний μ , при которых экспериментально наблюдалось явление акустического резонанса. Следует отметить, что параметр μ для сравнения с теоретическими результатами был пересчитан из экспериментального параметра n — числа волн, устанавливающихся при этом в аэродинамической трубе в направлении шага решетки.

Штрихом на фигуре проведена прямая, удовлетворяющая условию (1.1), когда газ может совершать собственные колебания в аэродинамической трубе в отсутствие решетки, сплошной линией — расчетная кривая собственных значений в решетчатой области.

Как видно из фигуры, экспериментальные значения параметров акустического резонанса очень хорошо легли на теоретическую кривую действительных собственных частот в решетчатой области, но лежат значительно ниже прямой.

Поступило 23 VIII 1971

ЛИТЕРАТУРА

1. Söhngen H., Quick A. W. Schwingungen in Verdichtern. Commun. aux J. Internat de Aeron. O. N. E. R., 1957.
2. Wollston D. S., Runyan H. L. Some considerations on the air forces on a wing oscillating between two walls for subsonic compressible flow. JAS, 1955, No. 1.

3. Курзин В. Б. Об аэродинамической интерференции профилей в дозвуковом нестационарном потоке. Изв. АН СССР, МЖГ, 1966, № 1.
 4. Самойлович Г. С. О резонансных явлениях в аэродинамической решетке, обтекаемой до или сверхзвуковым потоком. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 3.
 5. Горелов Д. Н., Доминас Л. В. Расчет нестационарных аэродинамических коэффициентов пространственной решетки пластин в дозвуковом потоке газа. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 6.
 6. Ольштейн Л. Е., Трахтенбройт М. А., Шипов Р. А. Влияние акустического резонанса на критические параметры флаттера лопаточного венца. Сб. «Лопаточные машины и струйные аппараты», № 4, М., «Машиностроение», 1969.
 7. Parker R. Resonance effects in wake shedding from parallel plates: some experimental observations. J. Sound and Vibration, 1966, vol. 4, No. 1.
 8. Parker R., Griffiths W. M. Low frequency resonance effects in wake shedding from parallel plates. J. Sound and Vibration, 1968, vol. 7, No. 3.
 9. Курзин В. Б. О собственных колебаниях газа, обтекающего решетку пластин. ПМТФ, 1969, № 5.
 10. Курзин В. Б. О затухающих собственных колебаниях газа, обтекающего решетку пластин. Изв. АН СССР, МЖГ, 1970, № 5.
-