

УДК 532.529.2

КОНВЕКТИВНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ СОСУДЕ, ЧАСТИЧНО ЗАПОЛНЕННОМ ЖИДКОСТЬЮ, ПРИ ПОДВОДЕ ТЕПЛА К БОКОВОЙ И СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТЯМ И ДНУ

В. И. ПОЛЕЖАЕВ

(Москва)

Нестационарный прогрев жидкости в сосуде при подводе тепла извне и при наличии внешней массовой силы сопровождается конвективным движением, которое зависит не только от основного критерия подобия для движений этого вида — числа Релея, но и от распределения потоков тепла по контуру сосуда. В общей картине прогрева и перемешивания жидкости в различных режимах по времени участвуют как элементарные процессы, связанные с действием потоков тепла, подводимых к боковой и свободной поверхностям и дну в отдельности, так и нелинейные «парные» процессы, связанные с взаимодействием этих потоков.

Одна из причин возникновения конвекции состоит в нарушении статического равновесия при боковом подводе тепла. Нестационарные режимы конвекции жидкости в этом случае численно исследовались в работах [1, 2]. Подвод тепла к свободной поверхности сверху сам по себе не вызывает конвективного движения (при условии, что распределение тепла по поверхности равномерно и перетоки тепла в жидкость по боковым стенкам отсутствуют); однако, при этом значительно изменяется гидродинамическая картина движения, вызванная боковым подводом тепла. Некоторые качественные соображения о влиянии обратного градиента температуры на развитие пограничного слоя при боковом нагреве приведены в работе [3]; в работе [4] развита приближенная схема расчета, основанная на интегральных уравнениях пограничного слоя, однако многие существенные особенности конвекции, характерные, в частности, для длительного прогрева жидкости, в этой схеме не учитываются. В работе [5] выполнены измерения поля температуры по вертикали в сосуде при горении жидкости на поверхности. Причиной движения жидкости в этих опытах (которая, однако, не указывается автором работы), был, по-видимому, переток тепла по металлической стенке сосуда, создававший поток тепла в жидкость также со стороны боковой поверхности.

Другой важный механизм конвекции — возникновение тепловой неустойчивости при подводе тепла ко дну сосуда. В последнее время выполнен ряд численных исследований этого вида конвекции в основном для стационарных режимов, при граничных условиях первого рода (библиографию см., например, в [6]).

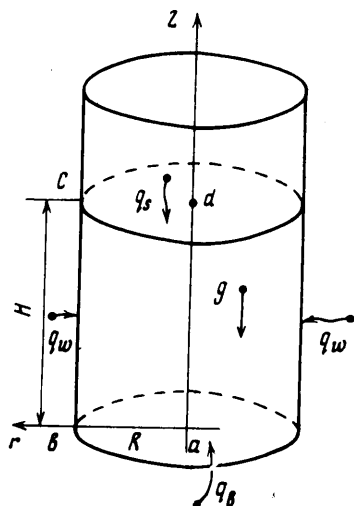
Общий случай прогрева жидкости, полностью заполняющей замкнутый объем, при подводе тепла по всему контуру исследовался численно в работах [7, 8]. В [7] рассматривалась задача о прогреве в замкнутой квадратной области при ступенчатом повышении температуры на всей границе; в [8] получено численное решение этой задачи в сферической области при граничных условиях третьего рода. Диапазон чисел Рэлея в работах [7, 8] ограничен значениями 10^4 — 10^5 . Результаты измерений прогрева жидкости в замкнутых сосудах, выполненных в ряде работ [9–11], содержат, как правило, лишь информацию о вертикальной структуре полей температур и средней теплоотдаче; сведения о картинах движения, взаимном влиянии полей температур и полей движения жидкости и о вкладе отдельных теплопритоков в общем случае прогрева ограничены.

В этой работе для изучения общего случая прогрева жидкости применяется численный метод решения нелинейных уравнений конвекции в приближении Буссинеска, развитый в работе [2]. В отличие от работ [7, 8] рассматривается прогрев в цилиндрическом сосуде при наличии свободной поверхности и при заданном потоке тепла (граничные условия второго рода), когда при длительном протекании процесса устанавливается квазистационарный режим поля температур и стационарный режим движения жидкости.

Исследуется структура и длительность переходных режимов конвекции и определяется вклад обеих конвективных составляющих в тепловой режим жидкости, выявляются факторы, влияющие на так называемое температурное расслоение, увеличение местных и средней температур нагреваемых поверхностей, в особенности температуры свободной поверхности жидкости. Отдельно рассмотрено совместное действие потоков тепла, подводимых к боковой и свободной поверхностям, представляющее самостоятельный интерес.

1. **Постановка задачи.** К жидкости, заполняющей до высоты H цилиндрический сосуд, подводятся постоянные во времени и равномерно распределенные потоки тепла со стороны боковой и свободной поверхностей и дна (фиг. 1). Свободная поверхность жидкости предполагается недеформируемой и прямолинейной. Трение на этой поверхности равно нулю. Поля течения и температур имеют осевую симметрию; внешняя массовая сила направлена вдоль оси симметрии.

Для определения изменения во времени полей течения и температур используются уравнения конвекции жидкости в приближении Буссинеска, которые запишем в следующем безразмерном виде:



Фиг. 1

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + v \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{u}{r^2} = - \frac{\partial p}{\partial r} + \nabla^2 u,$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial r} + v \frac{\partial v}{\partial z} = - \frac{\partial p}{\partial z} + G_R^* \theta,$$

$$G_R^* = \frac{g \beta R^4 q}{\nu a k} \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{u}{r} = 0,$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + u \frac{\partial \theta}{\partial r} + v \frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{1}{P} \nabla^2 \theta,$$

$$\theta = \frac{T - T^0}{q R} k \quad (1.3)$$

Здесь t — время, u , v — составляющие скорости в проекции на оси r , z соответственно (R^2/ν и ν/R — масштаб времени и скорости), p — отклонение давления от статического, θ — безразмерная температура, G_R^* — число Грасгофа, P — число Прандтля, T^0 — начальная температура, q — масштаб потока тепла, R — радиус цилиндра, k — коэффициент теплопроводности, ν — коэффициент кинематической вязкости, a — коэффициент температуропроводности, β — коэффициент температурного расширения, g — ускорение, создаваемое внешней массовой силой.

В начальный момент времени $t = 0$ поле температур однородно, движение отсутствует

$$\theta(r, z, 0) = u(r, z, 0) = v(r, z, 0) = 0 \quad (1.4)$$

На твердых стенках (боковая поверхность $r = 1$, $0 \leq z \leq H/R$ и дно $z = 0$, $0 \leq r \leq 1$) задаются условия прилипания для составляющих скорости $u = v = 0$. На оси симметрии $r = 0$, $0 \leq z \leq H/R$

$$\frac{\partial v}{\partial r} = \frac{\partial \theta}{\partial r} = u = 0 \quad (1.5)$$

На свободной поверхности $z = H/R$, $0 < r < 1$

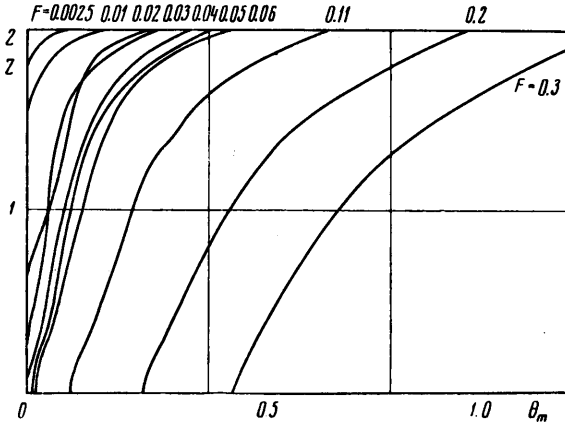
$$\frac{\partial u}{\partial z} = v = 0 \quad (1.6)$$

Для температуры на боковой и свободной поверхностях и на дне задаются граничные условия второго рода

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial r} \right|_{r=1} = -\gamma_w, \quad \left. \frac{\partial \theta}{\partial z} \right|_{z=H/R} = -\gamma_s, \quad \left. \frac{\partial \theta}{\partial z} \right|_{z=0} = -\gamma_b$$

$$\left(\gamma_w = \frac{q_w}{q}, \quad \gamma_s = \frac{q_s}{q}, \quad \gamma_b = \frac{q_b}{q} \right) \quad (1.7)$$

где $\gamma_w, \gamma_s, \gamma_b$ — безразмерные значения удельных потоков тепла. Изменение во времени безразмерных полей температуры и скорости определяется



Фиг. 2

при этом критериями Рэлея $R^* = G^*P$, Прандтля, степенью заполнения сосуда жидкостью H/R и распределением потоков тепла по контуру сосуда.

Для численного решения исходная система дифференциальных уравнений и граничных условий преобразуется обычным способом к системе уравнений относительно вихря ω , функции тока ψ и температуры θ , которые вводятся с помощью соотношений

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} = -ru, \quad \frac{\partial \psi}{\partial r} = rv, \quad \omega r = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial v}{\partial r} \quad (1.8)$$

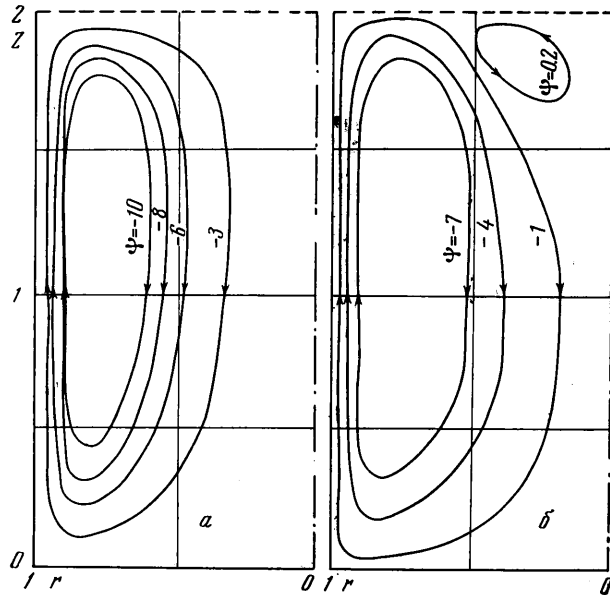
Для более детального учета явлений в пограничном слое у боковой поверхности и поверхности жидкости вводится замена переменных

$$r = \frac{1}{n_1} \ln[1 + (e^{n_1} - 1)r'], \quad z = \frac{H}{Rm_1} \ln \left[1 + \frac{R}{H} (e^{m_1} - 1)z' \right] \quad (1.9)$$

где m_1, n_1 — параметры сгущения сетки. Описание применявшейся в расчетах неявной разностной схемы содержится в работе [2]. Результаты численного исследования прогресса жидкости при подводе тепла только к боковой поверхности сосуда ($\gamma_w = 1, \gamma_s = \gamma_b = 0$), приведенные в этой работе, при дальнейшем изложении предполагаются известными.

2. Подвод тепла к боковой и свободной поверхностям. Структуры полей температур и картины движения жидкости в различные моменты времени $F = at/R^2$ после начала прогресса даны на фиг. 2—8. Эти расчеты выполнены при значениях $R_r^* = 10^6, H/R = 2, P = 1$ на сетке с числом узлов 21×21 при значениях временного шага $\tau = 5 \cdot 10^{-4}$. Параметрам сгущения $m_1 = n_1 = 0.3$ соответствует уменьшение шага сетки вблизи свободной и боковой поверхностей \sim в 1.5 раза. Отношение полного потока тепла, поступающего к поверхности жидкости, к полному потоку, поступающему к боковой поверхности сосуда при данных значениях γ_w, γ_s и H/R , равно 0.25. Изменение во времени среднемассовой температуры жидкости $\langle \theta \rangle$ равно $2.5F$. В п. 1—3 этого раздела рассматриваются нестационарные режимы прогресса во времени, картины движения жидкости и влияние конвекции на увеличение локальных и средней температур свободной поверхности жидкости.

1. Нестационарные режимы прогрева жидкости можно видеть на фиг. 2, где приведены вертикальные профили температур вдоль оси сосуда в различные моменты времени. Конвективное движение на боковой поверхности сосуда начинается тотчас же после подвода к ней тепла, так как гидростатическое равновесие в поле осевой массовой силы при этом нарушается. Характерные режимы развития конвекции — это начало влияния конвекции на поле температур, определяемое по отклонению характеристик переноса тепла от режима теплопроводности, переходный и квазистационарный режимы. Безразмерное время начала влияния конвекции на поле тем-



Фиг. 3

ператур при действии бокового потока тепла зависит от числа Релея и может быть представлено в виде [2].

$$F = c(R_H^*)^{-0.4} \quad R_H^* = R_R^*(H/R)^4 \quad (2.1)$$

где значение константы c зависит от H/R и P . В работе [2] при $H/R = 2$, $P = 1$ получено значение $C \approx 5$. Характерное время установления квазистационарного режима прогрева при наличии бокового подвода тепла (движение в этом случае будем называть основным), найденное в работе [2], также выражается формулой (2.1) при значении $C \approx 40$.

При совместном действии потоков тепла, подводимых к боковой и свободной поверхностям начало влияния, конвекции на поле температур приближенно соответствует зависимости (2.1). В частности, при $F < 0.01$ (фиг. 2) жидкость прогревается в основном путем теплопроводности. Однако, структура переходного режима значительно изменяется. Переходный режим в этом случае можно разделить на два режима, которые назовем условно внутренним и внешним. Во внутреннем переходном режиме $F \leq F_1$ на боковой поверхности сосуда формируется пограничный слой, нагретая жидкость поднимается вверх и образует вместе с жидкостью, прогретой вблизи свободной поверхности путем теплопроводности, верхний теплый слой, который перемещается вниз; нерегулярный временной ход температурных профилей (фиг. 2) связан с возникновением вторичных токов, структура, которых обсуждается ниже в п. 2. Внутренний переходный режим заканчивается, когда верхний прогретый слой, образованный конвекцией, достигает дна сосуда и сопровождается формированием конвективного ядра (при числе $R_R^* = 10^6$ в соответствии с фиг. 2, формирование конвективного ядра происходит при числе $F \approx 0.05$). Границей внутреннего переходного режима $F_1(R^*)$ при различных числах Релея в первом приближении может служить зависимость (2.1). Вертикальная структура поля температур в конце внутреннего переходного режима условно разделяется на следующие характерные зоны: 1) верхний слой, прогреваемый со свободной поверхности; вертикальный градиент температуры в этом слое создает устойчивое расслоение плотности, что значительно ослабляет влияние конвекции, поэтому вклад молекулярной теплопроводности здесь велик;

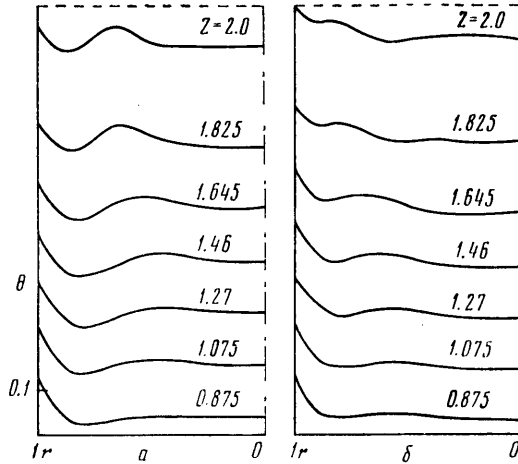
2) конвективное ядро с профилем температуры, близким к линейному. Условная граница этих зон по мере продвижения вниз прогретого слоя, отсесняющего конвекцию, смещается ко дну сосуда. Внешний переходный режим связан с взаимодействием этого прогретого слоя и основного конвективного движения. Длительность внешнего переходного режима пропорциональна времени прогрева жидкости по вертикали путем теплопроводности (в специальных расчетах, выполненных вплоть до значений $F \approx 0.5$ получено, что разности температур по вертикали $\theta_s - \theta_b$ продолжают увеличиваться, в то время как разности температур по горизонтали $\theta_w - \theta_m$ достигают постоянного значения уже при числах $F = 0.07 \div 0.08$).

Вертикальные профили температуры, измеренные в работе [5], аппроксимировались решениями нестационарного уравнения теплопроводности с помощью введения некоторого эффективного коэффициента теплопроводности k_* . Из анализа фиг. 2 следует, что такой прием возможен лишь в некоторых частных случаях, по-видимому, лишь в самом начале внутреннего переходного режима.

2. Прогрев жидкости во внутреннем переходном режиме сопровождается колебаниями горизонтальных и вертикальных разностей температур, связанными с периодическим образованием вторичных движений вблизи свободной поверхности. Картины линий тока в начальный момент развития конвекции и образование вторичных движений показаны на фиг. 3, а, б (числа $F = 0.01$ и 0.02 соответственно). В начальном режиме формирования пограничного слоя влияние вертикального градиента температуры, связанного с подводом тепла сверху к свободной поверхности, сводится в основном к отклонению линий тока основного движения к оси.

Поэтому перенос тепла от боковой поверхности происходит не к угловой точке, а к некоторой части свободной поверхности между стенкой и осью; это вызывает местное увеличение температуры свободной поверхности и вблизи нее (фиг. 4, а, $F = 0.01$).

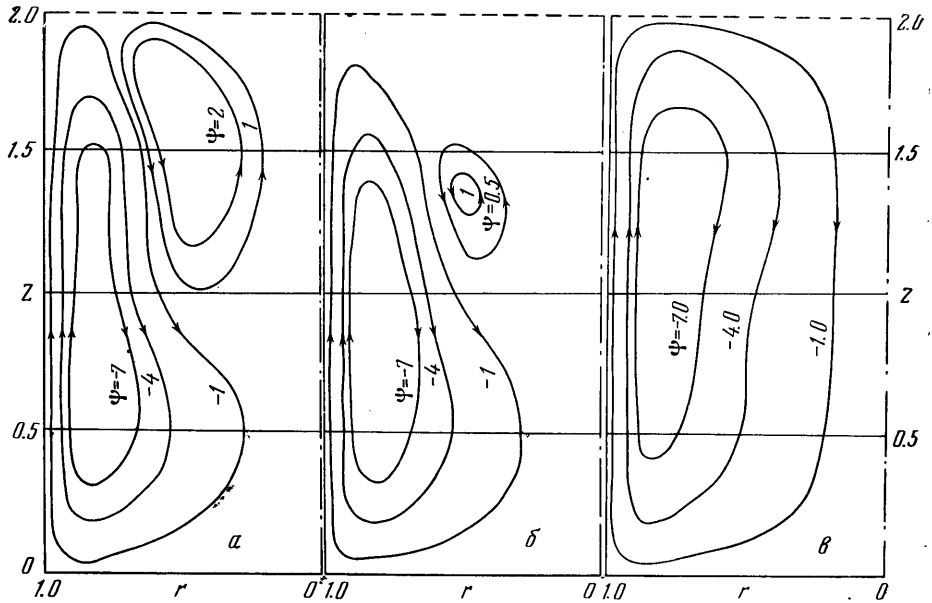
Появление вторичных движений связано с отрывом от свободной поверхности пограничного слоя, развивающегося на боковой стенке. Отрыв возникает периодически в результате тормозящего действия обратного градиента температуры в тот момент, когда интенсивность основного конвективного движения достигает максимального значения; обратный градиент температуры действует при этом аналогично обратному градиенту давления, вызывающему отрыв пограничного слоя на пластине; однако этот эффект в данном случае имеет более сложный характер¹. Последовательные этапы дальнейшего развития движения во времени для первого периода колебаний приведены на фиг. 5, а, б, в (числа $F = 0.025, 0.03, 0.35$ соответственно). Вторичные движения достигают максимальной интенсивности при числе $F = 0.025$ (фиг. 5, а). Ввиду «запирания» вторичными токами основного циркуляционного движения теплоотдача от боковой поверхности к основной массе жидкости начинает уменьшаться. Значения среднего числа Нуссельта $N = q_w R [k(\langle T_w - T_m \rangle)]^{-1}$, характеризующие изменение во времени средней теплоотдачи, приведены во второй строке таблицы; в первой строке даны для сопоставления значения N при действии только бокового потока тепла (здесь $\langle T_w - T_m \rangle$ — средняя разность температуры между стенкой и осью сосуда). Уменьшение интенсивности основного движения и наличие на свободной поверхности градиентов температур, создающих подъемные силы, которые действуют против направления вторичных токов, приводят в дальнейшем к затуханию последних. Картина затухающих вторичных движений при числе $F = 0.03$ показана на фиг. 5, б; горизонтальные профили температур в этот момент времени даны на фиг. 4, б. Как видно из фиг. 5, в, вторичные движения при числе $F = 0.035$ отсутствуют, поэтому основное движение снова ускоряется. Из таблицы можно видеть, что теплоотдача от нагретой стенки увеличивается; начинается новый период колебаний, но с меньшей амплитудой.



Фиг. 4

¹ Отметим, что механизм образования вторичных движений здесь существенно отличается от рассмотренного в работе [2].

На фиг. 6 показано изменение во времени максимального значения модуля функции тока, характеризующего в среднем интенсивность конвекции основного (кривая 1) и вторичного (кривая 2) движений. Отсюда видны периоды появления вторичных движений с уменьшающейся интенсивностью, полностью затухающие во внутреннем переходном режиме. Пунктирной линией 3 на фиг. 6 показано для сравнения изменение во времени величины $|\psi|_{\max}$ в случае, когда тепло подводится только к боковой поверхности ($\gamma_w = 1, \gamma_s = \gamma_b = 0$) при одинаковых других условиях. Заметное ослабление конвекции связано с двумя основными эффектами. Первый — это стабилизирующее действие подвода тепла сверху, второй — перераспределение тепла, поступающего от боковой поверхности и уменьшение горизонталь-



Фиг. 5

ных разностей температур в связи с упоминавшимся явлением отклонения линий тока. Вторым эффектом является также причиной некоторого увеличения среднего числа Нуссельта по сравнению со случаем подвода тепла только к боковой поверхности (таблица).

F	0.01	0.02	0.025	0.03	0.35	0.04	0.05	0.07
$N(\gamma_w = 1, \gamma_s = \gamma_b = 0)$	8.8	11.2	16.4	12.8	10.4	10.0	14.5	15.5
$N(\gamma_w = \gamma_s = 1, \gamma_b = 0)$	13.0	14.5	13.0	11.5	13.5	16.0	15.6	14.0
$N(\gamma_w = \gamma_s = \gamma_b = 1)$	8.5	11.6	11.5	9.9	10.8	16.8	11.6	13.2

3. Рассмотрим особенности влияния конвекции на увеличение локальных и средней температур свободной поверхности при различных числах Рейля. Температура свободной поверхности является одной из важных характеристик, определяющих изменение давления в замкнутых сосудах, частично заполненных жидкостью, при подводе к ним тепла. На фиг. 7, а приведено изменение во времени максимальной температуры свободной поверхности θ_c вблизи боковой стенки сосуда (см. фиг. 1) при различных числах Рейля в случае, когда тепло подводится только к боковой поверхности ($P = 1, H/R = 2, \gamma_w = 1, \gamma_s = \gamma_b = 0$). Кривые 1, 2, 3, 4 дают изменение во времени величины θ_c при числах Рейля $10^6, 10^7, 10^8, 10^9$ соответственно¹. Пунктирной линией на фиг. 7 дано изменение температуры в предельном случае, когда конвекция отсутствует и линией 6 — изменение среднemasсовой температуры жидкости ($\langle \theta \rangle = 2F$). Отсюда видно, что максимальная температура свободной поверхности для каждого значения числа Рейля вначале выше, чем при отсутствии конвекции; это связано с «натеканием» нагретой жидкости к свободной поверхности при слабой конвекции в режиме формирования пограничного слоя. При развитой конвекции максимальная температура свободной поверхности уменьшается и становится ниже,

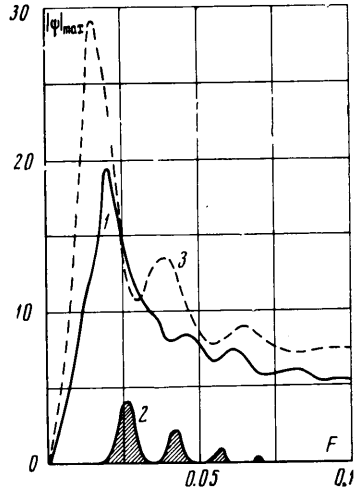
¹ Здесь и далее расчеты при $R_R^* > 10^6$ выполнены на сетке 41×41 ($m_1 = n_1 = 0.3$).

чем при отсутствии конвекции. При подводе тепла одновременно к боковой и свободной поверхностям натекание нагретой жидкости к угловой точке не происходит, так как слабые конвективные токи оттесняются от боковой поверхности. Поэтому температура свободной поверхности у стенки, всегда ниже, чем при отсутствии конвекции. Это видно из фиг. 7, б, где кривые 1, 2, 3, 4 дают изменение во времени температуры θ_c при числах Рэлея $10^8, 10^7, 10^6, 10^5$ соответственно; пунктирная линия 5 дает изменение температуры θ_c при отсутствии конвекции и линия 6 — изменение среднемассовой температуры $\langle \theta \rangle = 2.5F$. Минимальная температура свободной поверхности у оси сосуда θ_d при числах $R_R^* < 10^7$ значительно выше, чем при отсутствии конвекции. При больших числах Рэлея $R_R^* > 10^7$ наблюдаются колебания температуры во времени; при этом температура θ_d в некоторые моменты времени становится несколько ниже, чем в том случае, когда конвекция отсутствует.

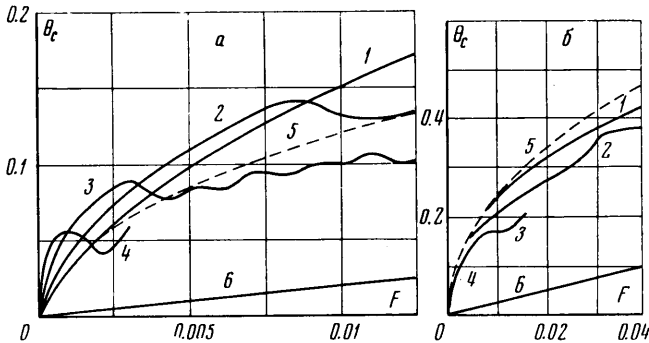
Вклад конвекции в увеличение средней температуры свободной поверхности показан на фиг. 8, где линиями 1, 2, 3 даны осредненные по радиусу температуры поверхности при числах $R_R^* = 10^6, 10^7, 10^8$ соответственно. Пунктирной линией 4 показано изменение средней температуры поверхности $\langle \theta_{s0} \rangle$ при отсутствии конвекции. Отсюда видно, что температура $\langle \theta_s \rangle$ при наличии конвекции выше, чем при переносе тепла путем теплопроводности. Изменение средней температуры свободной поверхности

$$\langle \theta_s \rangle = \langle \theta_{s0} \rangle + \Delta \theta_s, \quad \langle \theta_{s0} \rangle = f(q_w / q_s, H / R, F) \quad (2.2)$$

Здесь $\langle \theta_s \rangle$ — средняя температура свободной поверхности при переносе тепла путем теплопроводности; судя по результатам расчета (фиг. 8) это главная составляющая в величине $\langle \theta_s \rangle$ при подводе тепла одновременно к боковой и свободной поверхностям. Величина $\langle \theta_{s0} \rangle$ существенно зависит от соотношения теплопритоков q_w / q_s и будет наименьшей при подводе тепла только к боковой поверхности. В этом случае основным в увеличении $\langle \theta_s \rangle$ будет вклад второго слагаемого — $\Delta \theta_s$. Эта величина определяет рост температуры $\langle \theta_s \rangle$ за счет конвекции, поэтому, как видно из фиг. 8, она зависит еще и от числа Рэлея. Качественное поведение ее при различных числах Рэлея и Фурье аналогично поведению вертикальных разностей температур при боковом подводе тепла, рассмотренных в работах [1, 2]. На квазистационарном режиме прогрева при действии только бокового потока тепла вертикаль-



Фиг. 6

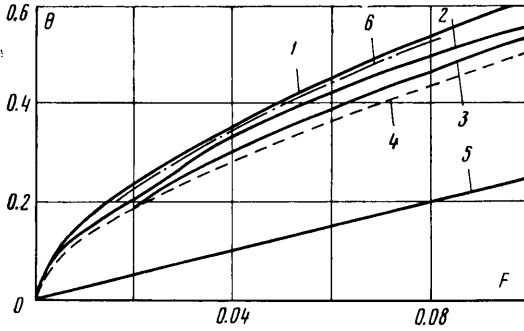


Фиг. 7

ные разности температур имеют максимальное значение при числе $R_R^* = 10^4$; при уменьшении числа Фурье максимум смещается в сторону больших чисел Рэлея: в частности, при $F = 0.1$ значение числа Рэлея, при котором вертикальные разности температур достигают максимума, составляет $\sim 10^6$, чем и объясняется наибольший рост температуры $\langle \theta_s \rangle$ при $R_R^* = 10^6$ (фиг. 8). При дальнейшем увеличении числа Рэлея вертикальные разности температур уменьшаются, оставаясь, однако, положительными. Таким образом, влияние конвекции в рассмотренном варианте подвода тепла всегда связано с увеличением средней температуры свободной поверхности по сравнению со случаем переноса тепла путем теплопроводности.

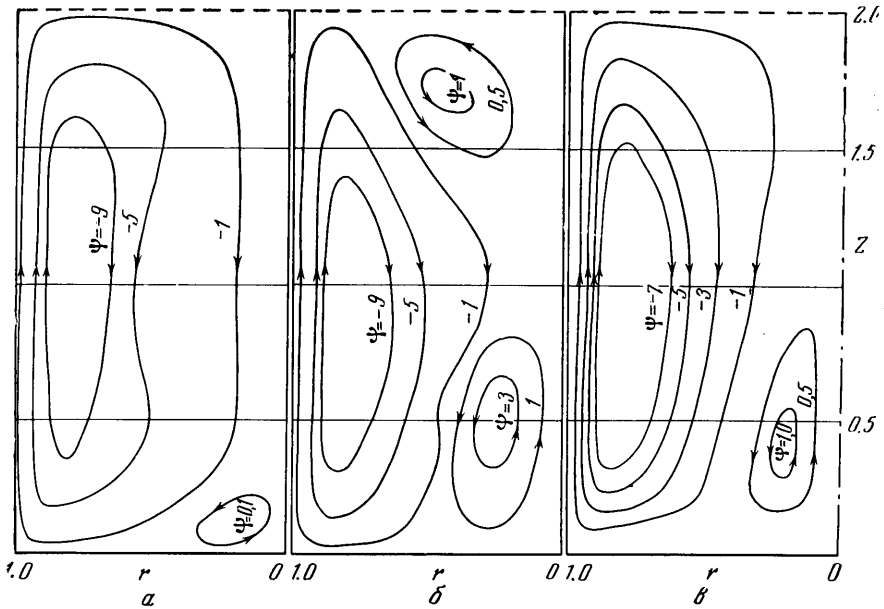
3. Тепловая неустойчивость и конвективное взаимодействие ($\gamma_w = \gamma_s = \gamma_b = 1$). Результаты расчета общего случая прогрева, представленные на фиг. 9—12, выполнены при значениях $R_R^* = 10^5$, $P = 1$, $H/R = 2$ на сетке с пространственным числом узлов 41×41 ($m_1 = n_1 = 0.3$) и временным шагом $\tau = 1.25 \cdot 10^{-4}$.

1. Основное влияние подвода тепла ко дну на развитие движения в сосуде связано с возникновением конвекции за счет тепловой неустойчивости.



Фиг. 8

В отличие от движений, развивающихся при боковом подводе тепла, конвективная неустойчивость возникает в некоторый момент времени F_+ после начала прогрева, когда разности температур у дна по вертикали достигают определенного значения. Появление и развитие вторичных движений у дна сосуда видно на картинах линий тока (фиг. 9, а, б, числа $F = 0.035, 0.045$ соответственно). На фиг. 10 приведено изменение во времени максимальных значений функций тока основного движения (линия 1), вторичного движения у свободной поверхности (линия 2) и вторичного движения у дна, связанного с тепловой неустойчивостью (пунктирная линия 3). При данном числе Рэлея тепловая неустойчивость у дна возникает при



Фиг. 9

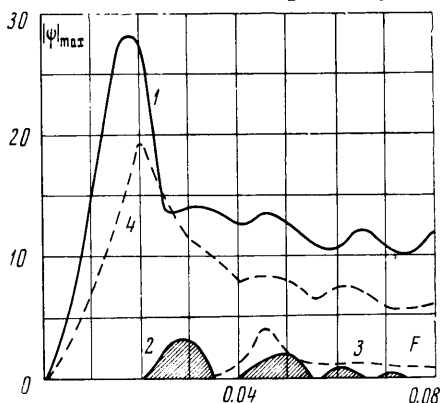
значении числа Фурье $F \approx 0.03$. Время возникновения тепловой неустойчивости у дна в зависимости от числа Рэлея можно представить в виде

$$F_+ = c(R_R^*)^{-0.5} \quad (3.1)$$

Значение константы c , найденное из результатов расчета при $R_R^* = 10^8 - 10^9$, равно 30—40. Зависимость (3.1) может быть получена в предположении, что возникновение конвекции определяется локальным числом Рэлея

$$R_b = g\beta\delta^3(T_b - T^0) / \nu a$$

отнесенным к глубине прогрева жидкости $\delta \sim 2\sqrt{at}$ и разности температур между дном и основной массой жидкости в данный момент времени $T_b - T^0 \sim 2q_b\sqrt{at} / k$. Оценка критического числа Рэлея (R_b)_c по результатам расчета дает величину $\sim 10^4$, что превышает величину критического числа Рэлея в горизонтальных плоских слоях в стационарных условиях¹. Помимо нестационарности на возникновение тепловой неустойчивости в данном случае оказывают влияние и другие факторы, такие как осевая симметрия, граничные условия второго рода и, что, пожалуй, наиболее важно, наличие возмущений специального вида, связанных с развитием основного циркуляционного движения и движений вдоль дна при его неравномерном прогреве сбоку; в связи с этими особенностями количественное определение величины F_+ , по-видимому, возможно лишь численными методами.



Фиг. 10

При $F < F_+$ процессы развития основного циркуляционного движения и вторичных движений у свободной поверхности протекают качественно аналогично рассмотренным в п. 2 (фиг. 3, а, б), однако имеется количественное отличие в интенсивности движения. На этой стадии прогрева тепло, подводимое ко дну, выносится основным движением боковой поверхности; в результате увеличения разностей температур по горизонтали (и подъемных сил) интенсивность основного движения заметно возрастает по сравнению с тем случаем, когда подвод тепла ко дну отсутствует. Этот эффект виден из сопоставления зависимостей $|\psi|_{\max}$ на фиг. 10 (линии 1 и 4). В связи с этим максимальная интенсивность основного движения достигается несколько раньше, чем при отсутствии подвода тепла ко дну. Дальнейшее развитие периодических движений с уменьшающейся амплитудой у свободной поверхности (фиг. 9, 10) протекает примерно так же, как и в случае подвода тепла к боковой и свободной поверхностям.

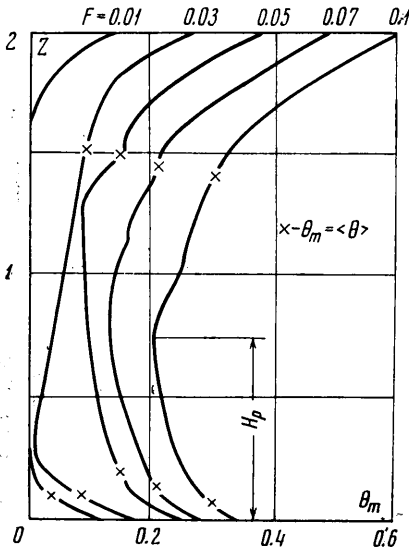
На фиг. 9, б дана типичная картина конвективного взаимодействия в переходном режиме прогрева ($F = 0.045$): здесь имеются основное движение и вторичные движения у свободной поверхности и дна; при данной степени заполнения сосуда жидкостью эти вторичные движения практически не взаимодействуют между собой². Взаимодействие их начинает играть роль при уменьшении H/R и увеличении R_R^* . На фиг. 10 видно, что вторичные движения у свободной поверхности с течением времени затухают; интенсивность вторичных движений у дна становится постоянной при числе $F \approx 0.07$. Этот момент времени для данного числа Рэлея можно считать завершением внутреннего переходного режима развития конвекции; длительность его оказывается несколько больше, чем длительность

¹ Затягивание возникновения конвекции при нестационарном прогреве отмечалось в опытах [12] и работах ряда других авторов.

² Вторичное движение у свободной поверхности относится ко второму периоду колебаний в соответствии с фиг. 10.

внутреннего переходного режима F_1 в случае, когда подвод тепла ко дну отсутствует в связи с появлением еще одного характерного времени — установления конвективных движений и квазистационарного режима прогрева у дна $F_2 = F_+ + F^+$, где F_+ — время возникновения тепловой неустойчивости у дна, F^+ — длительность ее переходного режима (см. фиг. 10).

Во внешнем переходном режиме при $F \geq \max \{F_1, F_2\}$ (фиг. 9, в, $F = 0.07$) в сосуде имеется основное движение и развитое вторичное движение у дна; вторичное движение имеет проникающий характер: оно распространяется из неустойчивой зоны



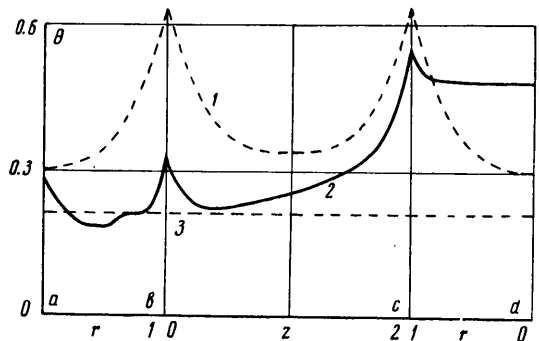
Фиг. 11

расчета вертикальных профилей температур вдоль оси сосуда $\theta_m(z, F)$. Отсюда видно появление так называемого температурного расслоения жидкости: в верхней части у свободной поверхности образуется слой перегретой жидкости, в то время как в начальные моменты времени рост температур свободной поверхности и дна одинаков. Поле температур по вертикали во внешнем переходном режиме ($F \approx 0.07$) состоит из трех характерных зон: перегретого относительно основной массы жидкости верхнего слоя с обратным градиентом температур (в этой зоне в среднем преобладает перенос тепла путем теплопроводности), конвективного ядра в средней части по высоте сосуда и зоны

у дна, на которую распространяется проникающее влияние тепловой неустойчивости. Структура и относительная протяженность этих зон зависят от длительности прогрева, числа Рэлея и степени заполнения сосуда жидкостью; по расположению характерных зон можно судить о характере кон-

у дна сосуда в устойчивую зону с обратным градиентом температуры в верхней части сосуда. Во внешнем переходном режиме происходит распространение тепла путем теплопроводности сверху и взаимодействие его с полем температуры, которое формируется основным движением и вторичным движением у дна. В этом взаимодействии важную роль играет глубина проникновения конвекции H_p из неустойчивой зоны в устойчивую, которая ограничивает снизу область влияния теплопроводности; поэтому длительность внешнего переходного режима при наличии подвода тепла ко дну меньше длительности установления квазистационарного режима при переносе тепла путем теплопроводности.

2. На фиг. 11 приведен пример



Фиг. 12

вективного взаимодействия. Приведенное на фиг. 11 распределение температур типично для ламинарного режима, когда глубина проникновения конвекции H_p из неустойчивой зоны в устойчивую не слишком велика. Качественно близкие профили при ламинарной конвекции измерены в работе [9]; при увеличении числа Рэлея в результате интенсивного перемешивания вертикальный градиент температуры в конвективной зоне уменьшается, и профили температуры приобретают типичный Г-образный вид [10, 11].

Сопоставление изменения во времени среднего числа Нуссельта в общем случае прогрева с упоминавшимися ранее случаями подвода тепла при $R_R^* = 10^6$ дано в таблице. Колебания во времени числа N в данном случае связаны при малых F с развитием вторичных движений у свободной поверхности; заметное увеличение N (или уменьшение горизонтальной разности температур) при $F = 0.04$ вызывается выносом тепла от дна вдоль оси при развитии тепловой неустойчивости. Уменьшение N по сравнению с другими вариантами подвода тепла при больших числах Фурье показывает, что в конечном итоге горизонтальная разность температур увеличивается в связи с влиянием переноса тепла к боковой поверхности от дна.

3. Рассмотрим влияние конвекции на распределение температур нагреваемых поверхностей в общем случае прогрева. На фиг. 12 пунктирной линией 1 приведено распределение температур по контуру сосуда при числе $F = 0.07$ в случае, когда конвекция отсутствует; сплошная линия 2 дает распределение температур при наличии конвекции ($R_R^* = 10^6$), пунктирная линия 3 показывает уровень среднемассовой температуры $\langle \theta \rangle$ в данный момент времени. Участки оси абсцисс относятся ко дну сосуда (ae), боковой поверхности (ec) и свободной поверхности от боковой стенки до оси (cd) в соответствии с обозначениями фиг. 1. Из сопоставления кривых 1 и 2 видно, что влияние отвода тепла путем конвекции наиболее ощутимо в местах концентрации тепловых потоков (угловые точки b и c). Температура дна — наименьшая из всех нагреваемых поверхностей; это связано с отводом тепла от дна основным и вторичным движениями. В средней части поверхности дна между стенкой и осью, где разветвляются линии тока основного и вторичного движений, температура в результате интенсивного охлаждения ниже среднемассовой температуры.

Особый интерес представляет определение влияния конвекции на распределение температур вдоль свободной поверхности. Из фиг. 12 видно, что при наличии конвекции максимальная температура свободной поверхности в зоне, прилежащей к стенке, уменьшается, однако температура на основной части свободной поверхности между стенкой и осью значительно увеличивается. Это связано, с одной стороны, с переносом тепла конвекцией от наиболее нагретой зоны у стенки непосредственно вдоль свободной поверхности (в результате чего происходит осреднение той температуры поверхности, которая была бы при отсутствии конвекции); с другой стороны, температура свободной поверхности вблизи оси увеличивается за счет переноса тепла конвекцией от боковой поверхности. Поэтому средняя температура свободной поверхности при наличии конвекции и в общем случае прогрева оказывается выше, чем в случае, когда тепло переносится путем теплопроводности.

Увеличение интенсивности движения, связанное с подводом тепла ко дну сосуда, сравнительно слабо влияет на изменение средней температуры свободной поверхности, которая едва заметно уменьшается. Изменение $\langle \theta_s \rangle$ при $R_R^* = 10^6$ дано на фиг. 8 штрих-пунктирной линией 6 (для сравнения с аналогичной линией 1 в случае, когда отсутствует подвод тепла ко дну).

Поступило 5 VIII 1971

ЛИТЕРАТУРА

1. Полежаев В. И. Нестационарная ламинарная тепловая конвекция в замкнутой области при заданном потоке тепла. Изв. АН СССР, МЖГ, 1970, № 4.
2. Полежаев В. И., Вальциферов Ю. В. Численное исследование нестационарной тепловой конвекции жидкости в цилиндрическом сосуде при боковом подводе тепла. В сб. «Некоторые применения метода сеток в газовой динамике», вып. 3, М., Изд-во МГУ, 1971.
3. Schwind R. G., Vliet G. C. Observations and investigations of natural convection and stratification in vessels. Proc. 1964 Heat Trans. and Fluid Mech. Inst., Berkeley, Calif. Univ. Press., 1964.
4. Vliet G. C., Brogan J. I., Sheppard T. S., Morse F. H., Hines F. L. Stratified layer flow model — a numerical approach to temperature stratification in liquids contained in heated vessels. AIAA preprint, 1964, No. 64—37.
5. Беляев Н. М. Исследование прогрева жидкости при подводе теплового потока со стороны свободной поверхности. В сб. «Гидромеханика», вып. 3, Харьков, Изд-во Харьковск. ун-та, 1966.
6. Полежаев В. И. Численное исследование естественной конвекции жидкостей и газов. В сб. «Некоторые применения метода сеток в газовой динамике», М., Изд-во МГУ, 1971.
7. Тарунин Е. Л. Нестационарная конвекция жидкости в замкнутой полости. Изв. АН СССР, МЖГ, 1968, № 6.
8. Тарунин Е. Л. Нестационарная тепловая конвекция в шаровой полости. Изв. АН СССР, МЖГ, 1970, № 4.
9. Гершуни Г. З., Губин В. Е., Жуховицкий Е. М., Тарунин Е. Л., Хазиев Н. М. Исследование свободной тепловой конвекции в шаровой полости, ч. 1. Ламинарный пограничный слой. Тр. НИИТранснефть, 1968, вып. 6.
10. Кириченко Ю. А., Щелкунов В. Н. Теплообмен при свободной конвекции в шаровом объеме. ПМТФ, 1968, № 5.
11. Баслина Е. М., Винников А. И., Аксельрод Л. С. Экспериментальное исследование теплообменных процессов в закрытых сосудах с низкотемпературными жидкостями. В сб. «Тепло- и массоперенос», 1968, т. 4.
12. Koschmieder E. L. On the wavelength of convective motions. J. Fluid Mech., 1969, vol. 35, pt 3.