

УДК 532.526

## КОНДЕНСАЦИЯ ГАЗА В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

А. А. ХАРИТОНОВ

(Днепропетровск)

Рассматривается ламинарный пограничный слой в окрестности критической точки плоского затупленного тела, обтекаемого потоком молекулярного кислорода.

Температура набегающего потока выше температуры насыщения  $T_0$ , соответствующей давлению в пограничном слое. Температура поверхности тела ниже  $T_0$  и поддерживается постоянной. При определенных условиях на поверхности тела может образоваться пленка конденсата.

На границе раздела жидкой и газообразной фаз будет происходить непрерывный процесс испарения и конденсации молекул кислорода, при этом равновесие возможно лишь тогда, когда температура поверхности раздела фаз равна  $T_0$ . В общем случае между пленкой конденсата и газом существует перепад температур, представляющий собой своего рода тепловое сопротивление поверхности раздела фаз. Таким образом, если температура жидкости на границе с газовой фазой ниже температуры насыщения  $T_0$ , вблизи жидкой пленки будет тонкий слой газа, находящегося в пересыщенном состоянии. В этом тонком слое возможна конденсация газа, сопровождающаяся появлением капель конденсата, которые образовались в результате «гетерофазных» флуктуаций на спонтанно возникающих зародышах. Если предположить, что между молекулами кислорода, которые конденсируются на жидкой пленке, и молекулами, которые испаряются, устанавливается равновесие, то всю массу газа, которая уходит в жидкую фазу, будут составлять капли жидкого кислорода различного размера.

Если образующиеся при конденсации капли всевозможных размеров считать газами с различными молекулярными весами, то движение такой смеси описывается уравнениями многокомпонентного пограничного слоя.

Задача существенно упрощается, если предположить, что при конденсации образуются капли какого-то одного среднего размера. При таком подходе можно рассматривать двухкомпонентный пограничный слой, где одной из компонент является молекулярный кислород, а другой — капли жидкого кислорода среднего размера, которые считаются многоатомным газом с молекулярным весом, равным молекулярному весу этих капель. Образование капель рассматривается как химическая реакция с использованием кинетики, предложенной в работе [1].

1. Система уравнений ламинарного пограничного слоя для смеси газов в окрестности плоской критической точки с учетом диффузии и химических превращений имеет следующий вид:

уравнение неразрывности для смеси

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) = 0 \quad (1.1)$$

уравнение сохранения количества движения

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{dp}{dx} + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (1.2)$$

уравнение энергии

$$c_p \left( \rho u \frac{\partial T}{\partial x} + \rho v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \sum_{i=1}^2 \rho D_{12} c_{p_i} \frac{\partial c_i}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} - \sum_{i=1}^2 \dot{\omega}_i h_i \quad (1.3)$$

уравнение неразрывности для капель жидкого кислорода

$$\rho u \frac{\partial c_1}{\partial x} + \rho v \frac{\partial c_1}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left( \rho D_{12} \frac{\partial c_1}{\partial y} \right) + \dot{\omega}_1 \quad (1.4)$$

Систему уравнений (1.1)–(1.4) необходимо дополнить уравнением состояния

$$p = \frac{\rho RT}{M} \quad \left( M = \left[ \sum_{i=1}^2 \frac{c_i}{M_i} \right]^{-1} \right)$$

Кроме того, имеют место следующие соотношения:

$$\sum_{i=1}^2 c_i = 1, \quad \sum_{i=1}^2 \omega_i = 0, \quad c_p = \sum_{i=1}^2 c_i c_{p_i}$$

Граничные условия

$$\begin{aligned} u = v = 0, \quad T = T_w, \quad c_{1w} = 0 \quad (y = 0) \\ u = u_\infty, \quad T = T_\infty, \quad c_{1\infty} = 0 \quad (y = \infty) \end{aligned} \quad (1.5)$$

( $y = 0$  соответствует стенке,  $y = \infty$  — внешней границе пограничного слоя; условие  $c_{1w} = 0$  при  $y = 0$  может быть заменено  $(\partial c_1 / \partial y)_w = 0$ ).

Здесь  $x$  и  $y$  — координаты, направленные вдоль поверхности тела и по нормали к ней,  $u$  и  $v$  — составляющие скорости в направлении этих координат,  $p$  — давление,  $c_i$  — весовая концентрация  $i$ -й компоненты,  $\rho$ ,  $T$ ,  $\mu$ ,  $c_p$  и  $\lambda$  — соответственно плотность, температура, вязкость, теплоемкость и теплопроводность смеси,  $c_{p_i}$  — теплоемкость  $i$ -й компоненты,  $h_i$  — энтальпия  $i$ -й компоненты,  $R$  — универсальная газовая постоянная,  $M$  — молекулярный вес смеси,  $M_i$  — молекулярный вес  $i$ -й компоненты,  $D_{12}$  — коэффициент бинарной диффузии,  $\omega_i$  — массовая скорость образования  $i$ -й компоненты в единице объема. Индексом  $w$  отмечены значения параметров на стенке, а индексом  $\infty$  — значения параметров на внешней границе пограничного слоя. Компонентой с индексом 1 являются капли жидкого кислорода, а с индексом 2 — молекулярный кислород.

Входящие в исходную систему уравнений пограничного слоя коэффициенты переноса  $\mu$ ,  $\lambda$  и  $D_{12}$  для смеси определяются по формулам, которые приводятся в работе [2]. Свойства молекулярного кислорода и капель жидкого кислорода рассчитываются на основании модели твердых сфер.

При определении удельной теплоемкости и энтальпии предполагается, что колебательные степени свободы в многоатомных молекулах при низких температурах не возбуждаются

$$c_{p_1} = \frac{4R}{M_1}, \quad c_{p_2} = \frac{7}{2} \frac{R}{M_2}, \quad h_1 = \frac{4R}{M_1} T - h_0, \quad h_2 = \frac{7}{2} \frac{R}{M_2} T$$

где  $h_0$  — скрытая теплота конденсации.

Массовая скорость образования капель жидкого кислорода в единице объема определяется следующим образом:

$$\omega_1 = -M_2 \frac{dN_2}{dt} \quad (1.6)$$

где  $dN_2 / dt$  — скорость конденсации,  $N_2$  — число молекул кислорода в единице объема.

Скорость конденсации берется такой же, как и в работе [1]

$$-\frac{dN_2}{dt} = N_2 \frac{p}{kT} \frac{4r^{*3}}{3} \left( \frac{2\pi\sigma}{m} \right)^{1/2} \exp \left( -\frac{4\pi\sigma r^{*2}}{3kT} \right), \quad r^* = \frac{2\sigma V_0}{\kappa} \frac{T_0}{T - T_0} \quad (1.7)$$

Здесь  $r^*$  — критический радиус капли,  $T_0$  — температура насыщения, соответствующая давлению в пограничном слое,  $T$  — фактическая температура газа,  $V_0 = 4.66 \cdot 10^{-23} \text{ см}^3$  — объем молекулы кислорода в жидкой

фазе,  $\kappa = 1.14 \cdot 10^{-13}$  эрг — скрытая теплота испарения на одну молекулу,  $m = 5.3 \cdot 10^{-23}$  г — масса молекулы кислорода,  $\sigma = 13,1$  дин/см — коэффициент поверхностного натяжения жидкого кислорода,  $k$  — постоянная Больцмана.

2. Вводя преобразования Дородницына

$$x = x, \quad Y = \int_0^y \rho dy, \quad V = \rho v + u \frac{\partial Y}{\partial x}$$

и преобразования подобия

$$x = x, \quad \eta = Y, \quad \psi = xf$$

где  $f' = u/x$ , а  $\psi$  — безразмерная функция тока, такая что

$$\frac{\partial \psi}{\partial Y} = u, \quad \frac{\partial \psi}{\partial x} = -V$$

получим систему нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений относительно неизвестных функций  $c_1(\eta)$ ,  $\theta(\eta)$  и  $f(\eta)$

$$(\mu \rho f'')' + ff'' - f'^2 = \rho^{-1} \tag{2.1}$$

$$\begin{aligned} (\lambda \rho \theta')' \frac{1}{P_\infty} + c_p \frac{\rho^2 D_{12}}{P_\infty'} c_1' \theta' + c_p f \theta' + \\ + \omega_1 (h_2 - h_1) \frac{1}{c_p T_0 \rho \rho_\infty} \left( \frac{L}{u_\infty} \right) = 0 \end{aligned} \tag{2.2}$$

$$(\rho^2 D_{12} c_1')' \frac{1}{P_\infty'} + f c_1' + \frac{\omega_1}{\rho \rho_\infty} \left( \frac{L}{u_\infty} \right) = 0 \tag{2.3}$$

с граничными условиями

$$f' = 0, \quad f = 0, \quad \theta = \theta_w, \quad c_{1w} = 0 \quad (\eta = 0) \tag{2.4}$$

$$f' = 1, \quad \theta = \theta_\infty, \quad c_{1\infty} = 0 \quad (\eta = \infty)$$

Здесь  $P_\infty$  — число Прандтля,  $P_\infty'$  — диффузионное число Прандтля,  $\theta = T/T_0$  — безразмерная температура,  $c_p = c_{p1}/c_{p2} - 1$ .

Метод решения полученной системы уравнений (2.1) — (2.4) такой же, как и в работе [3].

3. Рассмотрим выражение, характеризующее источник в уравнении диффузии для капель жидкого кислорода

$$\frac{\omega_1}{\rho \rho_\infty} \left( \frac{L}{u_\infty} \right) = \left( \frac{L}{u_\infty} \right) B \frac{(1 - c_1)}{\theta(1 - \theta)^3} \exp \left( - \frac{a}{\theta(1 - \theta)^2} \right) \tag{3.1}$$

$$B = \frac{p}{kT_0} \frac{32\sigma^3 V_0^3}{3\kappa^3} \left( \frac{2\pi\sigma}{m} \right)^{1/2}, \quad a = \frac{16\pi\sigma^3 V_0^2}{3kT_0 \kappa^2}$$

Коэффициент  $(L/u_\infty)B$  содержит все размерные параметры, определяющие задачу при конечной скорости конденсации. Назовем его параметром скорости конденсации  $K_1$

$$K_1 = \left( \frac{L}{u_\infty} \right) \frac{p}{kT_0} \frac{32\sigma^3 V_0^3}{3\kappa^3} \left( \frac{2\pi\sigma}{m} \right)^{1/2} \tag{3.2}$$

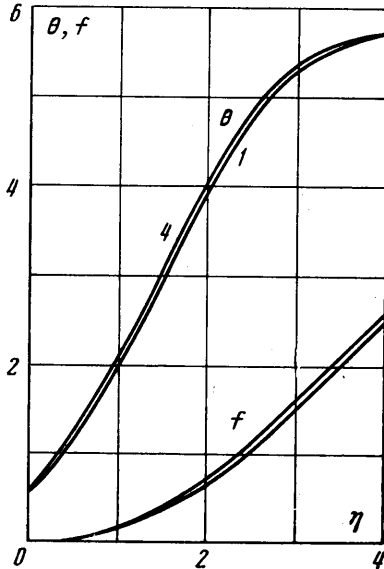
Величина  $(L/u_\infty)$  приближенно равна времени диффузии молекулы через пограничный слой [4]. Величина  $B$  пропорциональна частоте столкновения отдельных молекул кислорода с поверхностью образовавшихся капель в единицу времени, т. е. обратно пропорциональна времени жизни молекулы в процессе конденсации. Таким образом, параметр скорости конденсации есть отношение времени диффузии к времени жизни молекулы при конденсации. Так как время диффузии молекулы зависит от характерного размера  $L$  (скажем, радиуса носовой части тела), а время жиз-

ни молекулы в процессе конденсации не зависит от  $L$ , то в уравнениях нужно ввести масштабный фактор, который не учитывается числом Рейнольдса  $R$ , а связан с природой процесса конденсации. В этом случае для подобиya процессов нужно требовать равенства чисел  $R$  и параметров скорости конденсации.

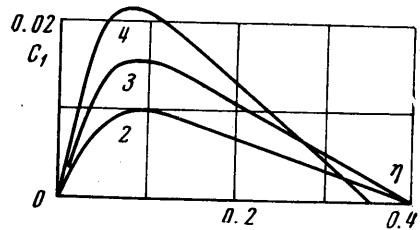
4. Система уравнений (2.1)–(2.4) решалась численно на ЭВМ «Минск-22» методом последовательных приближений при следующих значениях параметров:  $T_\infty = 520^\circ \text{K}$ ,  $p = 1 \text{ атм}$ ,  $T_w = 50^\circ \text{K}$ ,  $T_0 = 90^\circ \text{K}$ .

В расчетах изменялись значения параметра скорости конденсации  $K_1$ , и граничные условия для концентрации капелек жидкого кислорода на стенке.

На фиг. 1, 2 представлены профили  $\theta(\eta)$ ,  $f(\eta)$  и  $c_1(\eta)$  для граничного условия  $c_{1w} = 0$  при  $K_1 = 0, 50, 100, 200$  (кривые 1, 2, 3, 4 соответственно). На фиг. 1 кривые 2, 3, которые располагаются между кривыми 1 и 4, не приведены.

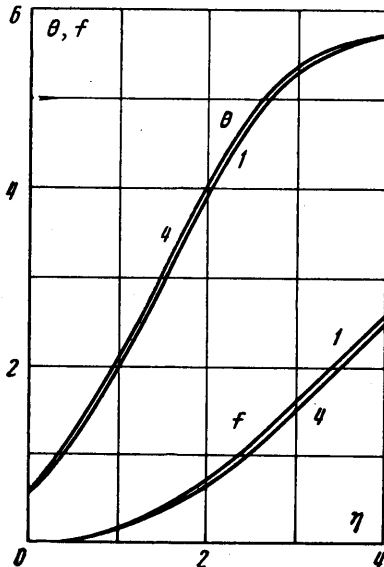


Фиг. 1



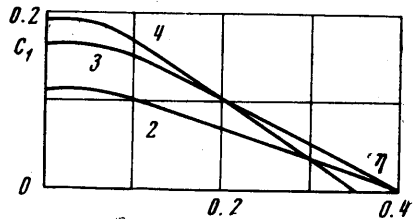
Фиг. 2

На фиг. 3, 4 представлены профили  $\theta(\eta)$ ,  $f(\eta)$  и  $c_1(\eta)$  для граничного условия  $(\partial c_1 / \partial y)_w = 0$  при  $K_1 = 0, 100, 200$  и  $400$  (кривые 1, 2, 3, 4 соответственно).



Фиг. 3

При  $K_1 = 0$  имеем случай так называемого «замороженного» пограничного слоя, в котором конденсация с образованием капелек не происходит. Конечная скорость конденсации имеет место при  $0 < K_1 < \infty$ . Однако получить решение системы (2.1)–(2.4) удалось только при  $0 < K_1 < 10^3$ . При  $K_1 > 10^3$  итерационный процесс решения задачи был расходя-



Фиг. 4

щимся. Отметим, что во всех приведенных результатах уравнение неразрывности для капель жидкого кислорода решалось в области, где газ находится в пересыщенном состоянии, т. е. в промежутке, где  $\theta \leq 1$ .

Были проведены расчеты, в которых уравнение неразрывности для капель жидкого кислорода решалось во всей области пограничного слоя. И если при граничном условии для капель на стенке  $c_{1w} = 0$  результаты в основном совпадают, то для случая граничного условия  $(\partial c_1 / \partial y)_w = 0$  результаты сильно отличаются от результатов, приведенных на фиг. 3, 4. Это можно объяснить тем, что принятая в работе модель конденсации газа не учитывает испарения тех капель, которые под влиянием конвекции и диффузии попадают в область высоких температур ( $\theta > 1$ ), где газ уже находится в ненасыщенном состоянии. В расчетах получилась большая концентрация капель жидкого кислорода в области, где капли должны испариться, а это в свою очередь вызывало падение температуры и скорости в пограничном слое. Отсюда следует, что стенка оказывает существенное влияние на процесс конденсации газа в пограничном слое.

В приведенных на фиг. 1—4 результатах молекулярный вес капель  $M_1$  принимался равным 320, а диаметр столкновения  $\sigma_1 = 5,4 \text{ \AA}$ .

Были проведены расчеты для случая, когда  $M_1 = 640$  и  $\sigma_1 = 9,8 \text{ \AA}$ . Результаты этих расчетов в основном совпадают с результатами расчетов для случая более легких капель, за исключением концентрации капель в пограничном слое. Более тяжелых капель получается несколько больше, чем легких при одних и тех же значениях параметра скорости конденсации  $K_1$ .

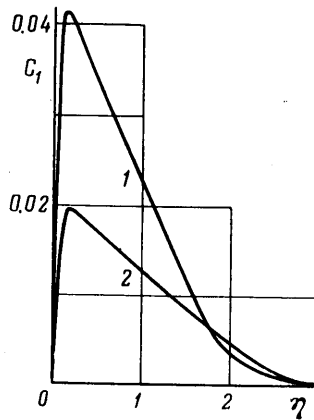
На фиг. 5 приводятся профили  $c_1(\eta)$  для случая, когда уравнение неразрывности для капель решается во всей области при  $c_{1w} = 0$  и  $K_1 = 100$  (кривая 1 —  $M_1 = 640$ , кривая 2 —  $M_1 = 320$ ). Расчеты показывают, что более тяжелые капли стремятся расположиться вблизи стенки.

Автор глубоко признателен Г. И. Петрову, под руководством которого была выполнена эта работа.

Поступило 15 VI 1971

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Френкель Я. И. Кинетическая теория жидкостей. М.—Л., Изд-во АН СССР, 1945.
2. Анфимов Н. А. Ламинарный пограничный слой в многокомпонентной смеси газов в окрестности критической точки. Изв. АН СССР, Механика и машиностроение, 1962, № 1.
3. Варжанская Т. С., Обраскова Е. И., Старова Е. Н. Пограничный слой в окрестности критической точки. Сб. работ ВЦ МГУ «Численные методы в газовой динамике», вып. 2, М., Изд-во МГУ, 1963.
4. Липин Ю. В. Турбулентный пограничный слой в сверхзвуковых потоках газа. М., «Наука», 1970.



Фиг. 5