

УДК 532.525.4

## О ТУРБУЛЕНТНОМ ТЕЧЕНИИ НАД ПРОНИЦАЕМЫМИ ПЛАСТИНАМИ

В. В. ГЛАЗКОВ, М. Д. ГУСЕВА, Б. А. ЖЕСТКОВ

(Москва)

Приведены результаты исследования полей скоростей над перфорированной пластиной, обтекаемой турбулентным потоком воздуха, при вдуве различных газов. Даны эмпирические формулы для построения полей скоростей в пограничном слое над проницаемыми стенками и рассмотрен вопрос об общности полученных результатов.

Изучению течения над пористыми пластинами и охлаждению пористых стенок посвящено большое число работ [1-6]. В ряде практически важных задач вместо пористых материалов целесообразно использовать перфорированные листовые материалы с размерами отверстий, равными по порядку толщине стенки.

Общее решение задачи о турбулентном течении над перфорированной пластиной и о ее тепловом состоянии должно зависеть не только от параметров смешивающихся потоков и интенсивности вдува, но и от геометрических и теплофизических характеристик перфорированных пластин. Для получения обобщающих результатов необходим большой объем экспериментальных данных. В частном случае, когда температура стенки постоянна, объем исследований сократится, так как наполненность профилей не должна зависеть от продольной координаты. Этот случай наиболее важен в практическом отношении.

Объем необходимых исследований значительно сократится, если удастся показать, что при определенных геометрических характеристиках перфорированных пластин их тепловое состояние и течение в пограничном слое слабо зависит от числа отверстий на единице охлаждаемой поверхности.

На распределение параметров газа в пограничном слое и на тепловое состояние проницаемых пластин заметное влияние может оказать предыстория течения, поэтому целесообразно, чтобы исследуемая пластина обтекалась потоком газа с равномерным распределением параметров при минимальной толщине динамического пограничного слоя перед первым рядом отверстий перфорации.

**1. Описание модели и методики исследования.** Основные опыты были выполнены со сменными перфорированными пластинами, образующими верхнюю стенку модели, которая размещалась в равномерном потоке воздуха, вытекающем из прямоугольного сопла.

Распределение проницаемости  $s$  по длине пластины подбиралось из условия получения постоянной температуры стенки. Заметим, что при небольших интенсивностях вдува  $(\rho u)_1 / (\rho u)_0$  ( $(\rho u)_1$  — массовый расход охладителя на единицу охлаждаемой поверхности,  $(\rho u)_0$  — плотность тока сносящего потока газа) постоянная температура стенки, обтекаемой турбулентным потоком, очевидно, должна быть при

$$(\rho u)_1 / (\rho u)_0 \sim x^{-0.2}$$

Однако для перфорированных пластин с малым гидравлическим сопротивлением распределение  $(\rho u)_1 / (\rho u)_0$  по длине может не совпадать с распределением их проницаемости  $s$ .

Выбранное размещение отверстий и их размеры для пластин с суммарной проницаемостью  $s = 3\%$  и числом отверстий на  $1 \text{ см}^2$ , равным 4, обеспечило практически постоянную температуру пластины в широком диапазоне изменения интенсивности вдувания.

Изучение закономерностей течения в пограничном слое проводилось с пластинами, у которых  $s = 3\%$  и  $m = 4 \text{ отв./см}^2$ . Изучение влияния про-

ницаемости и числа отверстий на единице охлаждаемой поверхности проводилось с пластинами, для которых распределение проницаемости было таким же, как и для пластины с  $c = 3\%$  и  $m = 4$  отв./см<sup>2</sup>.

Укажем, что тепловое состояние пластин с  $c \approx 1-4\%$  и  $m \approx 1-7$  отв./см<sup>2</sup> получилось практически независящим от  $x$ . Для этих пластин можно полагать, что интенсивность вдува

$$(\rho u)_1 / (\rho u)_0 \sim x^{-0.2}$$

и, следовательно, параметр вдува

$$f_0 = \frac{(\rho u)_1}{(\rho u)_0} Re_0^{0.2} = 0.8 \frac{(\rho u)_w}{(\rho u)_0} Re_{0L}^{0.2} = \text{const}(x) \quad (1.1)$$

$$Re_0 = \frac{(\rho u)_0 x}{\mu_0}, \quad Re_{0L} = \frac{(\rho u)_0 L}{\mu_0}$$

Здесь  $L$  — длина охлаждаемой поверхности,  $(\rho u)_w$  — среднemasсовый расход охладителя на единицу охлаждаемой поверхности.

При обтекании пластины турбулентным потоком газа параметр вдувания  $f_0$  связан с широко используемым параметром

$$B_0 = [(\rho u)_1 / (\rho u)_0] St_0^{-1}$$

следующим образом:

$$f_0 = 0.037 Pr_0^{-0.57} B_0 \quad (1.2)$$

Обследование пограничного слоя без вдувания, выполненное над перфорированной и гладкой пластинами, показало, что профили относительных скоростей практически совпадают и с хорошей точностью описываются известной степенной зависимостью

$$u / u_0 = (y / \delta)^{1/7} \quad (1.3)$$

если толщину динамического пограничного слоя определять по формуле

$$\delta = 0.37x Re_0^{-0.2} \quad (1.4)$$

а точку начала пограничного слоя принять на расстоянии 37 мм вверх по потоку от первого ряда отверстий перфорации. Над первым рядом отверстий толщина теплового пограничного слоя практически равнялась нулю, а толщина динамического пограничного слоя не превышала 0.8 — 1 мм.

Из-за дискретного подвода охладителя результаты измерений параметров течения вблизи проницаемой стенки должны зависеть от ориентации датчика относительно отверстий перфорации. Измерения показали, что вблизи перфорированной стенки с  $c = 3\%$  и  $m = 4$  отв./см<sup>2</sup> величина и направление скорости, а также значение температуры и концентрации заметно зависят от места нахождения приемного отверстия датчика. Однако при  $x \geq 40$  мм уже при  $y / \delta \geq 0.15$  величины скоростей, концентраций и температур не зависят от расположения датчика относительно отверстий перфорации.

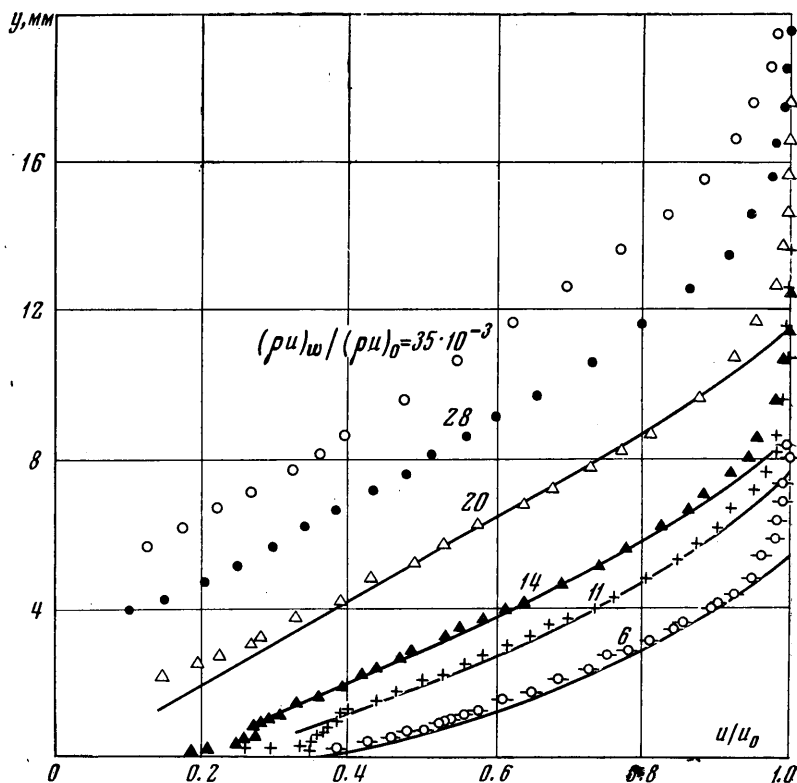
С целью систематизации данных о наполненности профилей и о толщине пограничных слоев экспериментальное распределение скоростей аппроксимировалось степенной зависимостью вида

$$u / u_0 = (y / \delta)^{1/n}$$

Определение величин  $n$  и  $\delta$  проводилось таким образом, чтобы на большей части пограничного слоя ( $y / \delta \geq 0.1 - 0.15$  и  $u / u_0 \leq 0.9 - 0.95$ ) аппроксимирующие кривые совпадали с экспериментальными данными.

Опыты, проведенные при  $f_0 = 0.078$  и  $0.23$  показали, что наполненность профилей скорости слабо зависит от места измерения, вследствие чего для изучения характеристик пограничного слоя над перфорированными стенками с выбранным законом проницаемости достаточно проводить измерения в одном сечении.

2. Поля скоростей при  $\rho_1/\rho_0 = 1$ . Измерения в пограничном слое над перфорированной пластиной с  $c = 3\%$  и  $m = 4$  отв./см<sup>2</sup> проводились в



Фиг. 1

сечении  $x = 90$  мм при числах  $Re_0 = 1.5 \cdot 10^5$ ,  $2.5 \cdot 10^5$ ,  $5.1 \cdot 10^5$  и  $9.8 \cdot 10^5$  ( $u_0 = 25-200$  м/сек,  $T_0 = T_1 = 290^\circ$  К). Для каждого числа  $Re_0$  отношение  $(\rho u)_w / (\rho u)_0$  изменялось от 0 до 0.035.

Рассмотрим сначала влияние отношения  $(\rho u)_w / (\rho u)_0$  на профиль скорости.

На фиг. 1 приведены экспериментальные данные для числа  $Re_0 \approx 2.5 \cdot 10^5$ . На этой же фигуре сплошными линиями для  $(\rho u)_w / (\rho u)_0 \leq 0.02$  нанесены соответствующие кривые  $u/u_0 = (y/\delta)^{1/2}$ . По мере увеличения  $(\rho u)_w / (\rho u)_0$  уменьшается наполненность профилей скорости и возрастает толщина пограничного слоя, причем на большей части пограничного слоя степенные профили согласуются с экспериментальными значениями в широком диапазоне изменения  $(\rho u)_w / (\rho u)_0$ .

При  $(\rho u)_w / (\rho u)_0 > 0.020$  наблюдается отдувание пограничного слоя от стенки. В этом случае распределение скоростей на значительной части пограничного слоя может быть описано линейной зависимостью.

Картину течения вблизи перфорированной стенки можно представить по теневым фотографиям (фиг. 2), полученным при  $(\rho u)_w / (\rho u)_0 = 0.015$  и  $0.068$ ,  $u_0 = 150$  м/сек,  $T_0 = 770^\circ$  К и  $T_1 = 290^\circ$  К.

При отдувании пограничного слоя четко видна область смешения с переменной температурой, отделенная от пластины областью течения с постоянной температурой, в которой перпендикулярно стенке распространяются струи охладителя. Температура струй охладителя отличается от температуры среды вблизи стенки.

На фиг. 3 на основании данных фиг. 1 представлены значения показателя степени  $1/n$  и относительной толщины динамического пограничного слоя  $\delta/\delta_0$  ( $\delta_0$  — толщина пограничного слоя при отсутствии вдувания) в зависимости от параметра  $f_0$ . Значения  $1/n$  и  $\delta/\delta_0$  с удовлетворительной точностью описываются

$$1/n = 0.143 + 2.9f_0 \quad (2.1)$$

$$\delta/\delta_0 = 1 + 13.5f_0 \quad (2.2)$$

линейными зависимостями справедливыми до наступления отдувания пограничного слоя от стенки, т. е. при  $(\rho u)_w / (\rho u)_0 \leq 0.02$ .

Значение показателя степени при числе  $Re_0$  в параметре вдува  $f_0$  должно зависеть не только от значения числа  $Re_0$ , но и от интенсивности вдува. Действительно при отдувании пограничного слоя течение должно быть автомодельным, т. е. не должно зависеть от числа  $Re_0$  набегающего потока. Поэтому значения  $1/n$  и  $\delta/\delta_0$  должны расслаиваться по числам  $Re_0$  при заметных интенсивностях вдува.

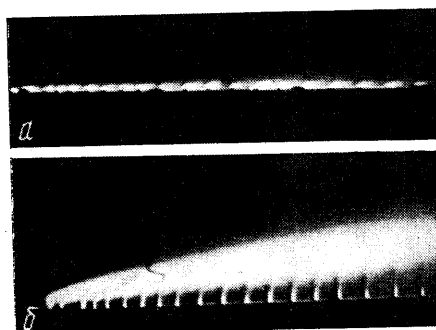
Величины  $1/n$  и  $\delta/\delta_0$ , полученные при  $Re_0 = 1.5 \cdot 10^5$ ,  $5.1 \cdot 10^5$ ,  $9.8 \cdot 10^5$ , также приведены на фиг. 3. Видно, что при  $f_0 > 0.2$  для различных чисел  $Re_0$  наблюдается расслоение значений  $1/n$  и  $\delta/\delta_0$ .

При  $f_0 \leq 0.2$  в исследованном диапазоне чисел  $Re_0$  наполненность профилей скорости и относительная толщина пограничного слоя с хорошей точностью описываются линейными зависимостями (2.1) и (2.2).

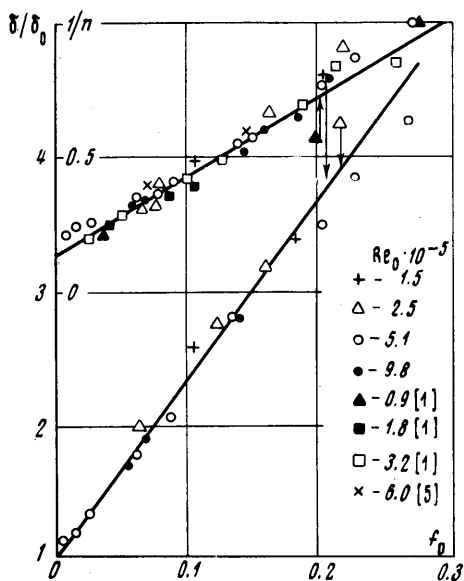
**3. Поля скоростей при  $\rho_1/\rho_0 \neq 1$ .** В этом, более общем случае течение над проникаемой стенкой должно дополнительно зависеть от отношения плотностей смешивающихся газов. Найдем параметр вдува.

$$f = (\rho_1 / \rho_0)^k f_0 \quad (3.1)$$

причем плотность охладителя нужно подсчитывать при температуре его на выходе из отверстий перфорации.



Фиг. 2



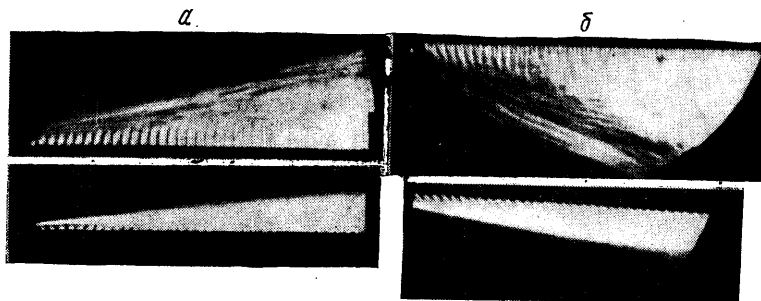
Фиг. 3

В зоне смешения, образованной газами с сильно отличающимися плотностями, возможно искажение течения из-за воздействия подъемной силы. Величина максимального смещения частицы в вертикальном направлении под действием подъемной силы

$$\Delta y = [g(\rho_0 - \rho_1)\rho_1^{-1}\tau^2] / 2 \quad (3.2)$$

где  $\tau$  — время пребывания частицы.

Можно оценить всплытие частиц охладителя вблизи границы пограничного слоя, так как движущаяся они от начала перфорации со скоростью, близкой к скорости



Фиг. 4

потока, и для этих частиц  $\tau \approx x / u_0$ . Например, при вдуве водорода в поток воздуха той же температуры дополнительное увеличение толщины пограничного слоя при  $x = 100$  мм должно составить  $\Delta y = 7, 0.29$  и  $0.07$  мм при значениях  $u_0$ , равных 10, 50 и 100 м/сек соответственно. Так как толщина пограничного слоя при  $x = 100$  мм составляет несколько миллиметров, то на основании приведенных оценок при подаче водорода в воздух с  $u_0 \geq 50$  м/сек можно практически не учитывать эффект всплытия. Однако около проницаемой стенки, где величина скорости меньше скорости  $u_0$ , может произойти резкое искажение в распределении параметров газа из-за всплытия частиц, находящихся в пристеночной области.

Опыты, проведенные при вдуве водорода и гелия в поток воздуха той же температуры, показали, что при горизонтальном положении перфорированной пластины и направлении вдува снизу вверх при  $f_0 \approx 0.045$ ,  $u_0 \approx 50$  м/сек для водорода и  $u_0 \approx 25$  м/сек для гелия наблюдается резкое утолщение пограничного слоя главным образом из-за образования вблизи пластины застойной зоны, толщина которой при  $x = 90$  мм достигает  $\sim 5-7$  мм.

Казалось бы, что при изменении направления вдува газов на противоположное, т. е. сверху вниз, должно происходить уменьшение толщины пограничного слоя над проницаемой стенкой. Однако этого не наблюдается. На фиг. 4 приведены теневые фотографии пограничного слоя при вдуве гелия снизу вверх (фиг. 4, а) и сверху вниз (фиг. 4, б) в поток воздуха с  $T_0 = T_1 = 290^\circ \text{K}$ ,  $u_0 = 6.5$  и  $25$  м/сек, что соответствовало  $(\rho u)_1 / (\rho u)_0 = 0.01$  и  $0.003$ . При  $u_0 < 25$  м/сек толщина пограничного слоя при вдуве сверху вниз больше, чем при вдувании снизу вверх. Этот результат объясняется тем, что при подаче гелия сверху вниз частицы его около образующейся куполообразной поверхности имеют веерообразные составляющие скорости в горизонтальной плоскости и, следовательно, в начале пластины есть составляющие скорости, направленные навстречу набегающему потоку воздуха, поэтому при небольших значениях  $u_0$  и наблюдается заметное утолщение пограничного слоя. Вследствие этого при больших отношениях  $\rho_0 / \rho_1$  трудно получить надежные данные о структуре течения над проницаемой поверхностью, расположенной горизонтально. Поэтому часть опытов при вдуве легких газов проводилась при вертикальном расположении пластины, обтекаемой потоком воздуха комнатной температуры, движущимся снизу вверх.

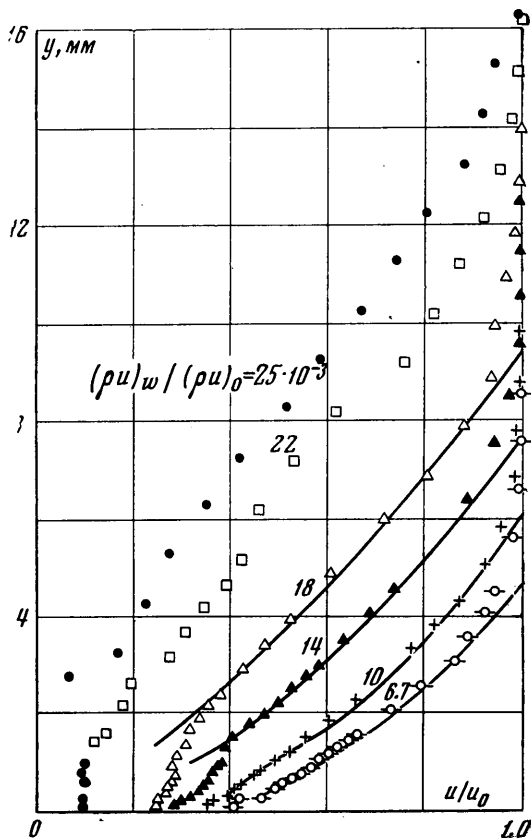
При  $\rho_1 / \rho_0 < 1$  исследования были выполнены при вдуве гелия, водорода и смесей водорода с азотом в поток воздуха с  $T_0 = 290 - 470^\circ \text{K}$  и  $u_0 \approx 50$  м/сек. При  $\rho_1 / \rho_0 > 1$  опыты проводились в основном при вдуве воздуха с  $T_1 \approx 290^\circ \text{K}$  в сносящий поток воздуха с  $T_0 \approx 500^\circ \text{K}$  и  $u_0 = 50 \div 200$  м/сек. Отдельные эксперименты выполнялись при вдуве аргона и углекислого газа.

Профили относительных скоростей при вдуве воздуха с отношением  $\rho_1 / \rho_0 \approx 1.7$ ,  $Re_0 \approx 2.7 \cdot 10^5$  (фиг. 5) и гелия с отношением  $\rho_1 / \rho_0 = 0.14$ ,  $Re_0 \approx 2.6 \cdot 10^5$  (фиг. 6) по виду совпадают с профилями, приведенными ранее при  $\rho_1 / \rho_0 = 1$  (фиг. 1). Сравнение же данных при одинаковых значениях  $f_0$  показывает, что с уменьшением  $\rho_1$  увеличивается относительная толщина пограничного слоя и уменьшается наполненность профилей скорости. При этом начало отдувания пограничного слоя также зависит от отношения плотностей смешивающих газов. Например, при отношениях  $\rho_1 / \rho_0 \approx 1.7, 1.0$  и  $0.14$  оно наблюдается соответственно при  $(\rho u)_w / (\rho u)_0 \approx 0.023, 0.020$  и  $0.0075$ .

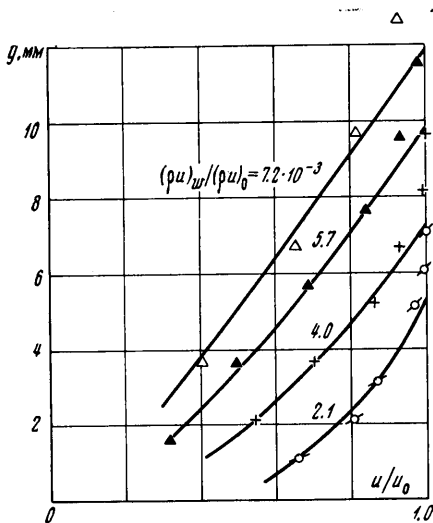
Обработка полученных данных позволила установить значение показателя степени  $k$  в отношении  $\rho_1 / \rho_0$  формулы (3.1):  $k = -0.25 \pm 0.05$  для  $1 < \rho_1 / \rho_0 \leq 3$ ,  $k = -0.5 \pm 0.1$  для  $0.07 \leq \rho_1 / \rho_0 < 1$ .

При указанных значениях  $k$  относительная толщина пограничного слоя и наполненность профилей скорости с хорошей точностью описываются зависимостями (2.1) и (2.2) от обобщенного параметра вдува  $f = (\rho_1 / \rho_0)^k [(\rho u)_w / (\rho u)_0] Re_0^{0.2}$ , справедливыми до наступления отдувания пограничного слоя от проницаемой стенки.

**4. Об общности полученных результатов.** Влияние проницаемости и числа отверстий выяснялось из сопоставления полей скоростей и температур над перфорированными пластинами с  $c = 1.5 - 3\%$  и  $m = 1 - 7$  отв./см<sup>2</sup>. Измерения проводились в сечении  $x = 90$  мм



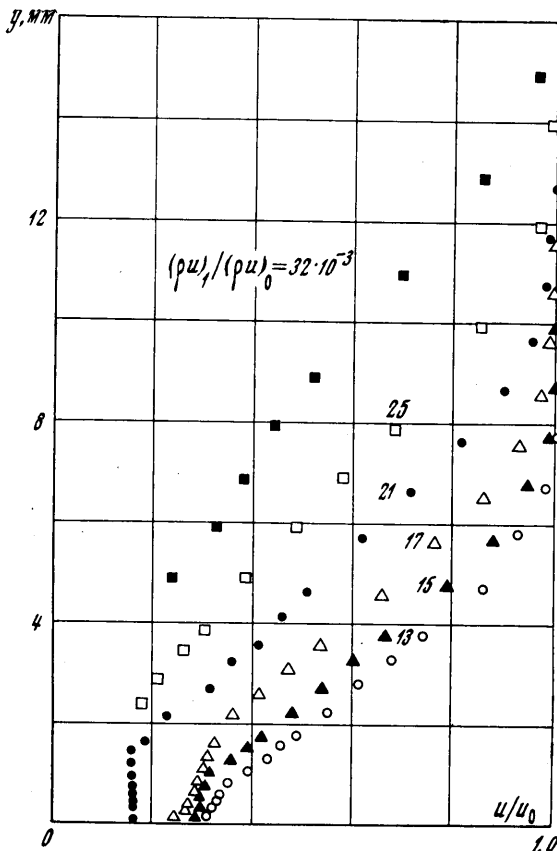
Фиг. 5



Фиг. 6

при вдуве воздуха с  $T_1 = 290^\circ \text{K}$  в поток подогретого воздуха с  $u_0 = 125 \text{ м/сек}$ ,  $T_0 = 500^\circ \text{K}$  ( $Re_0 = 2.95 \cdot 10^5$ ) при двух положениях приемного отверстия насадка относительно отверстий перфорации.

Исследование выявило слабое влияние геометрических характеристик пронцаемых пластин на течение в пограничном слое при  $m \geq 2 \text{ отв./см}^2$  и  $s \geq 1.5\%$ . Было отмечено лишь некоторое изменение течения вблизи стенки, где проявляется дискретность подвода охладителя. В частности, толщина этой области с уменьшением  $m$  и  $s$  незначительно возрастала, но не превышала 0.26. По-видимому, дискретный подвод охладителя должен проявляться на большей части пограничного слоя при увеличении относительного (по отношению к  $\delta_0$ ) расстояния между отверстиями. Об этом свидетельствуют результаты измерений, полученные на пластине с  $s = 3\%$  и  $m = 4 \text{ отв./см}^2$  при нескольких значениях  $x$ . При  $m < 2 \text{ отв./см}^2$  заметно изменяется наполненность профилей скорости, причем ее величина зависит от положения приемного отверстия насадка относительно отверстий перфорации. К сожалению, объем полученной информации недостаточен для установления количественных зависимостей. Можно только отметить, что с уменьшением  $m$  (при  $m < 2 \text{ отв./см}^2$ ) наполненность профилей скорости увеличивается.



Фиг. 7

наполненность профилей скорости и температура стенки увеличиваются к концу перфорированной пластины. Более общие результаты должны получиться с пронцаемыми пластинами, у которых распределение расхода охладителя постоянно по длине пластины.

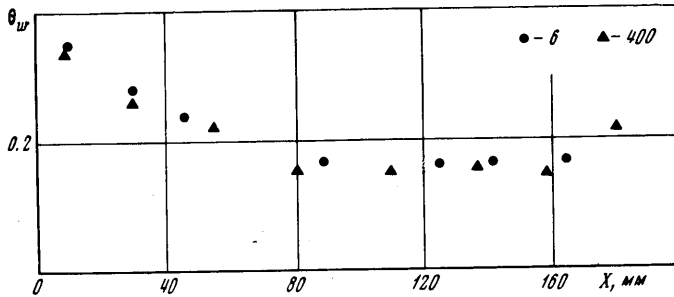
Опыты с постоянной по длине пронцаемостью были проведены при изменении  $s$  и  $m$  в широких пределах. В частности, проводились опыты с металлической сеткой толщиной  $\sim 0.5 \text{ мм}$ , у которой  $m = 400 \text{ отв./см}^2$  и  $s \approx 3\%$ .

Измерения параметров газа в пограничном слое, выполненные в нескольких сечениях  $x$ , показали, что наполненность профилей скорости

На основании проведенных исследований можно сделать вывод, что при выбранном законе подачи охладителя ( $f = \text{const}$ ), обеспечивающем постоянную температуру поверхности пластины, дискретный характер подачи охладителя при  $s \geq 1.5\%$  и  $m \geq 2 \text{ отв./см}^2$  проявляется на незначительной части пограничного слоя и не влияет на его толщину и на наполненность профилей скорости, численные значения которых определяются формулами (2.1) и (2.2).

Напомним, что при выбранном распределении расхода охладителя в случае больших интенсивностей вдува (перед наступлением отдувания пограничного слоя) наполнен-

уменьшается по длине пластины, причем это уменьшение проявляется наиболее сильно при небольших интенсивностях вдува. Для примера на фиг. 7 приведены профили скорости над пластиной с  $c \approx 3\%$  и  $m = 4$  отв./см<sup>2</sup> при  $x = 90$  мм,  $Re_0 = 5.1 \cdot 10^5$  и  $T_0 = T_1 = 290^\circ$  К. По виду они весьма похожи на профили скорости, полученные ранее (фиг. 1). Однако нетрудно

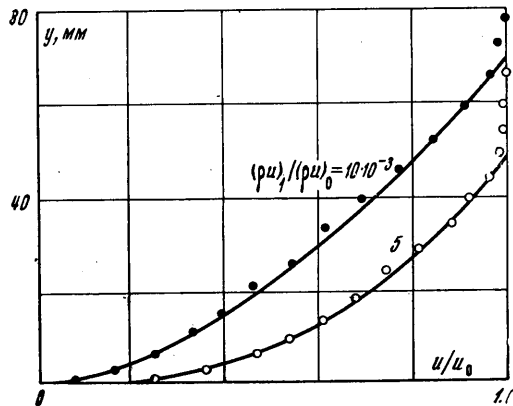


Фиг. 8

заметить, что при одинаковых значениях интенсивности вдува наполненность профилей скорости и толщина пограничного слоя в случае постоянного распределения  $(\rho u)_1$  по длине пластины меньше, чем при распределении  $(\rho u)_1$  по закону  $\sim x^{-0.2}$ . В этих опытах основное внимание уделялось определению начала отдувания пограничного слоя, которое происходит при  $(\rho u)_w / (\rho u)_0 \approx 0.023$ , вместо  $(\rho u)_w / (\rho u)_0 \approx 0.02$  для  $(\rho u)_w / (\rho u)_0 \sim x^{-0.2}$ .

При равномерном расположении отверстий на пластине в ее начале должно наблюдаться внедрение сносящего потока воздуха между отдельными струйками охладителя, что наиболее заметно должно проявляться на тепловом состоянии пластины.

На фиг. 8 при  $f \approx 0.2$  приведены значения относительных избыточных температур  $\theta_w = (T_w - T_1) / (T_0 - T_1)$  проникаемых стенок с  $m \approx 6$  и 400 отв./см<sup>2</sup>. Видно, что температура пластины сначала резко уменьшается, затем при  $x \geq 100$  мм становится приблизительно постоянной. Отметим также, что для обеих пластин протяженность участка тепловой стабилизации и уровень температуры получились практически одинаковыми.



Фиг. 9

Совпадение уровня температуры произошло потому, что прогрев охладителя в каналах этих стенок получились близкими, а сами стенки при исследованных режимах можно рассматривать как абсолютно теплопроводные. При обтекании пористых пластин также должен наблюдаться участок тепловой стабилизации, протяженность которого, несмотря на большое число пор и хаотичность их размещения на поверхности стенки, может составлять десятки миллиметров. Наполненность профилей скоростей также должна уменьшаться по длине пористой пластины.

К сожалению, в литературе отсутствуют подробные данные о распределении температуры на пористых пластинах. На вид профилей скорости, как уже отмеча-



лось, оказывает влияние предистория течения, причем это особенно заметно при небольших интенсивностях вдува на пластинах малой протяженности.

Обработка данных В. П. Мугалева [1] показала (см. фиг. 3) хорошее совпадение значений  $1/n$  для перфорированных и пористых стенок в наиболее удаленном от начала вдува сечении и достаточно большой интенсивности вдувания.

В опытах Микли [5] использовалась пористая пластина большой протяженности, что исключало влияние на профили  $u/u_0$  предистории течения. Результаты его измерений для двух значений  $(\rho u)_1 / (\rho u)_0$  при  $Re_0 \approx 6 \cdot 10^5$  приведены на фиг. 9. Здесь же сплошными линиями нанесены степенные зависимости  $u/u_0 = (y/\delta)^{1/n}$ , причем значения  $1/n$  и  $\delta$  определялись по формулам (2.1) и (2.2). Видно хорошее совпадение расчетных профилей, полученных на основании исследования течения над перфорированными стенками, с экспериментальными данными, полученными над пористой пластиной.

Данные о развитии пограничного слоя над пористыми пластинами, проницаемость которых изменялась по длине, появились только в последнее время [6]. На основании этих данных можно сделать вывод о том, что при неизменной проницаемости пластины наполненность профилей скорости уменьшается по длине, при изменении же проницаемости пластины по закону  $x^{-0.2}$  наполненность профилей скорости по длине остается практически постоянной.

Авторы благодарят В. И. Ворошилова, О. И. Ворошилову, В. Г. Калмыкова и В. П. Лукаша за участие в работе.

Поступило 10 III 1972

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Мугалев В. П. Экспериментальное исследование дозвукового турбулентного пограничного слоя на пластине со вдувом. Изв. вузов, Авиац. техн., 1959, № 3.
2. Мугалев В. П. Экспериментальное изучение турбулентного пограничного слоя на пластине при вдувании воздуха и углекислого газа в сверхзвуковом потоке. Тр. Моск. физ.-техн. ин-та, 1959, № 4.
3. Тепло- и массоперенос, т. 1. М.: «Энергия», 1968.
4. Лапин Ю. В. Турбулентный пограничный слой в сверхзвуковых потоках газа. М., «Наука», 1970.
5. Mickley H. S., Ross R. C., Squyer A. L., Stewart W. E. Heat, mass and momentum transfer for flow over a flat plate with blowing or suction. NACA TN 3208, 1954.
6. Simpson R. L. Characteristics of turbulent boundary layers at low Reynolds numbers with and without transpiration. J. Fluid Mech., 1970, vol. 42, pt 4.