

УДК 532.525.2

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ И РАСЧЕТНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СВЕРХЗВУКОВОЙ ПРИСТЕНОЧНОЙ СТРУИ В СПУТНОМ СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ

Г. Н. АБРАМОВИЧ, В. Б. КУЗЬМИЧ, А. Н. СЕКУНДОВ,
И. П. СМЕРНОВА

(Москва)

В известных работах, посвященных исследованию пристеночных сверхзвуковых струй, ограничиваются, как правило, случаем дозвукового вдува. В данной работе определены поля скоростей и концентрации примеси гелия в воздушной сверхзвуковой плоской струе ($M_1 = 2.18$), распространяющейся вдоль поверхности в сверхзвуковом спутном воздушном потоке ($M_2 = 2.7$ и 3.8). В приближении пограничного слоя произведен численный расчет неавтономного изобарического течения с использованием в качестве замыкающего соотношения уравнения для турбулентной вязкости [1]. Результаты расчета сопоставлены с опытными данными.

1. Опыты проводились на сверхзвуковой ($M = 2 \div 4$) аэродинамической трубе непрерывного действия. Вдув плоской струи вдоль пластины, расположенной посредине рабочей части трубы, осуществлялся через профилированное сопло, высота h выходного сечения которого составляла 2 мм, а высота горла $0.8 \div 0.9$ мм. Срез сопла отстоял от передней заостренной кромки пластины на 80 мм. Ширина пластины составляла 200, а длина 400 мм.

Было исследовано два режима течения. Число Маха в начальном сечении струи для обоих режимов составляло $M_1 = 2.18$. Число Маха спутного потока, число Рейнольдса, определенное по высоте сопла и параметрам набегающего потока, и величина статического давления в рабочей части трубы составляли соответственно: $M_2 = 2.7$, $Re = 15500$, $p = 38.6$ мбар для режима 1 и $M_2 = 3.8$, $Re = 17800$, $p = 18.1$ мбар для режима 2. Температура торможения в струе и спутном потоке была одинаковой ($\sim 300^\circ K$).

Распределение скоростей определялось по полям полных давлений, полученных при помощи обычного датчика с поперечным размером 0.35 мм. Для измерения статического давления на пластине были сделаны дренажные отверстия. При вычислении скорости статическое давление и температура торможения полагались постоянными поперек течения.

В данной работе методика измерения концентрации в сверхзвуковом потоке основана на зависимости теплопроводности смеси, протекающей через датчик от концентрации, и аналогична методике, использованной в работе [2]. Однако при измерениях в сверхзвуковых потоках с низким уровнем статического давления величина сигнала с датчика при прочих равных условиях зависит от давления. Поэтому при обработке экспериментальных данных использовалась специальная тарировочная зависимость, учитывающая этот эффект.

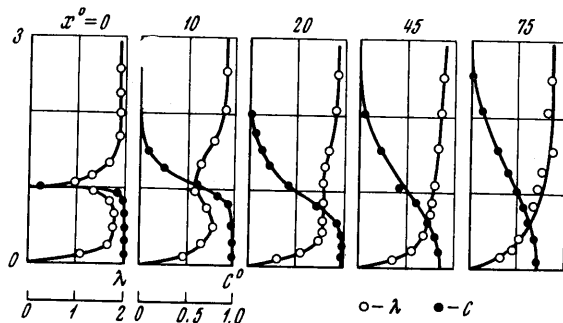
Измерения статического давления на пластине показали следующее:

1) на большом удалении от среза сопла при $x^\circ \geq 160$ (где $x^\circ = x/h$) для $M_2 = 3.8$ и при $x^\circ \geq 85$ для $M_2 = 2.7$ наблюдалось небольшое повышение статического давления, связанное с ограниченным размером рабочей части трубы и выходом за пределы ромба равномерного поля скорости

сопла аэродинамической трубы. Так, например, при $M_2 = 3.8$ в диапазоне $110 \leq x^\circ \leq 200$ статическое давление повышается на 40%. Поэтому основные измерения проводились при $x^\circ \leq 100$;

2) неравномерность статического давления поперек пластины как в плоскости среза сопла, так и в центральной части пластины не превышала 6%.

На фиг. 1 представлены профили коэффициента скорости λ ($\lambda = u/a_*$, где a_* — критическая скорость звука) и относительной концентрации примеси $c^\circ = c/c_1$ (c_1 — весовая концентрация примеси на срезе сопла) в



Фиг. 1

различных поперечных сечениях вниз по потоку от среза сопла. Видно, что вблизи сопла ($x^\circ \leq 20 \div 30$) распределение скорости имеет сложный вид и в нем можно выделить два характерных участка: пристеночный пограничный слой и след за кромкой плоского сопла. Толщины пограничных слоев, образующихся на кромке сопла, соизмеримы с размером насадка, что затрудняет точное определение зависимости, аппроксимирующей профиль скорости. Определенное по скорости во внешнем потоке, толщине пограничного слоя на внешней стенке сопла и коэффициенту кинематической вязкости на пластине число $Re = 1700$ и 800 для $M_2 = 2.7$ и 3.8 соответственно.

Таким образом вероятнее всего, что течение вблизи среза сопла ламинарное и переход осуществляется ниже по потоку. При $x^\circ > 45$ происходит перестройка профилей скорости, провал скорости в следе за кромкой исчезает, а вблизи стенки профиль скорости приобретает вид, типичный для течения в пограничном слое. В этих сечениях ($x^\circ > 45$) профили скорости удовлетворительно описываются степенной зависимостью $u/u_2 = (y/\delta)^{1/n}$ (δ — толщина пограничного слоя) с показателем n , равным 6—7.5.

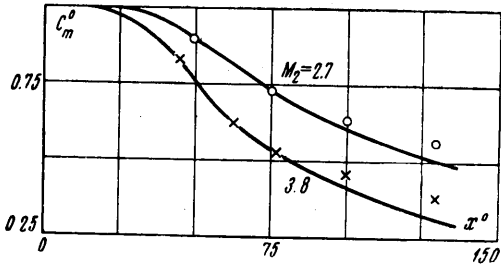
Профили концентрации трансформируются по более простым законам и их форма типична для струйных течений. На больших удалениях от сопла опытные данные удовлетворительно описываются единой зависимостью $c/c_m = f(y/y_c)$, где c_m — максимальное значение концентрации, которое достигается у стенки, а y_c — ордината, соответствующая $c/c_m = 0.5$.

На фиг. 2 точками приведены экспериментальные данные о затухании относительной весовой концентрации $c_m^\circ = c_m/c_1$ вдоль пластины.

Видно, что при меньшем значении числа Маха ($M_2 = 2.7$) пристеночная струя становится более дальнобойной. Это связано, по-видимому, с возрастанием относительной плотности струи $n = \rho_2/\rho_1$ при увеличении числа M_2 . Известно, что при дозвуковых скоростях струи большей плотности более дальнобойны [2]. Опытные данные по затуханию concentra-

ции удовлетворительно аппроксимируются степенной зависимостью $c_m^0 = (x_n/x)^k$, где x_n — абсцисса переходного сечения, а показатель $k \approx 0.5 \div 0.6$.

2. Сложный вид поперечных распределений скорости и неавтономность всего течения (см. п. 1) затрудняют его расчет при помощи интегральных методов или с использованием простых формул для турбулентного трения [3]. Малые значения числа Re в исходном сечении приводят к тому, что вблизи сопла течение в пристеночном пограничном слое носит переходный характер, что практически исключает возможность применения формул Прандтля [3]. В данной работе для замыкания уравнений движения, неразрывности и диффузии, записанных для турбулентного потока [4], использовалось дифференциальное уравнение для турбулентной вязкости, полученное в работе [1]. Отметим, что это уравнение получено для несжимаемой жидкости и единственным критерием его пригодности для описания сверхзвуковых потоков является сопоставление расчетных результатов с опытными данными.



Фиг. 2

В исходной системе уравнений, описывающих течение, неизвестные функции $\langle u'v' \rangle$, $\langle c'v' \rangle$ согласно гипотезе Буссинеска [4] в приближении пограничного слоя записывались следующим образом:

$$\langle u'v' \rangle = -\epsilon \frac{\partial u}{\partial y}, \quad \langle c'v' \rangle = -\frac{\epsilon}{Sc} \frac{\partial c}{\partial y}$$

По аналогии $\langle \rho'v' \rangle$ записывалось в следующем виде:

$$\langle \rho'v' \rangle = -\theta \epsilon \frac{\partial \rho}{\partial y}$$

Здесь Sc и θ — постоянные величины. Значение числа Шмидта Sc, определенное из условия наилучшего совпадения с экспериментальными данными, было выбрано равным 0.7. О выборе значения θ будет сказано ниже.

В окончательном виде система уравнений неразрывности, движения, диффузии и уравнение для вязкости выглядят следующим образом:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) = \theta \frac{\partial}{\partial y} \left(\epsilon \frac{\partial \rho}{\partial y} \right) \quad (2.1)$$

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left[\rho (\epsilon + \nu) \frac{\partial u}{\partial y} \right] + \theta \epsilon \frac{\partial \rho}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial y} \quad (2.2)$$

$$\rho u \frac{\partial c}{\partial x} + \rho v \frac{\partial c}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left[\rho \left(\frac{\epsilon + \nu}{Sc} \right) \frac{\partial c}{\partial y} \right] + \theta \epsilon \frac{\partial \rho}{\partial y} \frac{\partial c}{\partial y} \quad (2.3)$$

$$u \frac{\partial \epsilon}{\partial x} + v \frac{\partial \epsilon}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left[(5\epsilon + \nu) \frac{\partial \epsilon}{\partial y} \right] + 0.3\epsilon \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| - 50 \frac{\epsilon(0.06\epsilon + \nu)}{y^2} \quad (2.4)$$

Для простоты уравнение энергии не рассматривалось и заменялось условием постоянства энтальпии торможения. Поскольку концентрация примеси мала, то изменение плотности определялось только изменением скорости.

Плотность ρ определялась из соотношения

$$\rho_w / \rho = [1 - (k - 1)(k + 1)^{-1}\lambda^2]$$

(где k — показатель адиабаты), представляющего собой следствие уравнения состояния для совершенного газа и условия постоянства температуры торможения. Молекулярная кинематическая вязкость ν определялась из соотношения $\nu / \nu_w = (\rho_w / \rho)^{1,8}$, полученного на основании степенной зависимости динамической вязкости от температуры, которая аппроксимирует известный закон Сатерленда.

В настоящее время в литературе нет единой точки зрения о роли члена $\langle \rho'v' \rangle$ в уравнениях движения [5-8]. Так, в ряде работ принимается, что пульсации плотности невелики и, следовательно, член $\langle \rho'v' \rangle$ мал [8]. В то же время в других работах подчеркивается существенное влияние этого члена на профили осредненных параметров [7]. Оценки, сделанные в работе [6] показывают, что пульсации плотности пропорциональны числу M в квадрате и при $M > 2$ величина $\langle \rho'v' \rangle$ соизмерима с остальными членами в уравнениях (2.1) — (2.3). Тем не менее, можно показать, что в ряде случаев профили скорости и концентрации не зависят от величины $\langle \rho'v' \rangle$.

Рассмотрим уравнения движения и неразрывности в виде

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + (\rho v + \langle \rho'v' \rangle) \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left[\rho(\varepsilon + \nu) \frac{\partial u}{\partial y} \right] \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v + \langle \rho'v' \rangle) = 0. \quad (2.6)$$

Обозначим $\rho v + \langle \rho'v' \rangle = \Phi$ и покажем, что из системы (2.5), (2.6) величину Φ можно исключить. Введем функцию тока ψ и запишем уравнение неразрывности в форме

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = - \int_0^y \frac{\partial \Phi}{\partial y} dy = \Phi(0) - \Phi(y), \quad \psi = \int_0^y \rho u dy$$

Тогда, делая замену переменных $x \rightarrow x'$ и $y \rightarrow \psi$ и используя формулы перехода

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x'} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \psi}, \quad \frac{\partial}{\partial y} = \rho u \frac{\partial}{\partial \psi}$$

преобразуем (2.5) к виду

$$\Phi(0) \frac{\partial u}{\partial \psi} + \frac{\partial u}{\partial x'} = \frac{\partial}{\partial \psi} \left[\rho(\varepsilon + \nu) \rho u \frac{\partial u}{\partial \psi} \right] \quad (2.7)$$

Если в этом соотношении ε не зависит явно от v , что всегда выполняется, например, при использовании формул Прандтля, и если на стенке отсутствуют пульсации, т. е. выполняется условие $v(0) = \Phi(0) = 0$, то ясно, что решение уравнения (2.7) и, следовательно, профиль продольной скорости u не зависят от значения $\langle \rho'v' \rangle$. Совершенно аналогично показывается, что распределение концентрации $c(x, y)$ не зависит от $\langle \rho'v' \rangle$. По найденному распределению ρu можно определить функцию

$$\Phi = - \frac{\partial}{\partial x} \int_0^y \rho u dy$$

От величины $\langle \rho'v' \rangle$ зависит только распределение поперечной составляющей скорости $v = \rho^{-1}(\Phi - \langle \rho'v' \rangle)$. Отметим, что как на стенке ($y = 0$), так и при $y \rightarrow \infty$ имеем $\langle \rho'v' \rangle = 0$ и $v = \Phi / \rho$. Расчеты, проведенные для $M_2 = 2.7$, показали, что учет корреляции $\langle \rho'v' \rangle$, записанной в виде $\langle \rho'v' \rangle = -\varepsilon(\partial \rho / \partial y)$, приводит к тому, что отношение поперечной состав-

ляющей скорости v к значению ее, соответствующему $\langle \rho'v' \rangle = 0$, ($\theta = 0$) внутри турбулентного пограничного слоя, достигает десяти.

В рассматриваемом случае v входит в уравнение турбулентной вязкости (2.4) и решение системы (2.1) — (2.4) зависит от v через ε . Однако, как показали численные расчеты течения, учет корреляции $\langle \rho'v' \rangle$ практически не сказывается на профилях ε , u , c . Так как при $\theta = 0$ исходная система уравнений заметно упрощается, то все основные расчеты проведены при $\theta = 0$.

3. Решение системы уравнений проводилось численным методом. Особенность расчета течения в пограничном слое состоит в том, что вблизи стенки все параметры сильно изменяются. Для более точного описания течения в этой области была сделана следующая замена переменных:

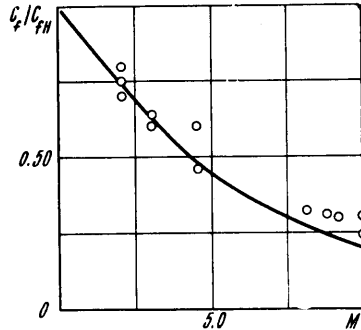
$$x' = x, \quad \eta = \sqrt{y}(1 + \beta x)^{-\omega}$$

Здесь β и ω — произвольные постоянные. Преобразование \sqrt{y} «растягивает» поперечную ординату, а $(1 + \beta x)^{-\omega}$ позволяет использовать при расчете нерасширяющуюся область течения.

В качестве расчетной схемы была выбрана явная конечно-разностная устойчивая схема Дюфорта — Франкля, практическая реализация которой подробно изложена в работе [9]. Задача решалась при следующих граничных условиях:

$$u = 0, \quad v = 0, \quad \varepsilon = 0, \quad \frac{\partial c}{\partial y} = 0, \quad (\eta = 0)$$

$$u = u_2, \quad \varepsilon = 0, \quad c = 0 \quad (\eta \rightarrow \infty)$$



Фиг. 3

В расчетной сетке по поперечной координате приращение $\Delta\eta$ постоянно и равно 0.02, приращение Δx вдоль потока переменное и задавалось следующим соотношением:

$$\Delta x = 10\Delta\eta(1 + \beta x)^{2\omega}(x + 1)(x + 10)^{-1}$$

где все линейные размеры отнесены к высоте сопла h . Точность расчетов считалась удовлетворительной, когда при изменении $\Delta\eta$, а также $\Delta x / \Delta\eta$ вдвое, расчетные профили газодинамических параметров практически не изменялись. Кроме того, о точности расчета можно судить по расходу примеси, изменение которого вдоль потока не превышало 0.5—1%. В конкретных расчетах были использованы следующие значения постоянных параметров β и ω :

$$\beta = 0.01 \div 0.02, \quad \omega = 0.5$$

4. Для апробирования дифференциального уравнения для вязкости и всей методики были проведены расчеты течения в сжимаемом пограничном слое. Эти расчеты были выполнены для чисел M , равных 0, 4, 7 и 10, при изменении числа Re_b , определенного по толщине пограничного слоя и параметрам внешнего потока, в диапазоне 0.2—8·10⁴. Начальные распределения турбулентной вязкости и скорости задавались такими же, как в случае несжимаемой жидкости [1].

На фиг. 3 приведено расчетное изменение отношения коэффициента трения для сжимаемого газа c_f к коэффициенту трения в случае несжимаемой жидкости c_{fH} в зависимости от числа M . Здесь же точками представлены опытные данные из работы [10]. Как видно, расчетная кривая находится в хорошем соответствии с экспериментальными данными.

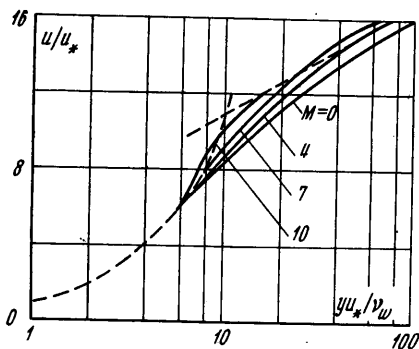
Поскольку в литературе не имеется опытных данных о распределении турбулентной вязкости в сверхзвуковых потоках, то единственный критерий, дающий возможность судить о том, насколько точно та или иная теория описывает течение, может состоять лишь в сопоставлении расчетного профиля скорости с экспериментальным.

На фиг. 4 приведены расчетные профили скорости для чисел $M = 0,4, 7$ и 10 при $Re_b = 8 \cdot 10^4$ в полулогарифмических координатах в виде зависимости $u/u_* = f(yu_*/v_w)$. Здесь u_* — динамическая скорость, v_w — молекулярная вязкость на стенке.

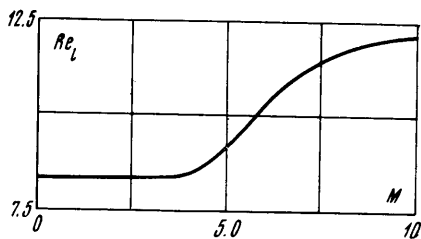
Штриховой кривой на этой фигуре показан линейный профиль скорости в пределах ламинарного подслоя $u/u_* = yu_*/v_w$ и логарифмический участок, аналитическая зависимость для которого выглядит следующим образом:

$$u/u_* = 5.75 \lg(yu_*/v_w) + 5.1$$

Экспериментальные точки в диапазоне изменения yu_* / ν_w от 7 до 30 плавно переходят от линейного закона к логарифмическому. Относительное расположение и форма расчетных профилей скорости на этой фигуре хорошо соответствуют опытным данным из работы [11].



Фиг. 4

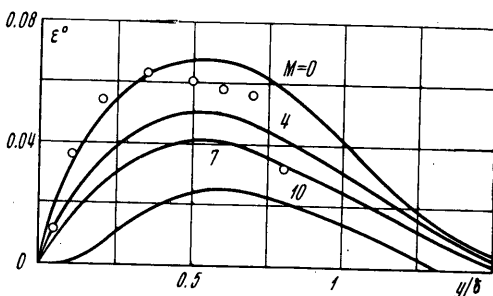


Фиг. 5

При расчетах пограничного слоя интегральным методом полагают, что число Re_l , определенное по параметрам ламинарного подслоя, не зависит от числа M .

В данной работе по результатам расчета профилей скорости было определено изменение параметра $Re_l = yu_* / \nu_w$ в зависимости от числа M . При этом за границу ламинарного подслоя y_l принималось

то значение ординаты, при котором отклонение от линейного закона изменения скорости в пристенной области составляет 10%. При изменении числа M от 0 до 4 (см. фиг. 5) параметр Re_l постоянен и равен 8.2, а при дальнейшем увеличении M значение Re_l возрастает. Величина Re_l для несжимаемого пограничного слоя определялась в [12]. Данные опытов этой работы на фиг. 5 соответствуют $Re_l = 8-10$.



Фиг. 6

На фиг. 6 приведено распределение безразмерного значения турбулентной вязкости $\epsilon^0 = \epsilon(u_*\delta)^{-1}$ в пограничном слое в зависимости от числа M при числе $Re_\delta = 8 \cdot 10^4$. На этой

фигуре точками отмечены опытные данные при $M = 0$ из работы [13]. Некоторая трансформация профиля вязкости в пограничном слое, ярко выраженная при $M = 10$, связана с увеличением ламинарного подслоя, толщина которого с ростом M увеличивается.

Проведенное в этом разделе сопоставление расчетов сжимаемого пограничного слоя с известными опытными данными показывает, что принятая методика с использованием дифференциального уравнения для турбулентной вязкости вполне удовлетворительно описывает сжимаемые пристеночные течения.

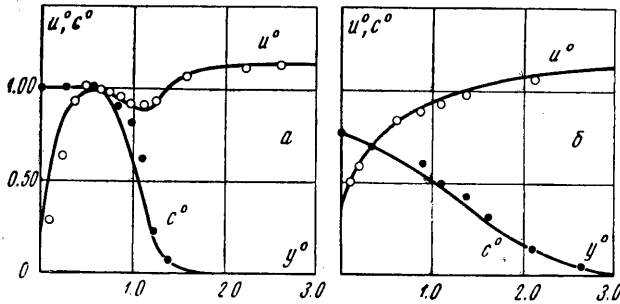
5. При расчетах сверхзвуковой пристеночной струи воздуха с примесью гелия, распространяющейся в сверхзвуковом спутном потоке воздуха, начальные профили скорости и концентрации задавались путем аппроксимации опытных данных аналитическими зависимостями.

Распределение турбулентной вязкости в начальном сечении потока не измерялось, поэтому при расчетах оставался некоторый произвол в задании начального распределения турбулентной вязкости. На примере расчета течения при $M_2 = 2.7$ было исследовано влияние формы и величины начального распределения турбулентной вязкости на результаты расчета всего течения в целом.

Вязкость в начальном сечении задавалась тремя различными способами, причем для всех них характерно то, что вблизи стенки изменение ее пропорционально y^4 . Вне ламинарного подслоя в пограничном слое распределение турбулентной вязкости было задано тремя способами:

- 1) $\varepsilon = 0.1 \nu_w$, где ν_w — молекулярная вязкость на стенке;
- 2) $\varepsilon = \nu_w$;
- 3) ε переменна по сечению и соответствует распределению, характерному для турбулентного режима течения в несжимаемом пограничном слое.

Результаты расчета показали, что если в начальном сечении максимальные значения турбулентной вязкости отличаются примерно в 50 раз, то на



Фиг. 7

расстоянии 10 высот сопла они отличаются уже не более, чем в два раза, а на расстоянии 30 высот сопла отличие не превышает 20%. Был проведен расчет изменения максимального значения относительной весовой концентрации примеси вдоль потока при различных способах задания турбулентной вязкости в начальном сечении. Оказалось, что все три зависимости практически совпадают. Таким образом, способ задания турбулентной вязкости в начальном сечении слабо влияет на описание всего течения в целом. При расчетах течения для $M_2 = 3.8$ начальная турбулентная вязкость вне пристеночного слоя полагалась равной молекулярной вязкости на стенке ($\varepsilon = \nu_w$). Выбор такого значения ε определялся еще и данными о профиле скорости в исходных пограничных слоях, который был типичным для ламинарного пограничного слоя.

Удовлетворительное совпадение расчетных и экспериментальных значений изменения характерных толщин (δ^* — толщины вытеснения и δ^{**} — толщины потери импульса вдоль потока) дает основание считать, что данная расчетная методика позволяет правильно определить коэффициент трения c_f на пластине в случае такого сложного течения.

Несмотря на то что отклонение опытных значений c_m / c_1 от расчетной кривой не превышает 15% (фиг. 2) при аппроксимации кривой затухания c_m / c_1 степенной зависимостью $c_m / c_1 = (x_n / x)^k$, значение k по опытным данным близко к 0.6, а по расчету — 0.75. Такое расхождение связано, по-видимому, с неточностью измерения концентрации вблизи стенки в условиях сверхзвукового потока.

Главная особенность расчета состоит в возможности описания неавтономного течения при перестройке профилей газодинамических параметров. На фиг. 7 в качестве примера расчетные профили скорости u° ($u^\circ \equiv u / u_1$) и концентрации c° при $M_2 = 2.7$ сопоставлены с соответствующими экспериментальными данными в двух сечениях: $x^\circ = 10$ (а) и $x^\circ = 75$ (б). Хорошее согласование расчетных и опытных данных показывает, что методика расчета с использованием уравнения для ε пригодна для описания турбулентных сжимаемых течений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Секундов А. Н. Применение дифференциального уравнения для турбулентной вязкости к анализу плоских неавтомоделных течений. Изв. АН СССР, МЖГ, 1971, № 5.
2. Абрамович Г. Н., Яковлевский О. В., Смирнова И. П., Секундов А. Н., Крашенинников С. Ю. Исследование начального участка турбулентных струй различных газов в спутном потоке воздуха. Изв. АН СССР, МЖГ, 1966, № 6.
3. Абрамович Г. Н. Теория турбулентных струй. М., Физматгиз, 1960.
4. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М., «Наука», 1969.
5. Гиневский А. С. Теория турбулентных струй и следов. М., «Машиностроение», 1969.
6. Rotta I. C. Bemerkung zum Einfluß der Dichteschwankungen in turbulent Grenzschichten bei kompressibler Stromung. Ingr — Arch., 1963, Bd 34, Nr 3.
7. Szablowski W. Zum Einfluß der Dichteschwankungen auf den turbulenten Austausch in kompressiblen turbulent Grenzschichten, Ingr — Arch., 1963, Bd 34, Nr 3.
8. Корявов В. П. Численный расчет турбулентного смещения двух однородных потоков газа. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1964, т. 4, № 3.
9. Pletcher R. H. Of a finite — difference solution for the constant — property turbulent boundary layer. AIAA Journal, 1969, vol. 7, No. 2. (Рус. перев.: Ракетная техника и космонавтика, 1969, № 2.)
10. Абрамович Г. Н. Прикладная газовая динамика. М., «Наука», 1969.
11. Matting F. W. et al. Turbulent skin friction at high Mach numbers and Reynolds numbers in air and helium NASA T. R., 1961, No. 82.
12. Лапин Ю. В. Турбулентный пограничный слой в сверхзвуковых потоках газа. М., «Наука», 1970.
13. Хинце И. О. Турбулентность. М., Физматгиз, 1963.