

УДК 532.517.4:536.25

ПРОЦЕСС ПЕРЕНОСА ТЕПЛА В ТУРБУЛЕНТНЫХ ТЕЧЕНИЯХ

Г. С. ГЛУШКО, В. А. СОЛОПОВ

(Москва)

Предложена система дифференциальных уравнений для описания турбулентных течений типа пограничного слоя несжимаемой жидкости с постоянными теплофизическими характеристиками. Вводится турбулентная температуропроводность, которая выражается через энергию и масштаб турбулентности, безразмерные градиенты средней скорости и энергии турбулентности и безразмерное расстояние до обтекаемой поверхности. Эта система интегрировалась на ЭВМ методом сеток для течений в пограничном слое плоской пластины при разных числах Прандтля ($0.2 \leq P \leq 100$). Для воздуха ($P = 0.71$) система интегрировалась при ненулевых значениях поперечной составляющей средней скорости на обтекаемой поверхности ($0 \leq v_w / U_\infty \leq 0.0045$).

1. Система уравнений. Для расчета теплообмена в стационарных, плоских в среднем турбулентных течениях типа пограничного слоя в несжимаемой жидкости с постоянными теплофизическими свойствами система дифференциальных уравнений, используемая в [1] была дополнена уравнением переноса тепловой энергии. В результате была получена следующая система дифференциальных уравнений:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left[(\nu + \varepsilon) \frac{\partial u}{\partial y} \right] \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1.2)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\frac{\nu}{P} + \varepsilon \right) \frac{\partial T}{\partial y} \right] \quad (1.3)$$

$$u \frac{\partial e}{\partial x} + v \frac{\partial e}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(D \frac{\partial e}{\partial y} \right) + \varepsilon \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 - \omega \quad (1.4)$$

$$u \frac{\partial \lambda}{\partial x} + w \frac{\partial \lambda}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 \lambda}{\partial y^2} - 0.075 \frac{\varepsilon}{e} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \lambda + 0.2 \Phi \left(\frac{L}{\eta} \right) F \quad (1.5)$$

Здесь ε и ε^* — соответственно турбулентная кинематическая вязкость и температуропроводность, D и ω — соответственно коэффициент диффузии и диссипация энергии турбулентности

$$w = \nu + \frac{\nu}{2\lambda} \frac{\partial \lambda}{\partial y} - \frac{(\nu + D)}{e} \frac{\partial e}{\partial y}$$

$$\Phi = 1 - (2\lambda / \eta^2) \varphi(2\lambda / \eta^2), \quad F = \omega L^2 / e$$

где φ — такая функция, что $\varphi(0) = 0$, $\varphi(1) = 1$, η — расстояние от рассматриваемой точки до обтекаемой твердой поверхности, e — энергия турбулентности, $L = \sqrt{2\lambda}$ — масштаб турбулентности.

С выводом уравнений (1.4) (1.5) можно ознакомиться в [2, 3]. Подобная система (без уравнения переноса тепловой энергии) предлагалась А. Н. Колмогоровым [4].

2. Турбулентная теплопроводность. В соответствии с рассуждениями работы [1] турбулентный поток тепла поперек течения с переменной температурой можно выразить в следующем виде:

$$-\langle v't' \rangle = v' \sqrt{f(\beta_*)} \beta_* L \sin \theta \frac{\partial T}{\partial y} \Psi(\beta_*) \quad (2.1)$$

где $\beta_* L$ — среднее расстояние, которое пробегают переносящие тепло молекулы, достигающие рассматриваемой точки; $\Psi(\beta_*)$ — функция, выражающая потери тепла молекулами вдоль линии движения; θ — угол, под которым наклонена к оси x линия, соединяющая рассматриваемую точку с точкой вылета молекул; $f(\beta_*)$ — функция, выражающая потери кинетической энергии молекулы вдоль линии движения. Значение β_* в формуле (2.1) отличается от значения β в соответствующих формулах для переноса импульса — $\langle u'v' \rangle$ (см. [1]), так как функция $\Psi(\beta)$ отличается от $\sqrt{f(\beta)}$. Если теперь использовать выражения для $\sin \theta$ и отношения v'^2/e , полученные в [1], то для турбулентной теплопроводности в точках, расположенных вдали от обтекаемой поверхности, и при равномерной по пространству энергии турбулентности можно получить следующее выражение:

$$\varepsilon_* = \left(\frac{2}{3}\right)^{1/2} \beta_* \Psi(\beta_*) \sqrt{f(\beta_*)} \frac{2}{2 + \beta_* f(\beta_*) z^2} \sqrt{e} L, \quad z = \frac{L}{\sqrt{e}} \frac{\partial u}{\partial y} \quad (2.2)$$

где z — безразмерный градиент средней скорости. Турбулентная теплопроводность зависит от z потому, что доля энергии поперечной составляющей в полной энергии неизотропной пристеночной турбулентности уменьшается с ростом z .

Кроме того, величина поперечного смещения молекул $\beta_* L \sin \theta$ также уменьшается из-за уменьшения θ с ростом z .

Когда энергия турбулентности распределена поперек течения неравномерно, на процессы переноса оказывает влияние степень неравномерности энергии турбулентности. Проводя такие же рассуждения, как и при выводе формулы для турбулентной вязкости [1], можно получить поправку на влияние безразмерного градиента энергии турбулентности ζ в формуле (2.2)

$$\varepsilon_* = \alpha_*(z) (1 + 0.25\zeta^2) \sqrt{e} L, \quad \zeta = \frac{L}{e} \frac{\partial e}{\partial y} \quad (2.3)$$

$$\alpha_*(z) = 2\beta_* \Psi(\beta_*) \sqrt{2/3f(\beta_*)} (2 + \beta_* f(\beta_*) z^2)^{-1}$$

Формула (2.3) справедлива для точек течения, находящихся вдали от обтекаемой поверхности. Если измерить величины

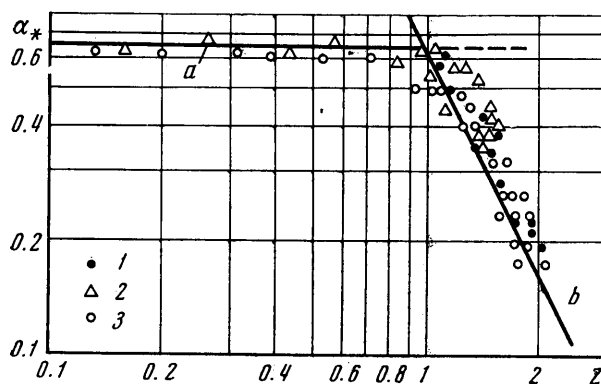
$$\varepsilon_* = -\langle v't' \rangle (\partial T / \partial y)^{-1}, \quad e, \quad L$$

а также по распределениям средней скорости и энергии турбулентности вычислить величины z и ζ , то можно получить функцию $\alpha_* = \alpha_*(z)$. В ряде экспериментальных работ [5-14] были проведены измерения, по результатам которых можно вычислить параметры, необходимые для определения величин α_* и z в одних и тех же точках потока. Результаты та-

ких вычислений представлены на фиг. 1, на которой показана зависимость коэффициента

$$\alpha_* = \varepsilon_* [(1 + 1/4 \zeta^2) \sqrt{e} L]^{-1}$$

от безразмерного градиента средней скорости для точек, находящихся вне зоны вязкого взаимодействия с твердой поверхностью. Точки 1 — течение в пограничном слое плоской пластины, точки 2 — течение в следе за цилиндром, точки 3 — течение в плоском канале. Линия a — $\alpha_* = 0.65$, линия b — $\alpha_* = 0.65 z^{-2}$.



Фиг. 1

При обработке результатов измерений в пограничном слое плоской пластины для вычисления ε_* использовались данные Блома [5]. По данным Клебанова и Таунсенда [6, 14] было найдено, что величина $\sqrt{e} u_*^{-1}$ автомодельна в пограничном слое плоской пластины. Масштаб турбулентности оценивался в [1] по данным работы [12]. Производная средней скорости du/dy определялась из распределения в [13]. По этим данным были вычислены распределения z , ζ , $\sqrt{e} L (\delta u_*)^{-1}$, которые оказались автомодельными в пограничном слое плоской пластины, а затем, используя данные Блома, была вычислена в каждой точке сечения пограничного слоя величина α_* .

При вычислениях функции $\alpha_*(z)$ в течении за нагретым цилиндром использовались измерения Таунсенда [7, 8] в предположении автомодельности распределения масштаба турбулентности, измеренном на близких расстояниях от цилиндра. Такая же обработка произведена с данными Пэйджа и др. [9], Лауфера [10] и Конт-Белло [11] для течения в плоском канале.

Вблизи обтекаемой твердой поверхности, когда безразмерное расстояние до нее $s = \eta \sqrt{e} / \nu$ мало, на турбулентные моли в процессе перемещения действуют дополнительные силы вязкого взаимодействия с твердой поверхностью, приводящие к дополнительным потерям кинетической энергии. В результате такого взаимодействия напряжение трения $\langle u'v' \rangle$ уменьшается в $H(s^2)$ раз, причем $H \sim s^2$ при малых s . Можно предположить, что при малых значениях s каждая из компонент пульсаций u' и v' уменьшается в $\sqrt{H}(s^2) \sim s$ раз. Вблизи твердой поверхности моли испытывают дополнительное охлаждение или нагревание из-за молекулярной теплопроводности. Можно предположить, что вблизи твердой поверхности величина пульсации температуры, статически связанная с пульсацией v'

$$t' = \beta_* L \sin \theta \frac{\partial T}{\partial y} \Psi(\beta_*)$$

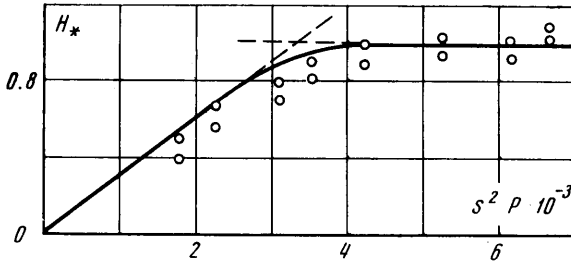
уменьшается в Ps раз. Отсюда следует, что величина турбулентной теплопроводности вблизи твердой поверхности уменьшается в соответствии с

множителем $H_*(s^2P)$. Из результатов измерений Блома [3], относящихся к области вязкого взаимодействия турбулентных молекул с твердой поверхностью, была вычислена функция $H_*(s^2P)$, представленная на фиг. 2.

Таким образом, общая формула для турбулентной температуропроводности, справедливая во всех зонах турбулентных течений типа пограничного слоя выглядит следующим образом:

$$\varepsilon_* = \alpha_*(z) (1 + 0.25z^2) H_*(s^2P) \sqrt{eL} \quad (2.4)$$

Величина $\alpha_*(z)$ постоянна при малых значениях z и убывает как z^{-2} при больших z . Для рабочей программы функции $\alpha_*(z)$ и $H_*(s^2P)$ были



Фиг. 2

аппроксимированы кусками прямых и сглаживающих углы парабол в соответствии с фиг. 1 и 2. Эти аппроксимации без каких-либо изменений применялись и при расчетах течений жидкостей с $P \neq 0.71$, хотя проанализированы были только данные по турбулентному теплообмену в воздухе.

3. Результаты расчетов. Система уравнений (1.1)–(1.5) интегрировалась методом сеток на ЭВМ при $\partial p / \partial x \equiv 0$. Интегрирование начиналось с сечения, расположенного на расстоянии x_0 от начала пластины $R_0 = x_0 U_\infty / \nu = 10^4$. В этом сечении для средней скорости, энергии и масштаба турбулентности были заданы такие же, как и в [1], распределения. Все расчеты проведены при интенсивности и масштабе турбулентности набегающего потока, соответственно равных:

$$u' / U_\infty = 0.02, \quad R_L = L_\infty U_\infty / \nu = 500$$

Распределение температуры в начальном сечении задавалось в соответствии с теорией ламинарного течения в пограничном слое плоской пластины. Граничные условия для продольной компоненты средней скорости, энергии и масштаба турбулентности такие же, как в [1]. Температуры на обтекаемой поверхности и вне пограничного слоя считались постоянными и равными соответственно T_w и T_∞ . Поперечная компонента средней скорости на обтекаемой поверхности в серии расчетов с различными значениями числа Прандтля равнялась нулю, а в серии расчетов с $P = 0.71$ она задавалась в виде $v_w(x) = V_w F_1(x)$, где $F_1(x) = 0$ при $R < 2 \cdot 10^4$, $F_1(x) = 1$ при $R \geq 10^5$, а на отрезке $2 \cdot 10^4 \leq R < 10^5$ функция $F_1(x)$ была задана в виде полинома с гладким сопряжением в граничных точках.

Зависимость числа Стантона

$$S = q_w [\rho c_p U_\infty (T_\infty - T_w)]^{-1}$$

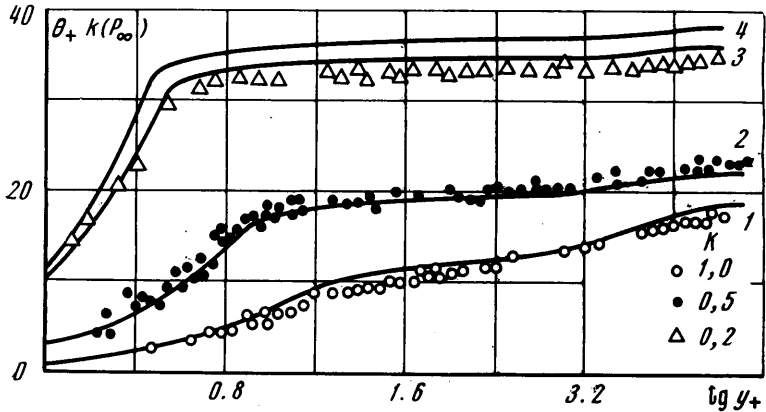
от числа Рейнольдса R аналогична зависимости $c_f(R)$, полученной в [1], т. е. до точки перехода число Стантона с большой точностью совпадает со значениями, даваемыми теорией ламинарного течения в пограничном

слое, а после точки перехода — со значениями, полученными при измерениях в турбулентном пограничном слое. Некоторые расхождения имеются при числах $P \geq 50$.

На фиг. 3 изображены полученные в результате интегрирования распределения температуры

$$\theta_+ = \rho c_p u_* (T - T_w) q_w^{-1}$$

в пограничном слое плоской пластины при числе Рейнольдса $R = 10^6$ и различных числах Прандтля. Линиям 1—4 соответствуют значения P , равные 0.71, 5.4, $50[1 + 0.1(T - T_w)(T_\infty - T_w)^{-1}]$, 55.



Фиг. 3

Полученные распределения сравниваются с результатами измерений [15], проведенных при тех же значениях чисел Прандтля и Рейнольдса. Если при числах Прандтля, не зависящих от температуры и равных 0.71 и 5.4, наблюдается полное совпадение расчетных и экспериментальных распределений температуры, то при постоянном $P = 55$ (линия 4) наблюдается отклонение $\sim 7\%$. По-видимому, такое отклонение можно объяснить следующим образом. При $P = 55$ все изменение температуры происходит вблизи стенки, где велико влияние вязкого взаимодействия на турбулентную теплопроводность. Поэтому в этой зоне велико влияние теплофизических характеристик жидкости на процесс переноса тепла. В экспериментах [15] при $P = 55$ применялось трансформаторное масло, теплофизические характеристики которого сильно зависят от температуры. При разнице температур $T_\infty - T_w \approx 6.7^\circ \text{C}$, которое было реализовано в данном эксперименте, число Прандтля, например, изменяется на 5 единиц: $P_w = 50$, $P_\infty = 55$. Расчет с переменным числом Прандтля, зависящим от температуры, и постоянными остальными теплофизическими характеристиками (линия 3) показывает, что с этим изменением необходимо считаться при больших числах Прандтля.

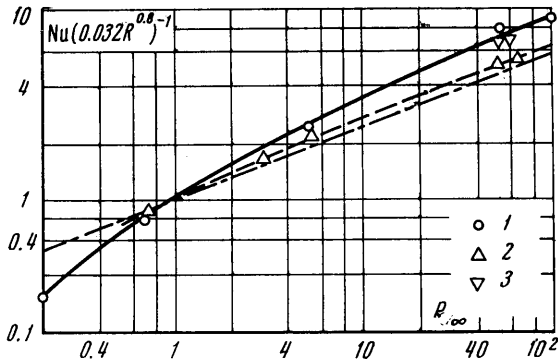
На фиг. 4 дано сравнение расчетных и экспериментальных значений отношения $N(0.032R^{0.8})^{-1}$, где N — число Нуссельта, от числа Прандтля, определенного при температуре жидкости вне пограничного слоя, в диапазоне $2 \cdot 10^5 \leq R \leq 2 \cdot 10^6$. Здесь точки 1 — результаты расчета при $P = \text{const}$, 2 — результаты измерений, проведенных в работе [16], 3 — результаты расчета при числе Прандтля, зависящем от температуры

$$P = P_w [1 + 0.1(T - T_w)(T_\infty - T_w)^{-1}]$$

Пунктирная линия интерполирует экспериментальные точки, сплошная — расчетные точки с $P = \text{const}$, штрих-пунктирная линия соответствует зависимости $N = 0.032R^{0.8}P^{0.43}$. Здесь обнаруживаются такие же закономерности, что и в распределениях температуры, представленных на фиг. 3.

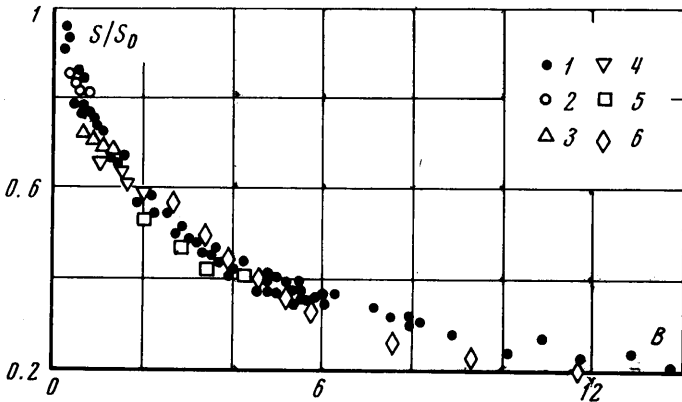
Кроме расчетов пограничного слоя с теплообменом при различных числах Прандтля была проделана серия расчетов при $P = 0.71$ и $v_w \neq 0$. Интенсивность вдува $F_v = V_w / U_\infty$ на участке постоянства v_w изменялась в диапазоне $0 < V_w / U_\infty \leq$

≤ 0.0045 . После проведения каждого расчета определялось отношение S/S_0 в ряде точек плоской пластины при $2 \cdot 10^5 \leq R \leq 10^7$. В качестве S_0 употреблялись значения числа Стантона, полученные при расчете с $v_w(x) \equiv 0$ в тех же точках. Вычислялись также значения параметра вдувания $B = F_w/S$. Результаты этих вычислений представлены на фиг. 5 в сравнении с данными измерений [17], которые проводились



Фиг. 4

в близких условиях. Точки 1 на фиг. 5 — результаты измерений [17]; 2–6 — результаты расчета при интенсивностях вдувания F_w , равных соответственно 0.0008, 0.0015, 0.00195, 0.003, 0.0045.



Фиг. 5

В заключение авторы благодарят Г. И. Петрова и В. С. Авдуевского за обсуждение результатов и полезные советы.

Поступило 18 X 1971

ЛИТЕРАТУРА

1. Глушко Г. С. Некоторые особенности турбулентных течений несжимаемой жидкости с поперечным сдвигом. Изв. АН СССР, МЖГ, 1971, № 4.
2. Глушко Г. С. Турбулентный пограничный слой на плоской пластине в несжимаемой жидкости. Изв. АН СССР, Механика, 1965, № 4.
3. Глушко Г. С. Дифференциальное уравнение для масштаба турбулентности и расчет турбулентного пограничного слоя на плоской пластине. В сб. «Турбулентные течения», М., «Наука», 1970.
4. Колмогоров А. Н. Уравнения турбулентного движения несжимаемой жидкости. Изв. АН СССР, Сер. физ., 1942, т. 6, № 1, 2.
5. Blom J. Experimental determination of the turbulent Prandtl number in a developing temperature boundary layer. Heat Transfer, 1970; Preprints of papers presented at the Fourth Internat. Heat Transfer Conf. Paris — Versailles, 1970, vol. 2, Forced Convection, Ser. FC—I—FC5, Düsseldorf, 1970.

6. Hinze J. O. Turbulence and introduction to its mechanism and theory. N. Y., McGraw-Hill Book Company, Inc., Toronto, London, 1959. (Рус. перев.: Турбулентность, ее механизм и теория. М., Физматгиз, 1963.)
7. Townsend A. A. The fully developed turbulent wake of circular cylinder. Australian J. Research, 1949, 2A, p. 451.
8. Townsend A. A. The structure of turbulent shear flow. Cambridge at Univ. Press., 1956. (Рус. перев.: Структура турбулентного потока с поперечным сдвигом. М., Изд-во иностр. лит., 1950.)
9. Page P., Schlinger W., Brea D., Sage B. Point values of eddy conductivity and viscosity in uniform flow between parallel plates. Industr. Engng Chem., 1952, vol. 44, No. 2.
10. Laufer J. Some recent measurements in a two-dimensional turbulent channel. J. Aeronaut. Sci., 1950, vol. 17, No. 5.
11. Comte-Bellot G. Ecoulement turbulent entre deux parois paralleles. Edite par le service de documentation scientifique et technique de l'armement. Paris, 1965. (Рус. перев.: Турбулентное течение в канале с параллельными стенками. М., «Мир», 1968.)
12. Захаров Ю. Г., Репик Е. У., Филиппов В. М., Виноградов М. И. Исследование основных характеристик турбулентности в пограничном слое плоской пластины. Тр. ЦАГИ, 1959, № 731.
13. Клаузер Ф. Турбулентный пограничный слой. В сб. «Проблемы механики», вып. 2, М., Изд-во иностр. лит., 1959.
14. Townsend A. A. The structure of the turbulent boundary layer. Proc. Cambr. Philos. Soc., 1951, vol. 47, pt 2.
15. Шланчяускас А. А., Дрижюс М.-Р. М. Профили температуры в области стенки в турбулентном пограничном слое различных жидкостей. Тр. АН ЛитССР, 1971, Сер. Б, т. 1 (64).
16. Шланчяускас А. А., Улинскас Р. В., Жуканускас А. А. Турбулентный теплообмен пластины в потоках различных жидкостей с переменной вязкостью. Тр. АН ЛитССР, 1969, Сер. Б, т. 4 (59).
17. Moffat R. J., Kays W. M. The turbulent boundary layer on a porous plate: experimental heat transfer with uniform blowing and suction. Report No HMT-I Thermoscience Div. Dep. Mech. Engng Stanford Univ. Stanford, Calif., 1967.