

УДК 533.6.011.55

ВДУВ ИНОРОДНОГО ГАЗА В ГИПЕРЗВУКОВОЙ ВЯЗКИИ УДАРНЫЙ СЛОЙ

А. Л. АНКУДИНОВ

(Москва)

Рассматривается задача гиперзвукового вязкого течения не реагирующей смеси совершенных газов около гладких нетонких тел в рамках двуслойной модели тонкого ударного слоя для умеренно малых чисел Рейнольдса.

Исследуется влияние вдува инородного газа через проникаемую поверхность в области носовой части сферически затупленного тела. Вводится преобразование переменных, дающее ряд существенных преимуществ при численном решении рассматриваемой задачи.

Проблеме вдувания массы с поверхности тела в пограничный слой посвящена обширная литература. Значительно менее изучено влияние вдува при умеренно малых числах Рейнольдса [1-5], причем в большинстве работ по этому вопросу исследуется критическая точка затупленного тела, либо изучается вдувание газа, однородного с газом в набегающем потоке.

1. Упрощая полные уравнения, описывающие течение не реагирующей смеси совершенных газов, в рамках двуслойной модели гиперзвукового вязкого ударного слоя [6, 7] для нетонких тел при умеренно малых числах R_w , получим для области возмущенного потока около поверхности тела параболическую систему уравнений собственно ударного слоя и систему обыкновенных дифференциальных уравнений для скачка.

Уравнения собственно ударного слоя для смеси газов

$$\begin{aligned} \rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) &= - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) \\ \frac{1}{R_w} \rho u^2 &= \frac{\partial p}{\partial y} \\ \rho \left(u \frac{\partial H}{\partial x} + v \frac{\partial H}{\partial y} \right) &= \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu}{P} \frac{\partial H}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\mu}{P} (1-P) \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{u^2}{2} \right) \right] - \\ &- \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu}{P} \sum_i J_i \frac{\partial c_i}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\sum_i J_i \rho_i W_i \right) \\ \rho \left(u \frac{\partial c_i}{\partial x} + v \frac{\partial c_i}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \rho_i W_i &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial x} \rho u r^y + \frac{\partial}{\partial y} \rho v r^y &= 0, \quad p = \rho RT \\ P &= \mu c_p / k, \quad R = \sum_i c_i R_i, \quad c_p = \sum_i c_i c_{p_i} \\ W_i &= -D_i \left[\frac{1}{c_i} \frac{\partial c_i}{\partial y} + \frac{k_T}{T} \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{k_p}{p} \frac{\partial p}{\partial y} \right] \\ H &= J + (u^2 + v^2) / 2 \end{aligned} \tag{1.1}$$

Уравнения скачка

$$\rho_\infty v_\infty u - \mu \partial u / \partial y = \rho_\infty v_\infty u_\infty$$

$$\begin{aligned}
 & p + \rho_{\infty} v_{\infty} v - \frac{1}{3} \mu \partial v / \partial y = \rho_{\infty} v_{\infty}^2 \\
 & \rho_{\infty} v_{\infty} H - \frac{\mu}{P} \frac{\partial H}{\partial y} + \frac{\mu}{P} (1 - P) \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{u^2 + v^2}{2} \right) - \\
 & - \mu \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{v^2}{6} \right) + \frac{\mu}{P} \sum_i J_i \frac{\partial c_i}{\partial y} + \sum_i J_i \rho_i W_i = \rho_{\infty} v_{\infty} H_{\infty} \\
 & \rho_{\infty} v_{\infty} c_i + \rho_i W_i = \rho_{\infty} v_{\infty} c_{i\infty} \\
 & \rho v = \rho_{\infty} v_{\infty}, \quad p = \rho RT
 \end{aligned} \tag{1.2}$$

Здесь W_i — скорость диффузии i -й компоненты смеси; x, y — расстояние вдоль поверхности тела, отсчитываемое от критической точки, и по нормали к поверхности соответственно; u, v — составляющие скорости в направлениях x и y ; J — энthalпия; μ, k — коэффициенты вязкости и теплопроводности соответственно; R_w и r — радиусы продольной кривизны поверхности и поперечного сечения осесимметричного тела; $\nu = 0,1$ соответственно для плоского и осесимметричного случаев; c — массовая концентрация вещества в смеси; D — коэффициент диффузии; $k_T D, k_p D$ — коэффициенты термо- и бародиффузии соответственно; остальные обозначения общеприняты; индекс ∞ относится к величинам в набегающем (невозмущенном) потоке; величины с индексом i внизу характеризуют i -ю компоненту смеси газов.

Упрощение (проводимое аналогично [6, 7]) уравнений скачка (1.2) на условной разделяющей слое линии L (внешней границе собственно ударного слоя) дает следующие соотношения, которые являются внешними граничными условиями системы (1.1):

$$\begin{aligned}
 & \rho_{\infty} v_{\infty} (u_l - u_{\infty}) = (\mu \partial u / \partial y)_l, \quad p_l = \rho_{\infty} v_{\infty}^2 \\
 & \rho_{\infty} v_{\infty} (H_l - H_{\infty}) = \left(\frac{\mu}{P} \frac{\partial H}{\partial y} \right)_l - \left[\frac{\mu}{P} (1 - P) \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{u^2}{2} \right) \right]_l - \\
 & - \left(\frac{\mu}{P} \sum_i J_i \frac{\partial c_i}{\partial y} \right)_l - \left(\sum_i \rho_i W_i J_i \right)_l \\
 & \rho_{\infty} v_{\infty} (c_{i_l} - c_{i\infty}) + (\rho_i W_i)_l = 0, \quad (\rho v)_l = \rho_{\infty} v_{\infty}
 \end{aligned} \tag{1.3}$$

Здесь индекс l относится к величинам на линии раздела L .

Система уравнений (1.1) с условиями (1.3) рассматривалась для случая бинарной смеси газов, т. е. $i = 2$. Предполагалось, что поток на бесконечности имеет однородный состав газа, а с проницаемой поверхности тела осуществляется вдув однородного газа, но с другими теплофизическими свойствами. Набегающий и вдуваемый газы индивидуализируются соответственно индексами 1 и 2. Удельная теплоемкость c_{p_i} и число Прандтля P_i каждого из газов, составляющих бинарную смесь, считались постоянными. Зависимость коэффициентов вязкости μ_i компонент смеси от температуры принималась в форме Сазерленда, а для коэффициентов переноса смеси и коэффициентов бинарной диффузии использовались соотношения, взятые из работы [8]

$$\begin{aligned}
 & \mu_i = \mu_{c_i} T^{3/2} / (T + T_{c_i}) \\
 & \mu = \mu_1 c_1 (c_1 + G_{12} c_2 m_1 / m_2) + \mu_2 c_2 (c_2 + G_{21} c_1 m_2 / m_1) \\
 & k = k_1 c_1 (c_1 + 1.065 G_{12} c_2 m_1 / m_2) + k_2 c_2 (c_2 + 1.065 G_{21} c_1 m_2 / m_1)
 \end{aligned} \tag{1.4}$$

$$G_{ik} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \left(1 + \frac{m_i}{m_k}\right)^{-1/2} \left[1 + \left(\frac{\mu_i}{\mu_k}\right)^{1/2} \left(\frac{m_k}{m_i}\right)^{1/4}\right]^2 \quad (k \neq i)$$

$$D = D_c T^d p_a / p \quad (D_1 \equiv D_2 \equiv D)$$

$$k_T = \alpha_T c_2, \quad k_p = \frac{m_1 - m_2}{m} c_1, \quad m = \left(\frac{c_1}{m_1} + \frac{c_2}{m_2}\right)^{-1}$$

где p_a — атмосферное давление, m_i — молекулярный вес, D_c , μ_{c_i} , T_{c_i} , α_T , d — некоторые постоянные.

На поверхности тела принимались условия отсутствия результирующего удельного теплового потока к внутренним областям твердой проницаемой стенки, через которую подавался охлаждающий газ. В одном варианте расчетов считался заданным удельный расход охладителя (постоянный вдоль образующей), в другом задавалась (также постоянной) температура стенки; в обоих случаях начальная температура охладителя считалась известной, а на поверхности предполагалось, кроме того, выполнение условия сохранения массы вдуваемого газа.

$$u = 0, \quad (1 - c) \rho v + \rho D \left(\frac{\partial c}{\partial y} + c \frac{k_T}{T} \frac{\partial T}{\partial y} \right) = 0 \quad (1.5)$$

$$\rho v = (\rho v)_w, \quad k \frac{\partial T}{\partial y} = (\rho v)_w (J - J_{00}) \quad (1.6)$$

$$T = T_w, \quad k \frac{\partial T}{\partial y} + \rho D (J_2 - J_1) \frac{\partial c}{\partial y} = \rho v (J - J_{00}) \quad (1.7)$$

Таким образом, в качестве граничных условий на поверхности тела соответственно принимались в первом варианте расчетов соотношения (1.5), (1.6), а во втором — (1.5), (1.7), где J_{00} — первоначальная энтальпия охлаждающего газа, $c \equiv c_2$, индекс w относится к заданным величинам на стенке.

2. Для численного решения задачи (в расчете использовался метод работ [8, 9]) были введены новые переменные, дающие определенные преимущества при интегрировании уравнений (1.1) с условиями (1.3), (1.5), (1.6), (1.7)

$$s = x^j, \quad \zeta = \left(K \frac{\Psi - \Psi_w}{1 - \Psi_w} \right)^{1/2}, \quad \Psi = \frac{2^v \psi^*}{r^{*1+v}}$$

$$p^\circ = \frac{p^* - p_0^*}{r^{*2j}}, \quad u^\circ = \frac{u^*}{r^{*j} \zeta}, \quad \theta = \frac{H^* - H_a^*}{r^{*1-j}} \quad (2.1)$$

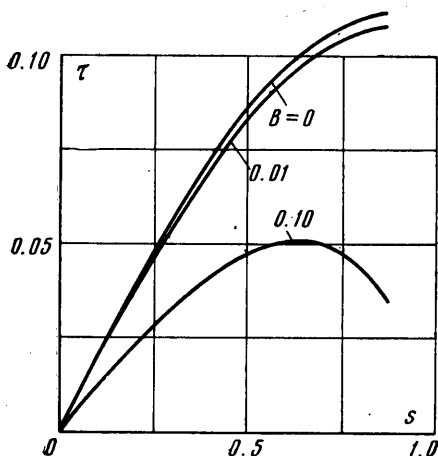
$$C = \frac{c - c_a}{r^{*1-j}}, \quad p_0^* = p^*(s = 0), \quad K = \text{const} > 0$$

где $j = 1/2, 1$ для острых и затупленных тел соответственно; $H_a^* = J_{00}^*$, $T_w^*(0)$ для затупленного тела при первом и втором типах граничных условий соответственно; $H_a^* = J_w^*(0)$ для заостренного тела; $c_a = 0$, $c_w(0)$ для затупленного и заостренного тел соответственно.

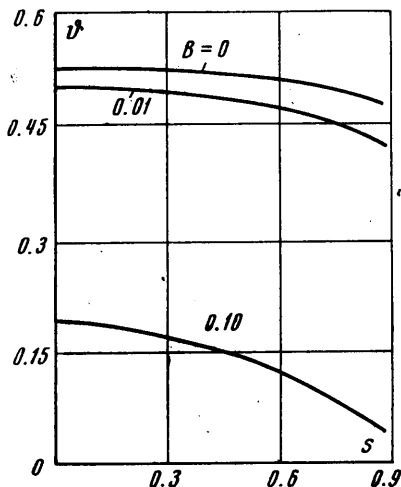
Здесь ψ — функция тока, а звездочками отмечены величины, обезразмеренные по параметрам газа в набегающем (невозмущенном) потоке, т. е. по скорости V_∞ , плотности ρ_∞ , удельной теплоемкости c_{p_∞} и характерному линейному размеру тела.

Соотношения (2.1) представляют собой обобщение на случай течения бинарной смеси газов преобразования переменных, предложенного в [10]. Использование переменных (2.1) позволяет проводить интегрирование единым образом для затупленных и заостренных тел в стандартной координатной области (полушаре) без разложения в ряд в окрестности критической точки, причем для заостренного тела это преобразование раскрывает особенность в носике. Кроме того (см. [10]), для специфически построенных численных методов в переменных (2.1) раскрывается особенность решения на стенке, характерная для мизосовского рассмотрения, использование которого диктуется прежде всего возможностью обойти трудности определения неизвестной границы L .

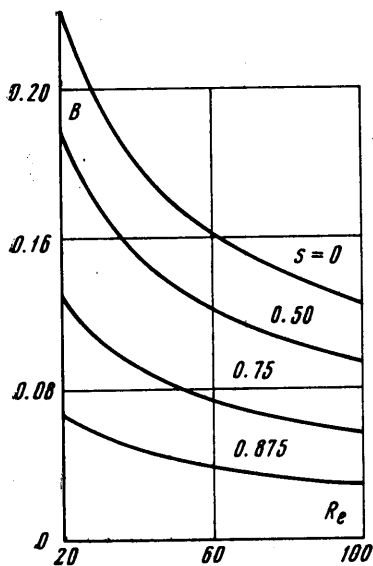
3. Расчеты, результаты которых представлены на фиг. 1—7, производились в предположении отсутствия термо- и бародиффузии ($k_T = k_p = 0$). Контрольные расчеты, проведенные при коэффициентах k_T и k_p , заданных в соответствии с (1.4), показали, что влияние термо- и бародиффузии на теплопередачу и напряжение трения для большей части



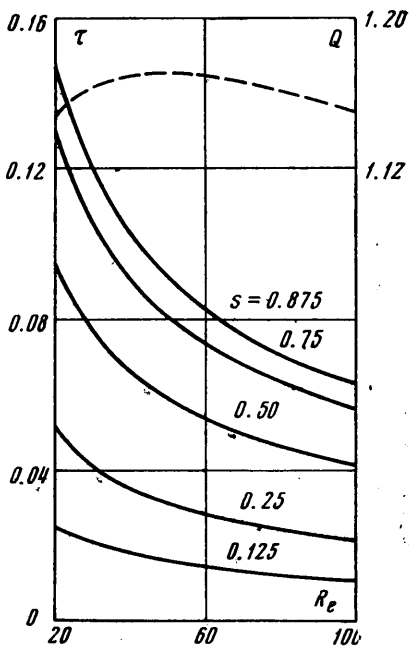
Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

области затупления представляется несущественным в рассмотренном диапазоне параметров. (Соответствующие кривые не приводятся.)

Обе серии расчетов (с условиями (1.5), (1.6) и (1.5), (1.7)) соответствовали случаю обтекания азотом с числом Маха $M_\infty = 10$ сферы, через поверхность которой подавался охлаждающий гелий при $J_{00}/H_\infty = 0.03$. Были использованы следующие константы:

$$\kappa_1 = 1,4, \quad m_1 = 28.01, \quad P_1 = 0.705, \quad T_{c_1} = 103.9^\circ$$

$$\mu_{c_1} = 1.393 \cdot 10^{-6} \text{ н} \cdot \text{сек}/\text{м}^2, \quad c_{p_1} = 1.03 \text{ кДж}/\text{кг} \cdot \text{град}$$

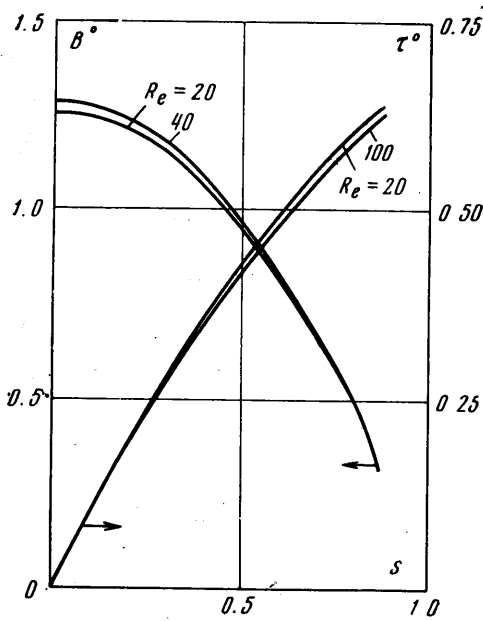
$$\kappa_2 = 1.67, \quad m_2 = 4.003, \quad P_2 = 0.684, \quad T_{c_2} = 83^\circ$$

$$\mu_{c_2} = 1.451 \cdot 10^{-6} \text{ н} \cdot \text{сек}/\text{м}^2, \quad c_{p_2} = 5.204 \text{ кДж}/\text{кг} \cdot \text{град}$$

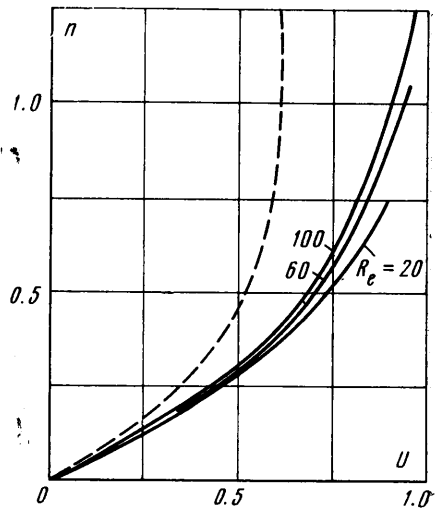
Здесь κ — отношение удельных теплоемкостей. В расчетах с условиями (1.5), (1.6) принималось

$$R_e = V_\infty R_w \rho_\infty / \mu_0 = 100, \quad T_0 = 6048^\circ, \quad B = 0, 0.01, 0.1,$$

где $\mu_0 = \mu_1(T_0)$, T_0 — температура торможения набегающего потока, $B = (\rho v)_w / \rho_\infty V_\infty$ — параметр вдува.



Фиг. 5



Фиг. 6

Расчеты с условиями (1.5), (1.7) были проведены при $T_0 = 3885^\circ$, $T_w = 1000^\circ$ и $R_e = 20, 40, 60, 80, 100$. На графиках принято

$$s = x/R_w, \quad \tau = (\mu di / \partial y)_w / V_\infty^2 \rho_\infty, \quad \vartheta = T_w / (V_\infty^2 / c_{p_1})$$

Решение доведено до точки поверхности сферы, близкой к месту отрыва ударного слоя, т. е. к месту, где давление на стенке становится равным нулю.

Как следует из расчетов, распределение относительного давления $p / \rho_\infty V_\infty^2$ на поверхности слабо зависит от интенсивности вдува, и в особенности от числа R_e , в рассмотренном диапазоне параметров.

Можно лишь отметить некоторое понижение давления на стенке с ростом интенсивности вдува (расчеты с условиями (1.5), (1.6)) — результат физически объясняемый усилением центробежных эффектов.

В первой серии расчетов при увеличении интенсивности вдува существенно уменьшается напряжение трения на поверхности τ и температура стенки ϑ (фиг. 1, 2), а отход линии раздела L несколько увеличивается.

Анализ второй серии расчетов показывает (фиг. 3), что с увеличением числа Re растет теплозащитная эффективность вдува (требуется меньший относительный расход охладителя, чтобы снять тепловой поток к стенке), причем темп роста больше при меньших числах Рейнольдса. Этот результат относится ко всей рассчитанной области затупления. Значение местного напряжения трения τ с увеличением числа Re убывает (фиг. 4) со скоростью, также большей при низких Re . Концентрация вдуваемого газа на стенке (и соответственно плотность) меняется по числу Re несущественно.

Факт падения эффективности вдува с уменьшением числа Re может быть физически истолкован небольшой чувствительностью течения газа с малой плотностью (низкие числа Re) к воздействию подаваемой с поверхности тела массы; смысл последнего обстоятельства особенно отчетливо выявляется в предельном случае $Re \rightarrow 0$, т. е. при свободно-молекулярном течении, где отсутствуют столкновения молекул, вследствие чего должно отсутствовать и влияние вдува на теплопередачу (при коэффициенте термической аккомодации, равном единице).

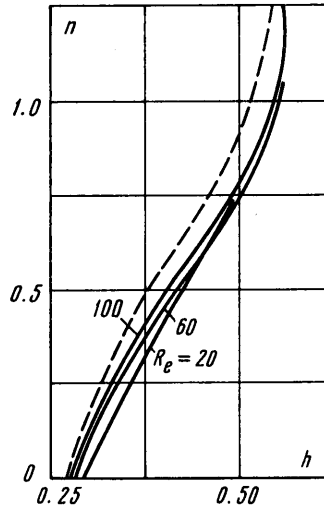
Можно видеть, что отношение величины расхода охладителя к его значению при выбранном числе Re в каждой точке изменяется вдоль поверхности незначительно. Таким образом, величина $B/B(0)$ очень слабо зависит от числа Re в исследованном интервале Рейнольдсов.

Слабая зависимость от Re наблюдается также для отнесенных к своим значениям в критической точке параметров τ/s , концентрации вдуваемого газа на стенке, отхода линии раздела L .

Результаты расчетов для трения и расхода вдуваемого газа с точностью, достаточной для инженерных расчетов, коррелируются по Re , если рассматривать величины $\tau^\circ = \tau\sqrt{Re}$, $B^\circ = B\sqrt{Re}$ (фиг. 5).

На фиг. 4 пунктиром показано отношение Q расхода охладителя в критической точке к его значению, рассчитанному при тех же условиях по классической теории пограничного слоя. Видно, что отклонение расхода вдуваемого газа от величины, предсказываемой теорией пограничного слоя, составляет $\approx 14-17\%$. Для величин энтальпии, концентрации гелия и поперечных градиентов этих величин и градиента относительной скорости $U = (u/V_\infty)/(r/R_w)$ на поверхности тела такое отличие для тех же значений чисел Re находится в пределах 14—3, 14—3, 45—21, 14—8, 27—16% соответственно.

На фиг. 6 и 7 приводятся соответственно профили величин U и $h = H/V_\infty^2$ поперек ударного слоя в критической точке, построенные как функции $n = (y/R_w)\sqrt{Re}$; пунктиром нанесены результаты расчета пограничного слоя.



Фиг. 7

Поступило 5 X 1971

ЛИТЕРАТУРА

1. Chen S. Y., Aroesty J., Mobley R. The hypersonic viscous shock layer with mass transfer. Internat. J. Heat and Mass Trans., 1967, vol. 10, No. 9, pp. 1143—1158.
2. Kang S. W., Dunn M. G. Integral — method analysis for a hypersonic viscous shock layer with mass injection. A I-2187-A-8, April 1968, Cornell Aeronautical Lab., Buffalo, N. Y.
3. Chen S. Y., Baron J., Mobley R. Stagnation region gas injection in low Reynolds number hypersonic flow. The RAND Corporation, RM-5273-PR, 1967.
4. Kang S. W., Dunn M. G. Integral method for the stagnation region of a hypersonic shock layer with blowing. AIAA Journal, 1968, vol. 6, No. 10, pp. 2031—2033.
5. Kang S. W. Hypersonic low-Reynolds-number flow over a blunt body with mass injection. AIAA Journal, 1969, vol. 7, No. 8, pp. 1546—1552.
6. Cheng H. K. The blunt body problem in hypersonic flow at low Reynolds number. IAS paper, 1963, No. 63—92.
7. Анкудинов А. Л. Расчет вязкого гиперзвукового обтекания при умеренных числах Рейнольдса. В сб. «Аэродинамическое нагревание при гиперзвуковых скоростях потока», Тр. ЦАГИ, 1968, вып. 1106, стр. 176—191.
8. Селиверстов С. Н. Расчет ламинарного пограничного слоя на сфере с подводом гелия в качестве охладителя. Инж. ж., 1965, т. 5, вып. 4, стр. 630—640.
9. Петухов И. В. Численный расчет двумерных течений в пограничном слое. В сб. «Численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений и квадратурные формулы», М., «Наука», 1964, стр. 304—325.
10. Анкудинов А. Л. Расчет вязкого гиперзвукового ударного слоя с подводом массы при умеренно малых числах Рейнольдса. Изв. АН СССР, МЖГ, 1970, № 3, стр. 40—45.