

УДК 532.526.4 : 532.529.3

К РАСЧЕТУ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ЗАКРУЧЕННЫХ И НЕЗАКРУЧЕННЫХ ТУРБУЛЕНТНЫХ СТРУЙ

С. Ю. КРАШЕНИННИКОВ

(Москва)

Изложены результаты расчетов неавтономных течений в турбулентных струях. Использовано приближение пограничного слоя [1-3], причем в случае сильной закрутки, когда на начальном участке образуется зона обратного тока, рассмотрение начинается с сечения, соответствующего окончанию указанной зоны. При численном решении параметры течения определяются последовательно в сечениях, расположенных вниз по потоку от исходного, где они задаются условиями задачи. Дано обобщение формулы Прандтля для турбулентной вязкости на случай рассматриваемых течений. Результаты расчетов, выполненных с использованием этой формулы, сопоставлены с данными опытов. Определены соответствующие экспериментальные константы. Предложена интегральная теория, описывающая закрученные струйные течения при слабой деформации профилей газодинамических параметров.

1. Если пренебречь вкладом в изменение давления в струе за счет пульсаций скорости, то уравнения движения для осесимметричного несжимаемого турбулентного течения в приближении пограничного слоя можно записать в виде

$$\begin{aligned}
 yu \frac{\partial u}{\partial x} + yv \frac{\partial u}{\partial y} &= -y \frac{\partial}{\partial x} \theta - y \frac{\partial}{\partial y} \langle u'v' \rangle - \langle u'v' \rangle \\
 yv \frac{\partial u}{\partial y} - uv - yu \frac{\partial v}{\partial y} &= -y \frac{\partial}{\partial x} \theta - y \frac{\partial}{\partial y} \langle u'v' \rangle - \langle u'v' \rangle \\
 y^2 u \frac{\partial w}{\partial x} + y^2 v \frac{\partial w}{\partial y} + ywv &= -y^2 \frac{\partial}{\partial y} \langle w'v' \rangle - 2y \langle w'v' \rangle \\
 yu \frac{\partial c}{\partial x} + yv \frac{\partial c}{\partial y} &= -y \frac{\partial}{\partial y} \langle v'c' \rangle - \langle v'c' \rangle, \quad \theta = \int_{\infty}^y \frac{w^2}{r} dr
 \end{aligned} \tag{1.1}$$

Здесь x, y — продольная и поперечная координаты; u, v, w — продольная, поперечная и вращательная компоненты скорости; c — массовая концентрация; штрихи обозначают пульсации параметров; угловые скобки — осреднение по времени.

Интегрирование системы уравнений (1.1) по поперечной координате от оси струи до ее границы $y = b(x)$ в предположении, что на границе струи $u = u_2 = \text{const}$, $c = 0$, $w = 0$, $u' = v' = w' = 0$, позволяет получить следующие условия сохранения:

$$\begin{aligned}
 \int_0^b u(u - u_2) y dy - \frac{1}{2} \int_0^b w^2 y dy &= \text{const} = J \\
 \int_0^b u w y^2 dy = \text{const} = M, \quad \int_0^b c u y dy &= \text{const} = Q
 \end{aligned} \tag{1.2}$$

Обычно для замыкания системы уравнений (1.1) используется понятие турбулентной вязкости ν_* . Чтобы выразить корреляции через величину ν_* , используем концепцию Буссинеска [4]. В этом случае корреляции в правых частях уравнений системы (1.1) могут быть выражены в приближении пограничного слоя таким образом [4]:

$$\langle u'v' \rangle = -\nu_* \frac{\partial u}{\partial y}, \quad \langle v'w' \rangle = -\nu_* \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{w}{y} \right), \quad \langle c'v' \rangle = -\frac{\nu_*}{S} \frac{\partial c}{\partial y} \quad (1.3)$$

Здесь S — число Шмидта для турбулентного переноса.

Для определения величины турбулентной вязкости ν_* можно записать соотношение теории Прандтля [1]

$$\nu_* = Bl^2 |\partial u / \partial y| \quad (1.4)$$

где B — константа, а l — длина смешения.

Если предположить, что турбулентная вязкость определяется локальными (по x) характеристиками течения, то длину смешения естественно выразить через отношение максимальной разности скоростей в данном сечении ΔU_m и максимального градиента скорости $(\partial U / \partial y)_m$ в том же сечении

$$l = |\Delta U_m (\partial U / \partial y)_m^{-1}| \quad (1.5)$$

Величину опытной константы B можно определить по данным измерений турбулентного трения $C = \langle u'v' \rangle / u_m^2$ в автомоделльных течениях. Для этого были использованы опытные данные работы [5], по которым на основном участке струи максимальное значение $C_m = 0.012 \div 0.015$.

Согласно соотношениям (1.3) — (1.5) для основного участка затопленной струи $B = C_m$. Вычисления показали, что наилучшее согласие с опытом достигается при $B = 0.013$ для незакрученной струи и $B = 0.017$ для закрученной струи. Эти значения B и использованы в расчетах. При этом полная вязкость представлялась как сумма ламинарной вязкости ν и турбулентной вязкости ν_* и вычислялась по формуле

$$\nu + \nu_* = \nu + Bl^2 |\partial U / \partial y|, \quad U = \sqrt{u^2 + w^2} \quad (1.6)$$

которая учитывает спиральность движения в закрученной струе. Значение числа Рейнольдса по параметрам течения в исходном сечении было взято равным 10^4 , число Шмидта (из условий наилучшего согласования с данными опытов) принималось равным 0.75 для незакрученной струи и 0.5 для закрученной.

Следует отметить, что различие эмпирических постоянных B и S для закрученной и незакрученной струй может быть уменьшено, если использовать для турбулентной вязкости несколько иные выражения, которые при наличии закрутки будут более заметно увеличивать величину ν_* , например

$$\nu_* = Bl^2 [(\partial u / \partial y)^2 + (\partial w / \partial y)^2]^{1/2} \quad \text{или} \quad \nu_* = Bl^2 |\partial(u^2 + \kappa w^2)^{1/2} / \partial y|,$$

где $\kappa > 1$ и т. п. К сожалению, ограниченность имеющихся экспериментальных данных не позволяет провести такого детального сравнения результатов опытов и расчетов, которое дало бы возможность окончательно выбрать какое-либо из соотношений указанного типа.

Счет велся слоями от исходного сечения, в котором задавались профили продольной и вращательной компонент скорости и концентрации. Использовалась неявная четырехточечная разностная схема, решение которой находилось методом прогонки [6].

Точность расчета контролировалась по выполнению условий сохранения (1.2) и считалась удовлетворительной при отклонении значений инвариантов течения от исходных не более чем на 5%. Задание начального поля течения и граничных условий прогонки строилось в соответствии с обеспечением постоянных значений $u = u_2$,

$c = 0$, $w = 0$ вне струи. На оси струи задавалось $v = w = \partial u / \partial y = \partial c / \partial y = 0$. Расширение струи учитывалось при расчете с помощью линейного преобразования поперечной координаты $y = (1 + \alpha x)\eta$.

2. При отсутствии закрутки $\theta \equiv 0$ и уравнения системы (1.1) разделяются. Результаты расчета в этом случае можно сравнить с известными опытными данными для незакрученных струй, если в соотношении (1.6) положить $w = 0$.

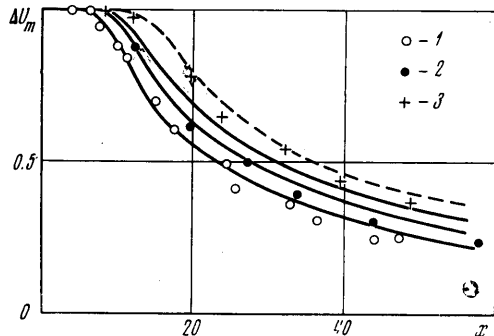
В исходном сечении имитировались профили газодинамических параметров, соответствующие истечению из сопла единичного радиуса с пограничным слоем на внутренней стенке толщиной δ и степенным распределением скорости с показателем $1/7$. Пограничный слой на внешней стенке считался отсутствующим. Величина параметра $m = u_2 / u_1$, u_1 — максимальная скорость в струе на срезе сопла, которая варьировалась в пределах 0.01—0.5 (значение $m = 0.01$ было минимальным для всех расчетов).

Отметим, что течение, параметры которого рассчитывались, имеет неавтономный характер. Оно развивается последовательно от канального в струйное, проходя при этом начальный участок струи, переходный и основной [1]. Сопоставление результатов расчетов с опытом показало, что использованное соотношение для турбулентной вязкости позволяет достичь удовлетворительного согласования результатов расчета с опытом на всех этих участках.

На фиг. 1 результаты расчетов затухания относительной избыточной скорости на оси струи $\Delta u_m = (u_m - u_2)(u_1 - u_2)^{-1}$ при $\delta = 0.5$ (сплошные линии) сопоставлены с данными опытов различных исследователей, приводимыми в работе [1], и данными работы [7], причем значки 1, 2 и 3 соответствуют $m = 0, 0.16$ и 0.25 . Видно, что расчет правильно отражает неавтономный характер течения и влияние на него наличия спутного потока ($m > 0$). При этом чем больше значение m , тем сильнее проявляется влияние исходного распределения газодинамических параметров. Для иллюстрации на фиг. 1 приведены результаты расчета при $m = 0.25$ и $\delta = 0$, которые даны штриховой линией.

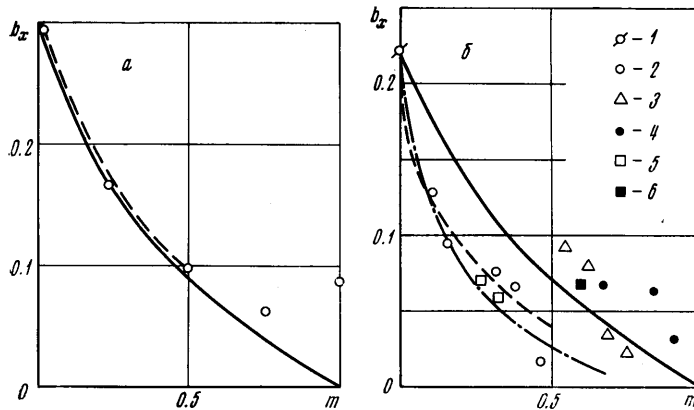
В соответствии с имеющимися представлениями наличие пограничного слоя на срезе сопла уменьшает дальность струи в ее начальном участке. В основном участке струи наблюдается обратная картина. Действительно, при наличии спутного потока с малым m в струе с начальным пограничным слоем средняя (например, по импульсу) скорость истечения тем меньше, чем больше δ . В результате оказывается ближе к единице и «эффективная» величина параметра m , что и проявляется в уменьшении интенсивности смещения на больших удалениях от среза сопла, где оно определяется интегральными характеристиками течения. Согласно расчету пересечение зависимостей $\Delta u_m(x)$ для $\delta = 0$ и $\delta = 0.5$ при $m = 0.25$ происходит при $x \approx 80$.

Отметим, что в этом случае максимальное значение турбулентной вязкости при $\delta = 0$ приблизительно на 30% больше, начиная уже с конца начального участка струи. Столь сильное влияние условий истечения на зависимость $\Delta u_m(x)$ не позволяет провести корректного сравнения данных опытов и расчета для основного участка струи при $m > 0.25$, так как приводимые результаты измерений обычно не сопровождаются соответствующими исходными профилями, а экспериментальные зависимости $\Delta u_m(x)$, полученные в разных условиях, существенно различаются. Так, данные работы [7] и данные, приведенные в [1] для $m = 0.45$ при больших x различаются в 1.5 раза.



Фиг. 1

3. Соотношение (1.6) для турбулентной вязкости основывается на предположении о том, что характеристики турбулентного переноса определяются локальными параметрами течения, и соответствующее сопоставление данных опытов и расчета может быть проведено по интенсивности расширения струи $db/dx = b_x$, представляющей ее локальную характеристику и используемой в теории струй [1]. Профили продольной скорости, полученные при расчете как для начального, так и для основного участков



Фиг. 2

хорошо согласуются с кривыми Шлихтинга [1], которые удовлетворительно аппроксимируют данные опытов. Они и были использованы при определении положения границы струи [1].

На фиг. 2 приведены результаты сопоставления зависимостей $b_x(m)$ по расчету и данным опытов из работ [7, 8]. На начальном участке (фиг. 2, а) локальное значение параметра $m = u_2/u_1 = m_0$, а на основном участке (фиг. 2, б) $m = u_2/u_m$. Сплошными линиями проведены зависимости из работы [1], штриховыми — результаты расчета. Значки 1, 2, ... на фиг. 2, б соответствуют следующим величинам параметров $n_0 = \rho_2/\rho_1$ и m_0 :

	1	2	3	4	5	6
n_0	1	1	1	7	0.24	0.24
m_0	0	0.16	0.42	0.28	0.2	0.43

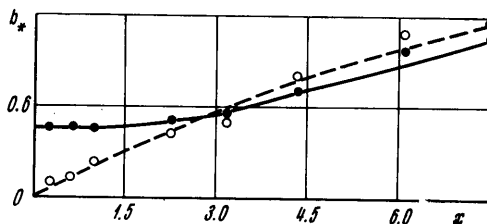
Легко видеть, что отклонение опытных данных от результатов расчета в основном связано с влиянием условий истечения, и в процессе распространения струи в основном участке ($m \rightarrow 1$) экспериментальные точки имеют тенденцию сближаться с расчетной кривой. Удовлетворительное в целом соответствие данных опытов и расчета свидетельствует о правильности выбора экспериментальной константы $B = 0.013$, хотя соответствующие константы автомодельных решений различаются для основного и начального участков струи приблизительно в полтора раза [2].

Предложенный подход удовлетворительно описывает также перестройку течения от пристеночного пограничного слоя к струйному. Об этом свидетельствует фиг. 3, где сопоставлены с расчетом данные экспериментального определения характерной ширины зоны смешения b_* по скорости (темные кружки и сплошная кривая) и концентрации (светлые кружки и штриховая кривая) вблизи среза сопла при $m \approx 0.5$. На данной фигуре величина b_* определена по пятипроцентному отклонению избыточного значения скорости и концентрации от значений на оси и вне струи. В опытах измерялась концентрация фреона-12, добавлявшегося в струю воздуха в количестве 5–10% по массе.

Отметим, что в данном случае хотя течение близко к плоскому удовлетворительное согласование с данными опытов по характерной ширине профиля концентрации получено при $S = 0.75$, что согласно известным данным близко к значению числа Шмидта для осесимметричных течений [4].

4. Материал экспериментальных исследований работы [9] подтверждает возможность применения приближения пограничного слоя для расчета закрученной струи по крайней мере в той ее части (или на таких режимах), где отсутствует обратный ток. Кроме того, данные работы [9] показывают, что в сечении затопленной сильно закрученной струи, соответствующем окончанию зоны обратного тока, наблюдается подобие распределения газодинамических параметров для различной исходной интенсивности закрутки. Единственным масштабом скорости в этом сечении будет максимальное значение ее продольной компоненты u_{m0} , так как максимальное значение вращательной компоненты скорости в этом сечении $w_{m0} \approx 0.6u_{m0}$ для различных закруток.

На фиг. 4 сплошной, штрих-пунктирной и штриховой линиями изображены соответственно исходные распределения продольной u и вращательной w компонент скорости и концентрации c , которые в соответствии с данными работы [9] имитируют сечение закрученной струи вблизи конца зоны обратных токов. Счет велся от этого сечения.



Фиг. 3

Расчеты течения при $\theta \equiv 0$ (слабозакрученная струя) показывают, что переформирование поля скорости, происходящее при $x \leq 10$, задерживает выход зависимости $w_m(x)$ на закономерность, соответствующую слабой закрутке $w_m \sim x^{-2}$. Последняя, согласно расчетам, наблюдается с того сечения, где затухание продольной компоненты скорости подчиняется закону $u_m \sim x^{-1}$. (Этот результат может быть получен для затопленной струи из условий сохранения (1.2), если предположить, что профили газодинамических параметров подобны.)

Расчет струи с учетом влияния закрутки на поле течения ($\theta \neq 0$) показал, что исходное распределение параметров (фиг. 4) не совсем точно соответствует условию окончания зоны обратного тока, так как для значений $w_{m0}/u_{m0} = \Phi_0 > 0.5$ при расчете получалось течение с отрицательной скоростью на оси, в отличие от данных опытов, согласно которым $\Phi_0 \approx 0.6$. Это связано с тем, что возникновение обратного тока, как и течение в струе в целом, определяется его интегральными характеристиками, такими как избыточный импульс J , поток момента M и поток массы G (здесь $G = Q$ при $c \equiv 1$).

Соответствующая безразмерная комбинация

$$\Omega = M/GJ^2$$

уменьшаясь вдоль струи за счет роста потока массы G , является основным определяющим параметром для ее локальных свойств, который отражает вырождение закрутки.

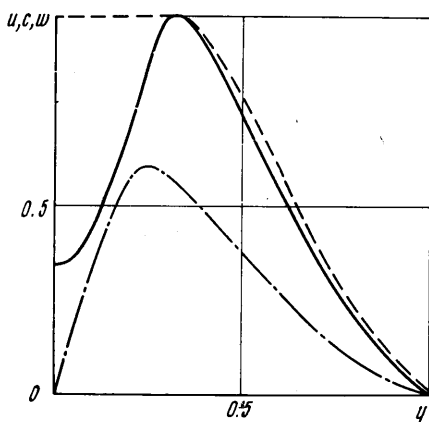
Неточность выбора исходных профилей газодинамических параметров приводит к несоответствию величины Ω его критическому значению Ω_* , которое наблюдается в конце зоны обратного тока, а также (в предположении локальности определяющих свойств течения) и при возникновении обратного тока. Согласно расчетам $\Omega_* \approx 0.4$, значению же $\Phi_0 = 0.6$ при исходных полях, показанных на фиг. 4, соответствует $\Omega_* = 0.45$. Посколь-

ку исходные поля подобраны по экспериментальным данным, можно считать, что согласование с опытом величины Ω_* вполне удовлетворительное. Для интегральных параметров при возникновении обратного тока получены следующие значения:

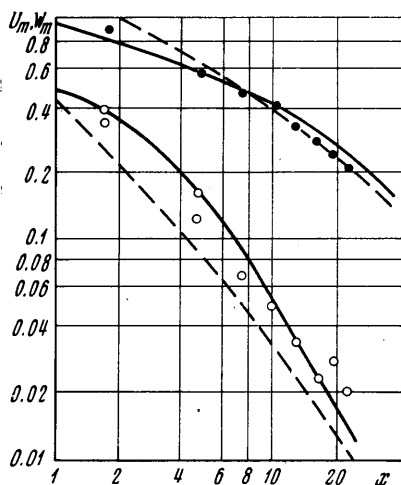
$$M = 0.0298, \quad J = 0.116, \quad G = 0.215$$

Отметим, что величина потока импульса $J' = 0.133$, вычисленная без учета градиента давления ($w = 0$), в этом случае отличается от приведенного выше значения всего на 13%.

5. На фиг. 5 в логарифмических координатах приведены результаты сопоставления численного расчета (сплошные линии) с данными опытов по затуханию максимальных значений продольной (темные значки) и вра-



Фиг. 4



Фиг. 5

щательной (светлые значки) компонент скорости в затопленной закрученной струе за зоной обратного тока. При опытах скорость определялась с помощью пневмометрического насадка цилиндрической формы с четырьмя отверстиями. Начальная закрутка струи w_0 , определяемая как отношение максимального значения вращательной компоненты скорости на срезе форсунки, из которой осуществлялось истечение, к среднерасходной продольной скорости, равнялась $w_0 \approx 1.6$. При этом длина зоны обратного тока (отнесенная к радиусу форсунки) $l^0 \approx 6$. Опытные данные трансформировались в соответствии с принятой при расчете системой координат, для чего совершался переход от координаты x^0 к координате расчетов x

$$x = (x^0 - l^0) / b_*^0$$

Здесь b_*^0 — относительная ширина струи в сечении конца обратного тока, отсчитываемая от оси до ее границы. Величины скорости, так же как и при расчете, отнесены к значению u_m в сечении $x = 0$. В целом данные опытов и расчета удовлетворительно согласуются при значении константы $B = 0.017$. Это соответствует несколько более высокому уровню турбулентных пульсаций в закрученной струе за зоной обратного тока по сравнению с незакрученной [9].

Затухание вращательной компоненты скорости происходит более медленно, чем по теории слабой закрутки. Закономерность $w_m \sim x^{-2}$ наблюдается лишь на значительных удалениях от исходного сечения. При этом расчетные распределения газо-

динамических параметров в поперечном сечении соответствуют теории слабозакрученной струи [3] и соответствующим данным опытов [9]. Вблизи исходного сечения профиль вращательной компоненты скорости значительно менее наполнен.

6. Представленные результаты расчета показывают, что главное отличие закрученной струи от незакрученной состоит в ее неизобаричности, учет которой позволяет удовлетворительно описывать течение, основываясь на подходе, используемом для обычных струй. Поэтому можно ожидать, что интегральная теория, основанная на модели, для которой существенно непостоянство давления в струе, будет удовлетворительно описывать течение.

Рассмотрим автомодельное струйное течение при $m = 0$ с исходным условием $x = 1$, $b = 1$, $u_m = 1$, $G = 1$ в случае отсутствия закрутки ($w_m / u_m = 0$). Для такого течения выполняется условие $J = \text{const}$ в форме

$$bu_m = 1$$

Изменение потока массы в струе обусловлено конечной скоростью втекания на ее границе v_n

$$b_x = \frac{dG}{dx} = \frac{bv_n}{k_1}, \quad k_1 = \int_0^1 \frac{u}{u_m} \eta d\eta, \quad \eta = y/b, \quad b_x = \frac{db}{dx}$$

Предположим, что присоединение к струе вещества окружающей среды связано с разрежением, имеющимся в струе. Действительно, течение вне струи потенциально, и единственными действующими силами будут силы инерции и давления. Поэтому естественно предположить, что скорость движения жидкости вблизи границы струи связана с перепадом давления, за характерную величину которого примем разрежение на оси струи ΔP_a , т. е. $v_n \sim (\Delta P_a / \rho)^{1/2}$.

Величина ΔP_a может быть выражена при отсутствии закрутки при помощи уравнения движения в проекции на поперечную координату через пульсационные характеристики течения. Считая, что $\langle (v')^2 \rangle \approx \langle (w')^2 \rangle$, получаем

$$\Delta P_a = \rho u_m^2 \varepsilon^2, \quad v_n = k u_m \varepsilon, \quad \varepsilon^2 = \langle (v_m')^2 \rangle / u_m^2$$

Константу k можно определить, зная интенсивность расширения затопленной струи b_{x_0}

$$k = \varepsilon^{-1} k_1 b_{x_0}$$

Разрежение на оси закрученной струи вычисляется по формуле

$$\Delta P_a = \rho u_m^2 (\Phi^2 k_2 + \varepsilon^2), \quad k_2 = \int_0^1 \left(\frac{w}{w_m} \right)^2 \frac{d\eta}{\eta}, \quad \Phi = \frac{w_m}{u_m}$$

Результаты вычислений показывают, что вне зоны обратного тока поток импульса в закрученной струе может быть вычислен с достаточной точностью без учета вращательного движения, т. е. для закрученной струи в этом случае условие сохранения $J = \text{const}$ может быть приближенно записано в такой же форме, как и для незакрученной струи. Тогда для изменения расхода в струе может быть получено следующее приближенное соотношение:

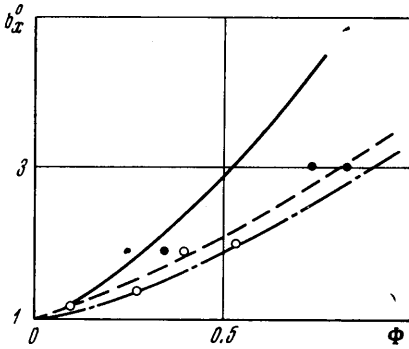
$$\frac{dG}{dx} = \frac{k}{k_1} (k_2 \Phi^2 + \varepsilon^2)^{1/2}$$

Если предположить, что величина ε не зависит от закрутки, то для относительной интенсивности расширения струи b_x° имеем

$$b_x^\circ = \frac{b_x}{b_{x0}} = \frac{k_{10}}{k_1} (C\Phi^2 + 1)^{1/2}, \quad C = \frac{k_2}{\varepsilon^2} \approx 30 \quad (6.1)$$

Для величины k_2 принято значение $k_2 = 1.6$, полученное интегрированием профиля w для слабой закрутки, и для ε значение 0.23 согласно экспериментальным данным для незакрученной струи [4].

Результаты вычислений по формуле (6.1) при $k_1 = k_{10}$ сопоставлены с результатами измерений и данными работы [10] на фиг. 6 (сплошная линия).



Фиг. 6

Видно, что предложенная модель дает завышенное значение интенсивности расширения струи для больших закруток Φ . Это связано с тем, что не учтена трансформация профиля продольной скорости в струе (появление провала на оси) при больших значениях Φ , что приводит к увеличению интеграла k_1 , который при изменении Φ от 0 до 0.5 увеличивается приблизительно в полтора раза. Учет этого изменения (по линейному закону) приводит к зависимости, показанной на фиг. 6 штриховой линией.

Кроме того, при использовании интегральных условий сохранения (1.2) также необходимо учитывать наполненность профилей газодинамических параметров. В этом случае они могут быть записаны в такой форме:

$$u_m b = k_3(x), \quad u_m w_m b^3 = k_4(x), \quad u_m c_m b^2 = k_5(x) \\ 1 \leq k_3 \leq 1.42, \quad 1 \leq k_4 \leq 1.2, \quad k_5 \approx 1 \quad (1 \leq x \leq \infty)$$

В этом случае соотношение (6.1) может быть преобразовано к виду

$$b_x = b_{x0} (A\Phi_0^2 / b^2 + 1)^{1/2}, \quad A = Ck_4^2 / k_3^4, \quad A \rightarrow 10 \quad (x \rightarrow \infty)$$

Пренебрегая изменением величины A по сравнению с изменением b^2 , можно получить

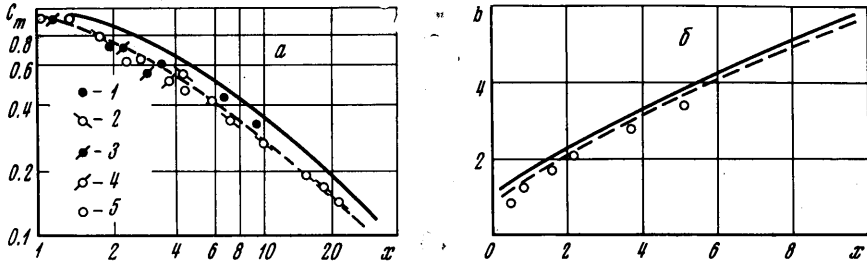
$$b = [b_{x0}^2(x-1) + 2b_{x0}(x-1)(A\Phi_0^2 + 1)^{1/2} + 1]^{1/2}$$

Для достижения согласования с данными опытов при больших x необходимо положить $k_3 = 1.42$, $k_4 = 1.2$, $A = 10$. Результаты соответствующих вычислений для $\Phi_0 = 0.5$ показаны на фиг. 5 штриховыми линиями, при этом принималось в соответствии с данными работы [1] $b_{x0} = 0.22$.

Отметим, что в рассматриваемой постановке (локальность определяющих свойств течения) решение задачи о распространении затопленной струи с закруткой при $\Phi < 0.6$ (когда отсутствует обратный ток) дается уже экспериментальными зависимостями на фиг. 5. Действительно, любая струя с $\Phi_0 < 0.6$ может рассматриваться как некий дальний участок струи с $\Phi_0 = 0.6$.

В связи с этим целесообразно привести данные по характерной ширине струи b и по максимальной концентрации c_m в струях с различной началь-

ной закруткой в той же системе координат, что и на фиг. 5. В опытах, аналогичных описанным в работе [9], определялось распределение концентрации фреона-12, подмешивавшегося в воздух в количестве 5—10% по массе, в закрученных струях при $m = 0$. На фиг. 7,а данные этих опытов при $w_0 = 1.1, 1.6, 1.8, 2.15, 2.5$, построенные в логарифмических координатах, сопоставлены с численным и интегральным расчетом (соответственно сплошная и штриховая линии). Порядок обозначений соответствует увеличению закрутки. Различие результатов численного расчета и опыта связано с неточным выбором исходных полей, в основном профиля концентрации. На фиг. 7,б приведена зависимость $b(x)$ по опытам и расчету.



Фиг. 7

7. Предложенный интегральный метод расчета течения в затопленной закрученной струе может быть использован для получения конечных соотношений, учитывающих влияние спутного потока. Для этого необходимо сделать дополнительное предположение о присоединении вещества струей в спутном потоке.

Если считать, что увеличение расхода в струе обусловлено лишь подсосыванием из окружающей среды за счет разрежения, связанного с турбулентными пульсациями и вращением потока, то для локальной интенсивности нарастания потока массы в струе при прежних допущениях легко получить такое соотношение:

$$\frac{dG}{dx} = 2 \frac{bk(\Phi^2 k_2 + \varepsilon^2)^{1/2}}{2(1/u_m - m)k_1 + m}, \quad m = \frac{u_2}{u_m}$$

Здесь m — локальное отношение характерных скоростей.

При переходе к интенсивности расширения струи используем условие $J' = \text{const.}$ Тогда

$$b_x = \frac{k(\Phi^2 k_2 + \varepsilon^2)^{1/2}}{2k_1 k_6 (1 - m)^2 / [2k_6 (1 - m) + k_1 m] + m} \approx \frac{k[\Phi^2 k_2 + \varepsilon_0^2 (1 - m)^2]^{1/2}}{k_1 (1 - m)^2 + m}$$

Здесь сделано предположение о том, что интенсивность турбулентных пульсаций пропорциональна разности характерных скоростей, а также проведена аппроксимация на основании результатов вычисления интегралов k_1 и k_6

$$k_6 = \int_0^1 \left(\frac{u - u_2}{u_m - u_2} \right)^2 \eta d\eta$$

Апробировать полученные соотношения по экспериментальным данным для закрученных струй [11] не представляется возможным, так как последних не достаточно для корректного сравнения.

Результаты вычисления $b_x(m)$ при $\Phi = 0$ изображены на фиг. 2, б штрих-пунктирной линией. Видно, что они удовлетворительно согласуются с данными численного расчета и опытов по крайней мере до $m = 0.5$.

Автор благодарит А. Н. Крайко, участвовавшего в обсуждении результатов работы.

Поступило 9 VII 1971

ЛИТЕРАТУРА

1. Абрамович Г. Н. Теория турбулентных струй. М., Физматгиз, 1960.
2. Гиневский А. С. Теория турбулентных струй и следов. М., «Машиностроение», 1969.
3. Лойцянский Л. Г. Распространение закрученной струи в безграничном пространстве, затопленном той же жидкостью. ПММ, 1953, т. 17, вып. 1.
4. Хинце И. О. Турбулентность. Ее механизм и теория. М., Физматгиз, 1963.
5. Таунсенд А. А. Структура турбулентного потока с поперечным сдвигом. М., Изд-во иностр. лит., 1959.
6. Березин И. С., Жидков Н. П. Методы вычислений, т. 2. М., Физматгиз, 1960.
7. Abramovitch G. N., Yakovlevsky O. V., Smernova I. P., Sekundov A. N., Krashenninikov S. Yu. An Investigation of the turbulent jets of different gases in a general stream. *Astron. Acta*, 1969, vol. 14, No. 3, pp. 229—240.
8. Абрамович Г. Н., Яковлевский О. В., Смирнова И. П., Секундов А. Н., Крашенинников С. Ю. Исследование начального участка турбулентных струй различных газов в спутном потоке воздуха. Изв. АН СССР, МЖГ, 1966, № 6.
9. Крашенинников С. Ю. Исследование затопленной воздушной струи при высокой интенсивности закрутки. Изв. АН СССР, МЖГ, 1971, № 6.
10. Chigier N. A., Chervinsky A. Experimental investigation of swirling vortex motion in jets. *J. Appl. Mech. Trans. ASME, Ser. E*, 1967, vol. 34, No. 2.
11. Бушмарин О. Н. Закрученная струя в спутном потоке жидкости той же плотности. Тр. Ленингр. политехн. ин-та, 1955, № 176.