3. Любимов А. Н., Русанов В. В. Течение газа около тупых тел. М., «Наука», 1970.
4. Бабенко К. И., Воскресенский Г. П., Любимов А. Н., Русанов В. В. Пространственное обтекание гладких тел идеальным газом. М., «Наука», 1964.

УДК 533.722

ТЕОРИЯ ТЕРМО- И ДИФФУЗИОФОРЕЗА МЕЛКИХ АЭРОЗОЛЬНЫХ ЧАСТИЦ ПРИ ПРОИЗВОЛЬНОМ ХАРАКТЕРЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Е. Р. ЩУКИН, Ю. И. ЯЛАМОВ

(*Москва*)

В данной работе рассмотрено движение малых частиц ($\mathrm{Kn} \equiv \lambda / R$) в бинарной газовой смеси с неоднородным распределением температуры и концентрации. Получено выражение для скорости движения частицы относительно центра инерции бинарной смеси.

Сила, действующая на частицу, равна [1, 2]

$$\mathbf{F} = -\sum_{i=1,2} \iint d\mathbf{S} \sum_{\pm} \int_{\pm} m_i \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i f_i^{\pm} (\mathbf{v}_i, R, \theta)\, d\mathbf{v}_i \tag{1}$$

Здесь $d\mathbf{S} = 2\pi R^2 \mathbf{n} \sin\theta d\theta$ — векторный элемент поверхности, имеющий направление по внешней нормали $\mathbf{n}$, f_i^- и f_i^+ — функции распределения отраженных и падающих молекул, а интегрирование по скоростям $\mathbf{v}_i$ ведется для f_i^+ в пределах угла $0 \leqslant \psi \leqslant {}^1/_2\pi$, f_i^-, ${}^1/_2\pi \leqslant \psi \leqslant \pi$, где ψ — угол, образованный вектором скорости с $\mathbf{n}$.

Рассмотрение удобно провести в системе координат, покоющейся относительно центра аэрозольной частицы. В этой системе функция распределения падающих молекул в первом приближении теории Чепмена — Энского равна [3]

$$f_i^- = n_i \left(\frac{m_i}{2\pi kT}\right)^{3/2} \exp[\mathbf{C}_i^2] \times$$
$$\times \left\{1 - 2\mathbf{C}_i\mathbf{u}_i - \left[(-1)^{i+1}\frac{d_0\rho_1\rho_2}{\rho n_i m_i^{1/2}} + d_{(-1)^{i+1}} S_{3/2}^1 (C_i^2)\right] (\mathbf{C}_i \operatorname{grad} n_{1,0}) n - \right.$$
$$\left. - \left[(-1)^{i+1}\frac{a_0\rho_1\rho_2}{\rho n_i m_i^{1/2}} + a_{(-1)^{i+1}} S_{3/2}^1 (C_1^2)\right] (C_i \operatorname{grad} \ln T)\right\} \tag{2}$$

Здесь n_i — плотность числа молекул i-го компонента, m_i — масса i-й молекулы, k — постоянная Больцмана, T — температура, $\mathbf{c}_i$ — скорость молекул i-го компонента в системе центра инерции смеси,

$$\mathbf{C}_i = \left(\frac{m_i}{2kT}\right)^{1/2} \mathbf{c}_i, \qquad \rho_i = m_i n_i$$

$S_m^p(\mathbf{C}_i^2)$ — полиномы Сонина [1], $\mathbf{u}$ — скорость частицы относительно центра инерции бинарной смеси

$$\mathbf{u}_i = \left(\frac{m_i}{2kT}\right)^{1/2} \mathbf{u}, \qquad n = n_1 + n_2, \qquad n_{10} = \frac{n_1}{n_0}, \qquad \rho = \rho_1 + \rho_2$$

d_e, a_m — константы, зависящие от модели взаимодействия молекул.

Считая, что часть молекул отражается от поверхности частицы зеркально, а часть — диффузно с коэффициентами аккомодации q_i, функции распределения f^+ можно записать [4]

$$f_i^+ = (1 - q_i) f_i^{(1)'} + \gamma_i q_i f_i^{\circ} \tag{3}$$

где f_i° — максвелловские функции [1], а

$$f_i^{(1)'} = f_i^{(1)}(\mathbf{c}_i') \tag{4}$$

где $\mathbf{c}_i'$ — скорости молекул после упругого отражения.

Константы γ_i определяются из условия непроницаемости аэрозольной частицы для молекул газа в каждой точке поверхности

$$\int\limits_{-} (\mathbf{c}_i n) f_i^- \, d\mathbf{c}_i + \int\limits_{+} (\mathbf{c}_i n) f_i^+ \, d\mathbf{c}_i = 0 \tag{5}$$

где минус означает интегрирование по скорости составляющим с $\mathbf{n}$ угол $0 \leqslant \psi \leqslant \leqslant {}^1/_2\pi$, а плюс — по скоростям с углом ${}^1/_2\pi \leqslant \psi \leqslant \pi$.

Все расчеты проводятся, исходя из условия малости влияния частицы на функцию распределения [3, 4].

Подставив в (5) соотношения (3) и (2), получим после интегрирования

$$\gamma_i = 1 + \frac{\sqrt{\pi}}{2}\left[2(\mathbf{u}_i\mathbf{n}) + (-1)^{i+1}\frac{d_0\rho_1\rho_2 n}{\rho n_i m_i^{1/2}}(\operatorname{grad} n_{1,0}\mathbf{n}) + \right.$$
$$\left. + (-1)^{i+1}\frac{a_0\rho_1\rho_2}{\rho n_i m_i^{1/2}}\left(1 + \frac{\pi}{8}q_i\right)(\operatorname{grad}\ln T\mathbf{n})\right] \tag{6}$$

Учитывая соотношения (1) — (3), (6), можно определить силу, действующую на частицу, которая в данном случае равна

$$\mathbf{F} = -\frac{8}{3}\pi R^2 kT\left\{\sum_i\left[2\mathbf{u}_i\left(1 + \frac{1}{8}\pi q_i\right) + (-1)^{i+1}\frac{d_0\rho_1\rho_2 n}{\rho n_i m_i^{1/2}}\operatorname{grad} n_{1,0} - \right.\right.$$
$$-\frac{1}{2}d_{(-1)^{i+1}}n\operatorname{grad} n_{1,0} + (-1)^{i+1}\frac{a_0\rho_1\rho_2 n}{\rho n_i m_i^{1/2}}\left(1 + \frac{\pi}{8}q_i\right)\times \tag{7}$$
$$\left.\left.\times\operatorname{grad}\ln T - \frac{1}{2}a_{(-1)^{i+1}}\operatorname{grad}\ln T\right]\right\}$$

Скорость упорядоченного движения частицы относительно центра инерции находится из условия равенства нулю результирующей силы [3, 4].

Приравнивая (7) нулю, получим

$$\mathbf{u} = -{}^1/_4(2kT)^{1/2}\{n_1[2\beta_1(1 + {}^1/_8 q_1\pi) - d_1] - n_2[2\beta_2(1 + {}^1/_8 q_2\pi) + d_{-1}]\}\times$$
$$\times\frac{n\operatorname{grad} n_{1,0}}{n_1 m_1^{1/2}(1 + {}^1/_8\pi q_1) + n_2 m_2^{1/2}(1 + {}^1/_8\pi q_2)} - {}^1/_4(2kT)^{1/2}\{n_1[2\beta_3(1 + {}^1/_8 q_1\pi) - a_1] -$$
$$- n_2[2\beta_4(1 + {}^1/_8 q_2\pi) + a_{-1}]\}\frac{\operatorname{grad}\ln T}{n_1 m_1^{1/2}(1 + {}^1/_8\pi q_1) + n_2 m_2^{1/2}(1 + {}^1/_8 q_2\pi)} \tag{8}$$

где

$$\beta_1 = \frac{d_0\rho_1\rho_2}{\rho n_1 m_1^{1/2}}, \qquad \beta_2 = \frac{d_0\rho_1\rho_2}{\rho n_2 m_2^{1/2}}$$

$$\beta_3 = \frac{a_0\rho_1\rho_2}{\rho n_1 m_1^{1/2}}, \qquad \beta_4 = \frac{a_0\rho_1\rho_2}{\rho n_2 m_2^{1/2}}$$

Учитывая вид коэффициентов диффузии и термодиффузии в первом приближении кинетической теории [3]

$$D_{1,2} = \frac{n_1 n_2}{n}({}^1/_2 kT)^{1/2} d_0 \tag{9}$$

$$D_T = \frac{n_1 n_2}{n^2}({}^1/_2 kT)^{1/2} a_0 \tag{10}$$

Формулу (8) удобно переписать в следующем виде:

$$\mathbf{u} = -D_{1,2}\frac{n^2\sqrt{m_1m_2}}{\rho}\frac{[\sqrt{m_2}(1+{}^1/_8\pi q_1)-\sqrt{m_1}(1+{}^1/_8\pi q_2)]}{[n_1\sqrt{m_1}(1+{}^1/_8\pi q_1)+n_2\sqrt{m_2}(1+{}^1/_8\pi q_2)]}\times$$
$$\times \operatorname{grad} n_{1,0} + D_{1,2}\frac{n^2}{n_1n_2d_0}\frac{(n_1d_1+n_2d_{-1})\operatorname{grad} n_{1,0}}{2[n_1\sqrt{m_1}(1+{}^1/_8\pi q_1)+n_2\sqrt{m_2}(1+{}^1/_8\pi q_2)]}- \tag{11}$$
$$-D_T\frac{n^2\sqrt{m_1m_2}}{\rho}\frac{[\sqrt{m_2}(1+{}^1/_8\pi q_1-\sqrt{m_1}(1+{}^1/_8\pi q_2)]\operatorname{grad}\ln T}{[n_1\sqrt{m_1}(1+{}^1/_8\pi q_1)+n_2\sqrt{m_2}(1+{}^1/_8 q_2\pi)]}+$$
$$+D_T\frac{n^2}{n_1n_2a_0}\frac{(n_1a_1+n_2a_{-1})\operatorname{grad}\ln T}{2[n_1\sqrt{m_1}(1+{}^1/_8\pi q_1)+n_2\sqrt{m_2}(1+{}^1/_8\pi q_2)]}$$

Выражение (8) является дальнейшим обобщением результатов, полученных в работах [3, 4]. Оно получено в нулевом и первом приближениях кинетической теории с учетом диффузного отражения части молекул. Полагая равными нулю градиенты температуры или концентрации, получаем формулы для скорости термофореза [5] и диффузиофореза [4, 6].

Полагая $q_i = 0$, получаем формулу Баканова — Дерягина [3].

Поступило 19 I 1970

ЛИТЕРАТУРА

1. Чепмен С., Каулинг Т. Математическая теория неоднородных газов, М., Изд-во иностр. лит., 1960.
2. Waldmann L. Über die Kraft eines inhomogenen Gases auf kleine suspendierte Kugeln, Z. Naturforsch 1958, Bd 14a, H. 7.
3. Bakanov S. P., Derjaguin B. V. The Motion of a small particle in a non — uniform gas mixture, Discuss. Faraday Soc., 1960, No. 30.
4. Яламов Ю. И. Материалы седьмой межвузовской конференции по вопросам испарения, горения и газовой динамики дисперсных систем, Одесса, 1967, стр. 48.
5. Баканов С. П., Дерягин Б. В. О теории термопреципитации высокодисперсных аэрозольных систем, Коллоид. ж., 1959, т. 20, вып. 4, стр. 337.
6. Дерягин Б. В., Баканов С. П. Теория движения малых аэрозольных частиц в поле диффузии, Докл. АН СССР, 1957, т. 117, стр. 959.