

Здесь N — нормальная сила, приходящаяся на единицу размаха пластины. Для сравнения там же (пунктирная линия) приведены результаты экспериментальных исследований прямоугольной пластины с удлинением $\lambda = 5.8$ при числах $Re = (2 \div 3) \cdot 10^5$ в аэродинамической трубе малых скоростей при стационарном обтекании [7].

Приведенный пример показывает, что для аккуратного построения картины течения при больших τ на предельных режимах или близких к ним, нужен достаточный точный расчет всего переходного процесса.

Поступило 16 VII 1971

ЛИТЕРАТУРА

1. Wedemeyer E. Ausbildung eines Wirbelpaares an den Kanten einer Platte. Ingr — Arch., 1961, Bd 30, Nr 3.
2. Nam N. D. Aerodynamic Loading on a two-dimensional airfoil during dynamic Stall. AIAA Journal, 1968, No. 10.
3. Djojodihardjo R. H., Widnall S. E. A numerical method for the calculation of nonlinear unsteady lifting potential flow problems. AIAA Journal, 1969, No. 10.
4. Белоцерковский С. М. Расчет обтекания крыльев произвольной формы в плане в широком диапазоне углов атаки. Изв. АН СССР, МЖГ, 1968, № 4.
5. Белоцерковский С. М. Метод расчета воздействия порыва на произвольное тонкое крыло. Изв. АН СССР, МЖГ, 1966, № 1.
6. An introduction to fluid dynamics by G. K. Batchelor. Cambridge Univ. Press., 1967.
7. Горлин С. М., Худяков Г. Е. Влияние начальной турбулентности потока на аэродинамические характеристики плоской пластинки. Ин-т механ. МГУ, Научн. тр., 1970, № 4.

УДК 533.6.011.5

РАСЧЕТ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ТЕЧЕНИЙ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА БЕЗ ПЛОСКОСТИ СИММЕТРИИ

Ю. М. ЛИПНИЦКИЙ, Ю. Я. МИХАЙЛОВ, К. Г. САВИНОВ

(Москва)

Задача о стационарном пространственном обтекании сверхзвуковым потоком идеального газа головной части затупленного тела решена методом установления на основе разностной схемы [1, 2] в сочетании с тригонометрической аппроксимацией. Для гладких тел включение тригонометрической аппроксимации в разностную схему позволяет обеспечить достаточную точность без существенного увеличения количества узлов сетки.

1. Пусть u, v, w есть компоненты вектора скорости в сферической системе координат $\{r, \theta, \psi\}$, p, ρ — давление и плотность. Следуя [1, 2], запишем уравнения газовой динамики в виде системы условий совместности

$$A \frac{\partial X}{\partial t} + \Lambda A \frac{\partial X}{\partial \xi} = F, \quad \xi = \frac{r - r_1(\theta, \psi)}{r_2(t, \theta, \psi) - r_1(\theta, \psi)}$$

$$X = \begin{pmatrix} U \\ \varepsilon \\ V \\ W \\ \delta \end{pmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} B & 0 \\ 0 & E \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} \gamma c^{-1} - 1 \\ \gamma c^{-1} & 1 \end{bmatrix}$$

$$\varepsilon = \ln p, \quad \delta = \varepsilon - \gamma \ln p$$
(1.1)

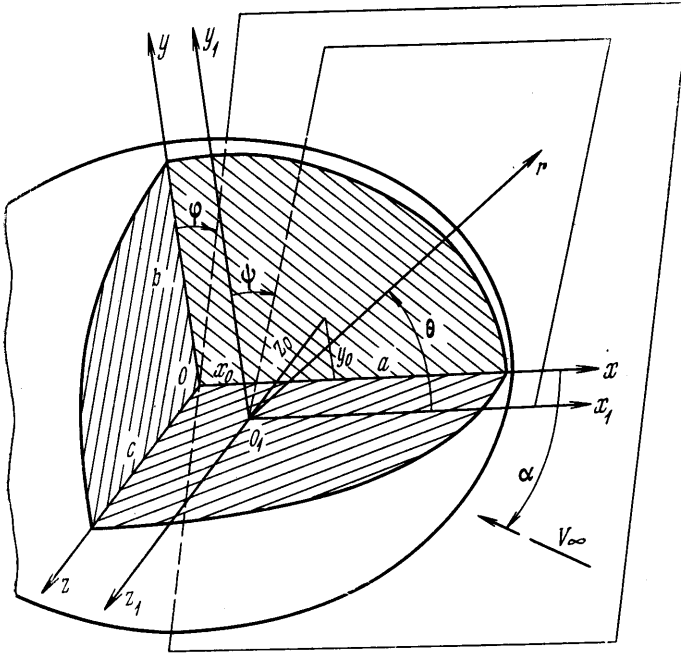
Здесь $r = r_1(\theta, \psi)$ и $r = r_2(t, \theta, \psi)$ — уравнения поверхностей тела и ударной волны, E — единичная матрица, γ — отношение удельных теплоемкостей, c — скорость звука, $U = (u\xi_r + v\xi_\theta/r + w\xi_\psi/r \sin \theta) |N|^{-1}$ — проекция вектора скорости на нормаль к координатной поверхности $\xi = \text{const}$ ($N: [\xi_r; \xi_\theta/r; \xi_\psi/r \sin \theta]$), а V и W — проекции скорости на два линейно-независимых вектора, ортогональных N , Λ — диагональная матрица с элементами вида

$$\lambda(\xi) = \xi_t + (U + \xi c) |N| \quad (\xi = -1, 1, 0)$$
(1.2)

а именно

$$\Lambda_{11} = \lambda(-1), \quad \Lambda_{22} = \lambda(1), \quad \Lambda_{33} = \Lambda_{44} = \Lambda_{55} = \lambda(0)$$

В состав вектора правых частей F помимо искомым функций и их производных по θ и ψ входят еще $\xi_{t\theta}$ и $\xi_{t\psi}$.



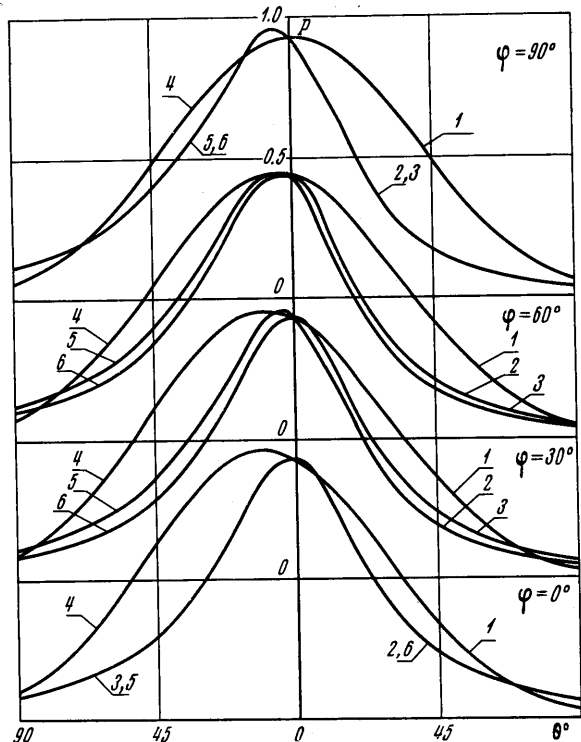
Фиг. 1

В качестве граничных условий на поверхности ударной волны используются законы сохранения потоков массы, энергии и импульса, а на поверхности тела — условие непротекания.

При построении численной схемы использовалась тригонометрическая аппроксимация по ψ , причем для улучшения точности радиус тела вводился в аппроксимационные формулы.

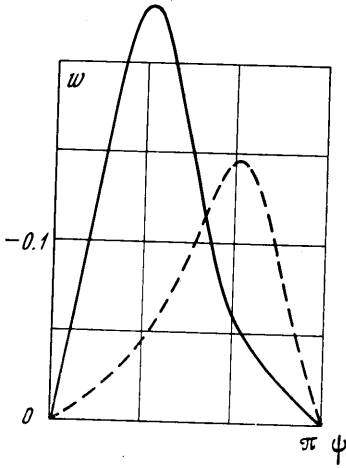
При замене полученной после тригонометрической аппроксимации системы дифференциальных уравнений разностными для всех уравнений, соответствующих двум первым в системе (1.1), использовалась четырехточечная неявная схема, а для остальных — шеститочечная неявная схема. Полностью выражения аппроксимационных формул такой схемы приведены в работах [1, 2], причем для первой группы уравнений они точно такие же, как и для схемы [3, 4]. Решение разностных уравнений осуществлялось методом прогонки аналогично [1, 2].

2. Расчеты проводились для эллипсоидов с отношением полуосей $a : b : c = 1 : 1 : 2/3$, $a : b : c = 1 : 1 : 1.5$ при $M_\infty = 3, 6$; $\gamma = 1.4$.



Фиг. 2

Рассматривались случаи, когда вектор скорости набегающего потока образует с осью эллипсоида a угол $\alpha = 10^\circ$ и параллелен плоскости, которая проходит через ось a и составляет с осью b угол $\varphi = 0, 30, 60, 90^\circ$. Полус сферической системы координат сдвигался таким образом, чтобы расчетная область захватывала лишь до- и трансзвуковую область течения. Угол сферической системы координат θ изменялся от 0 до 90° , что позволило получить начальные данные для продолжения решения в сверхзвуковой области в цилиндрической системе координат (фиг. 1).

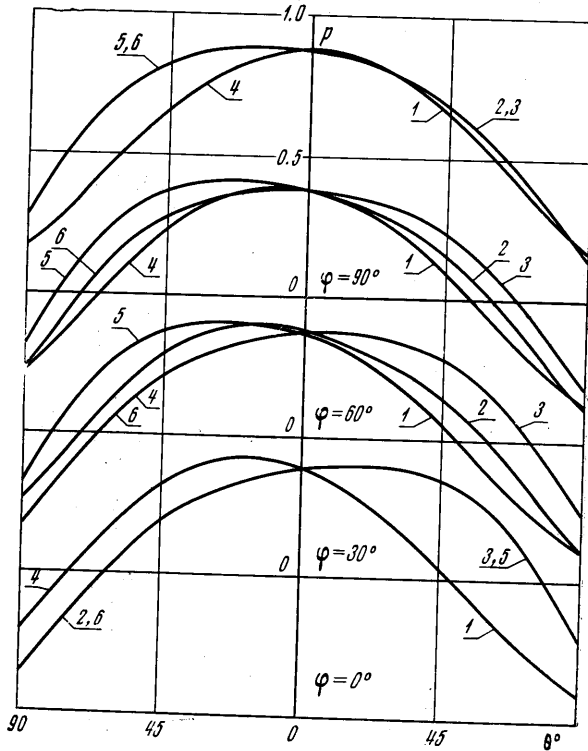


Фиг. 3

Влияние угла φ на распределение безразмерного давления (давление отнесено к удвоенному скоростному напору) по поверхности тела в различных плоскостях $\psi = \text{const}$ при $M_\infty = 3$ для эллипсоида с отношением осей $1:1:2/3$ приведено на фиг. 2. Полус системы координат при этих расчетах располагался в центре эллипсоида ($x_0 = y_0 = z_0 = 0$). Цифрами 1, 2, 3, 4, 5, 6 обозначены плоскости $\psi = 0, \pi/3, 2\pi/3, \pi, 4\pi/3, 5\pi/3$. При $\varphi = 0$ в плоскости $\psi = 0$ -180° в диапазоне изменения отношения осей от $2/3$ до 1.5 распределение давления с высокой точностью совпадает с распределением для сферы и не зависит от растекания, определяемого, как показывает фиг. 3, эллиптичностью тела.

: 1.5 (пунктир) при числе $M_\infty = 3$ в сечении $x = 0.4$.

На фиг. 3 изображены зависимости окружной скорости W/V_∞ по поверхности тела от меридионального угла ψ для эллипсоидов с отношением осей $1:1:2/3$ (сплошная линия) и $1:1:1$: Распределение давления при различных углах φ по поверхности тела для эллипсоида с отношением осей $1:1:1.5$ при числе $M_\infty = 6$ приведено на фиг. 4. В этом случае полюс сферической системы координат был смещен ($x_0 = 0.4, y_0 = z_0 = 0$).

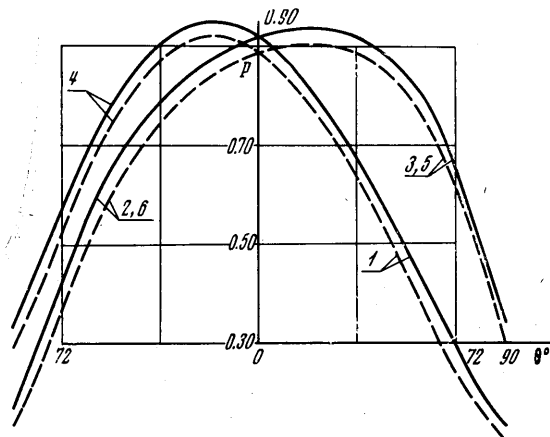


Фиг. 4

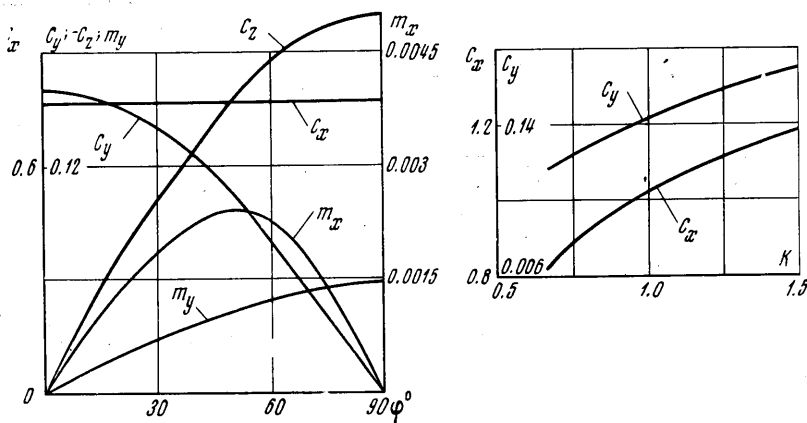
При числах $M_\infty \geq 3$ распределение давления по поверхности тела слабо зависит от числа M_∞ . Это иллюстрирует фиг. 5, где приведено распределение давления в меридиональных плоскостях при $\varphi = 0$ для чисел $M_\infty = 3$ (сплошная линия) и $M_\infty = 6$ (пунктир). При расчетах полюс системы координат был сдвинут ($x_0 = 0.4, y_0 = z_0 = 0$).

Суммарные аэродинамические характеристики, отнесенные к площади миделева сечения и длине тела в жестко связанной с телом системе координат x, y, z , приведены на фиг. 6. На левом графике приведены зависимости коэффициентов C_x, C_y, C_z, m_x, m_y передней части эллипсоида (до миделя) с отношением осей $1 : 1 : 2/3$ при числе $M_\infty = 3$ и углах $\varphi = 0 - 90^\circ$. Коэффициенты моментов m_x и m_y определены относительно центра эллипсоида, $m_z = 0$, так как относительно оси z рассматриваемое тело является осесимметричным. Правый график иллюстрирует зависимость коэффициентов сопротивления C_x и подъемной силы C_y от отношения осей $k = c/b$ ($a = b$) для эллиптического сегмента, ограниченного плоскостью $x = 0.4$, при числе $M_\infty = 3, \alpha = 10^\circ, \varphi = 0$. С увеличением $k = c/b$ коэффициенты возрастают и приближаются к характеристикам кругового цилиндра.

Поскольку применяемая разностная схема сохраняет энтропию на поверхности тела постоянной, то точность полученных результатов контролировалась по сохранению интеграла Бернулли. Для всех приведенных расчетов ошибка по интегралу Бернулли не превышает 1%. Кроме того, были проведены контрольные расчеты для



Фиг. 5



Фиг. 6

сферы при различных числах M_∞ и $\alpha = 0 - 10^\circ$. Расхождение в значениях газодинамических функций с известными решениями (например, [3]) возникают лишь в районе $\theta = 90^\circ$, причем только в четвертом знаке.

Поступило 19 VII 1971

ЛИТЕРАТУРА

1. Киреев В. И., Лифшиц Ю. Б., Михайлов Ю. Я. О решении прямой задачи сопла Лавала. Уч. зап. ЦАГИ, 1970, т. 1, № 1.
2. Липницкий Ю. М., Лифшиц Ю. Б. О расчете обтекания тел вращения трансзвуковым потоком. ПММ, 1970, т. 34, вып. 3.

3. Любимов А. Н., Русанов В. В. Течение газа около тупых тел. М., «Наука», 1970.
 4. Бабенко К. И., Воскресенский Г. П., Любимов А. Н., Русанов В. В. Пространственное обтекание гладких тел идеальным газом. М., «Наука», 1964.

УДК 533.722

ТЕОРИЯ ТЕРМО- И ДИФFUЗИОФЕРЕЗА МЕЛКИХ АЭРОЗОЛЬНЫХ ЧАСТИЦ ПРИ ПРОИЗВОЛЬНОМ ХАРАКТЕРЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Е. Р. ЩУКИН, Ю. И. ЯЛАМОВ

(Москва)

В данной работе рассмотрено движение малых частиц ($Kn \equiv \lambda/R$) в бинарной газовой смеси с неоднородным распределением температуры и концентрации. Получено выражение для скорости движения частицы относительно центра инерции бинарной смеси.

Сила, действующая на частицу, равна [1, 2]

$$F = - \sum_{i=1,2} \iint dS \sum_{\pm} m_i v_i v_i^{\pm}(v_i, R, \theta) dv_i \quad (1)$$

Здесь $dS = 2\pi R^2 \sin \theta d\theta$ — векторный элемент поверхности, имеющий направление по внешней нормали n , f_i^- и f_i^+ — функции распределения отраженных и падающих молекул, а интегрирование по скоростям v_i ведется для f_i^+ в пределах угла $0 \leq \psi \leq 1/2\pi$, f_i^- , $1/2\pi \leq \psi \leq \pi$, где ψ — угол, образованный вектором скорости с n .

Рассмотрение удобно провести в системе координат, покоящейся относительно центра аэрозольной частицы. В этой системе функция распределения падающих молекул в первом приближении теории Чепмена — Энскога равна [3]

$$f_i^- = n_i \left(\frac{m_i}{2\pi kT} \right)^{3/2} \exp[C_i^2] \times \\ \times \left\{ 1 - 2C_i u_i - \left[(-1)^{i+1} \frac{d_0 \rho_1 \rho_2}{\rho n_i m_i^{1/2}} + d_{(-1)^{i+1} S_{3/2}^4(C_i^2)} \right] (C_i \operatorname{grad} n_{1,0}) n - \right. \\ \left. - \left[(-1)^{i+1} \frac{a_0 \rho_1 \rho_2}{\rho n_i m_i^{1/2}} + a_{(-1)^{i+1} S_{3/2}^4(C_i^2)} \right] (C_i \operatorname{grad} \ln T) \right\} \quad (2)$$

Здесь n_i — плотность числа молекул i -го компонента, m_i — масса i -й молекулы, k — постоянная Больцмана, T — температура, c_i — скорость молекул i -го компонента в системе центра инерции смеси,

$$C_i = \left(\frac{m_i}{2kT} \right)^{1/2} c_i, \quad \rho_i = m_i n_i$$

$S_m^p(C_i^2)$ — полиномы Сонина [1], u — скорость частицы относительно центра инерции бинарной смеси

$$u_i = \left(\frac{m_i}{2kT} \right)^{1/2} u, \quad n = n_1 + n_2, \quad n_{10} = \frac{n_1}{n_0}, \quad \rho = \rho_1 + \rho_2$$

d_e, a_m — константы, зависящие от модели взаимодействия молекул.

Считая, что часть молекул отражается от поверхности частицы зеркально, а часть — диффузно с коэффициентами аккомодации q_i , функции распределения f_i^+ можно записать [4]

$$f_i^+ = (1 - q_i) f_i^{(1)'} + q_i q_i f_i^{(2)'} \quad (3)$$