

3.  $\delta < 0$  (фиг. 2, з). Положим  $\delta = -\delta_1$ , где  $\delta_1 > 0$ . Тогда, учитывая (11), получаем

$$h_2(t) = 256g^2\delta_1^2s_0^2 [8g\delta_1s_0^2 - 16gH + (8g\delta_1s_0^2 + 16gH) \operatorname{ch} (2\sqrt{g\delta_1}t)]^{-2}H$$

Поведение  $h_2(t)$  и  $h_0(t)$  качественно такое же, как и в предыдущем случае, однако  $u_1(t)$  уже является монотонно возрастающей функцией (см. фиг. 5).

Автор благодарен М. Э. Эглит за ценные замечания.

УДК 532.517.4

## ПЕРЕХОДНЫЙ РЕЖИМ ТЕЧЕНИЯ В ПЛОСКОМ СЛЕДЕ ЗА ТОНКОЙ ПЛАСТИНОЙ И ЦИЛИНДРОМ

А. Н. СЕКУНДОВ, О. В. ЯКОВЛЕВСКИЙ

(Москва)

Переход от ламинарного режима течения к турбулентному в дозвуковом плоском следе за тонкими пластинами экспериментально и теоретически исследовался в ряде работ [1-3]. В данной работе проведено экспериментальное исследование течения в следе за тонкими пластинами и цилиндром при небольших значениях числа Рейнольдса, получены распределения продольных пульсаций скорости вдоль следа при различных условиях обтекания пластин, определены критические числа Рейнольдса и характерные частоты пульсаций при переходе. Показано существенное различие характеристик перехода в следе за пластиной и цилиндром. Опытные данные обобщены на основе известных результатов линейной теории невязкой неустойчивости [4].

1. Эксперименты производились в рабочей части аэродинамической трубы с поперечным сечением  $100 \times 100$  мм<sup>2</sup>. Интенсивность турбулентности в невозмущенном потоке не превышала 0.2-0.3%. Основные измерения осуществлялись с помощью термоанемометрических датчиков с постоянной температурой нити (термоанемометр УТА-5 конструкции И. С. Егоренкова). Экспериментальная аппаратура более подробно описана в работе [5].

Исследовалось течение в следе за пластинами толщиной 1-3 мм и длиной  $l = 20, 40, 60, 120$  и  $270$  мм. Передняя кромка каждой пластины имела обтекаемую форму, а задняя кромка была заостренной. Кроме того, было исследовано течение в следе за круглым цилиндром диаметром  $d = 1.6$  мм. Переход к турбулентному режиму течения фиксировался по показаниям датчика термоанемометра, который устанавливался в такой точке следа, где интенсивность пульсаций скорости была максимальной.

Таблица 1

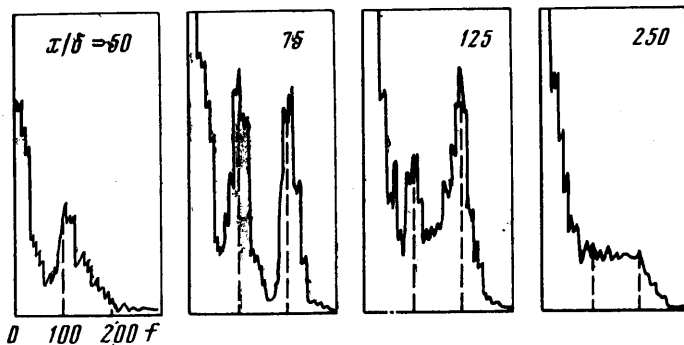
Обтекаемое тело	Характерный размер, мм	$R_1$ *	$R_2$ *	$R_1$	$R_2$
Пластина	20	2400	2700	65	70
	40	2400	4300	65	87
	60	3500	5300	79	97
	120	6000	7800	102	118
	270	10000	14000	132	157
Цилиндр	1.6	37	45	31	36

При обработке опытных данных для удобства сравнения свойств следа за пластиной и цилиндром в качестве характерного линейного размера была выбрана толщина потери импульса  $\delta$ , которая определялась по профилю продольной скорости  $u(y)$  в изобарическом участке следа

$$\delta = \int_{-\infty}^{\infty} u(U - u) dy / U^2 \quad (1.1)$$

Здесь  $U$  — скорость невозмущенного потока.

Были замечены два характерных числа Рейнольдса, первое из которых  $R_1$  соответствовало появлению неупорядоченных колебаний скорости, составившим 0.4% средней скорости, при этом сигнал по амплитуде в два раза превышал фон аппаратуры. Второе значение числа Рейнольдса  $R_2$  соответствовало появлению в следе отчетливых периодических пульсаций с амплитудой 1—2%. Результаты определения



Фиг. 1

критических чисел Рейнольдса, вычисленных по характерному размеру тела  $R^* = Ul/\nu$  (для пластины) или  $R^* = Ud/\nu$  (для цилиндра) и по характерным параметрам следа  $R = U\delta/\nu$ , представлены в табл. 1.

Несмотря на неточность и некоторую условность определения критических чисел Рейнольдса, из данных табл. 1 можно сделать следующие выводы:

1) критические числа  $R$  в следе за пластиной в 2—3 раза выше, чем в следе за цилиндром;

2) для следа за цилиндром критическое значение  $R_2^*$  хорошо совпадает с известными данными [6, 7], а значения  $R_2^*$  для следа за пластиной заметно превышают величины, приведенные в [1, 2];

3) величина  $R_2^*$  для пластины изменяется в довольно широком диапазоне, что свидетельствует о заметной чувствительности  $R_2^*$  к уровню возмущений в потоке (интенсивность турбулентности в аэродинамической трубе несколько возрастала по мере увеличения скорости) и зависимости  $R_2^*$  от относительной толщины пластин.

Для анализа устойчивости рассматриваемого течения представляет интерес поведение вдоль следа локального числа Рейнольдса  $R_m = \Delta u_m L/\nu$ . Оно вычисляется по максимальному «дефекту» скорости  $\Delta u_m = U - u_m$ , где  $u_m$  — скорость на оси следа, и по характерной ширине следа  $L$ , определяемой, например, по расстоянию между точками следа, где дефект скорости составляет половину  $\Delta u_m$ . Примем, что профиль скорости в следе автомоделен

$$u^\circ = 1 - \Delta u_m^\circ \varphi(y/L), \quad \Delta u_m^\circ = \Delta u_m / U \quad (1.2)$$

где  $\varphi$  — функция, изменяющаяся в поперечном сечении следа от 0 до 1. Тогда, используя соотношение (1.1), можно получить связь между  $R_m$  и  $R$

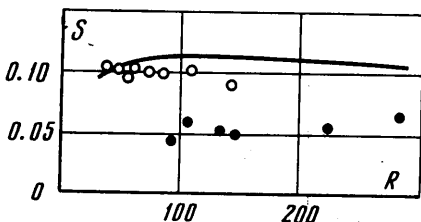
$$R_m = R(A_1 - A_2 \Delta u_m^\circ)^{-1}, \quad A_1 = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi d(y/L), \quad A_2 = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi^2 d(y/L) \quad (1.3)$$

Здесь  $A_1, A_2$  — формпараметры, величины которых в предположении автомодельности (1.2) постоянны. Оценки показывают, что при изменении  $\Delta u_m^\circ$  от 1 вблизи тела до 0 на бесконечном удалении от него величина  $R_m$  убывает примерно в 2—3 раза и принимает постоянное значение. Это указывает на то, что характеристики перехода в следе за телом должны зависеть от вида течения вблизи тела, поскольку именно в этой области локальное число Рейнольдса максимально и, следовательно, течение наименее устойчиво. С другой стороны, невозрастание числа Рейнольдса вдоль следа приводит к появлению в следе при незначительном превышении  $R > R_2$  весьма протяженной области квазитурбулентного течения с четкой периодической структурой.

Для исследования этой области в следе за пластиной были проведены измерения спектров продольных и поперечных пульсаций скорости с помощью анализатора спектра С4-12 с полосой пропускания 7 гц. На фиг. 1 даны примеры спектров про-

дольных пульсаций на оси следа за пластиной длиной  $l = 120$  мм при  $R = 155$  (масштаб по оси ординат — условный). Видно, что в рассмотренном случае протяженность участка с периодическими пульсациями составляет  $(200-250)\delta$ . В спектрах поперечных пульсаций скорости характерные частоты прослеживаются на участке протяженностью  $(500-600)\delta$ . В следе за цилиндром этот участок значительно короче, при  $R = 150$  его протяженность составляет менее  $40\delta$ .

Как видно из рассмотрения фиг. 1, в спектре пульсаций скорости имеется два характерных максимума, соответствующих основной и удвоенной частоте периодических пульсаций. Значения чисел Струхала  $S \equiv f\delta/U$ , вычисленные по основной частоте  $f$  периодических пульсаций, представлены на фиг. 2. Светлыми точками изображены данные для следа за цилиндром, а темными — для пластины.



Фиг. 2

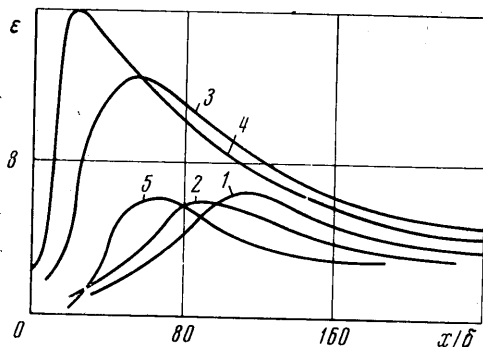
0.06. Такое соотношение значений чисел  $S$  для пульсаций в следе за цилиндром и пластиной сохраняется в довольно широком диапазоне  $90 < R < 700$ . При значениях  $R > 700$  в следе за цилиндром периодические пульсации сохраняются, хотя область их существования сокращается и локализуется вблизи цилиндра, а в следе за пластиной периодические составляющие в спектре исчезают одновременно с турбулизацией пограничных слоев на пластине.

Как уже отмечалось выше, протяженность области перехода к развитому турбулентному течению в следе за пластиной при  $R \approx 100-300$  довольно велика. На фиг. 3

представлены кривые, обобщающие экспериментальные данные о распределении вдоль оси следа за пластиной интенсивности продольных пульсаций скорости  $\epsilon = 100\overline{u'^2}/\bar{u}$ . Кривые 1 и 2 соответствуют  $R = 155$  и  $R = 272$ , при уровне турбулентности в невозмущенном потоке  $\epsilon_0 = 0.2\%$ .

Кривые 3 и 4 соответствуют повышенной турбулентности в набегающем потоке  $\epsilon_0 = 0.4$  и  $2\%$  при  $R = 250$ . Наконец, кривая 5 соответствует опытным данным работы [3] при  $R = 625$  и  $\epsilon_0 = 0.05\%$ . Все распределения  $\epsilon$  вдоль следа характеризуются наличием максимума амплитуды пульсаций в некотором сечении  $x_*$ . Сопоставление этих измерений со спектрами пульсаций показывает, что приблизительно в том же сечении  $x$  в спектрах пульсаций скорости исчезают колебания с периодической частотой и при  $x > x_*$  течение в следе характеризуется полностью развитой турбулентной структурой. В то же время участок  $x < x_*$  соответствует нарастающим почти периодическим колебаниям. Следует отметить, что по мере увеличения интенсивности турбулентности во внешнем потоке не только заметно уменьшается  $x_*$ , но и сильно возрастает максимальное значение пульсаций  $\epsilon_m$ . Так, при  $\epsilon_0 = 2\%$  (кривая 4)  $\epsilon_m \approx 15\%$ . Эта величина близка к значению интенсивности, которое реализуется непосредственно за пластиной при полностью развитом турбулентном течении в следе при  $R > 700$  [5].

2. Одним из основных результатов проведенного экспериментального исследования следует считать заметную разницу характеристик перехода при течении в следе за цилиндром и пластиной. В частности, критическое число Рейнольдса  $R$  в следе за пластиной в 2—3 раза больше, а число Струхала  $S$  в два раза меньше, чем в следе за цилиндром. Подчеркнем, что это различие наблюдается при использовании в качестве характерного линейного размера толщины потери импульса в следе  $\delta$ , величина которого характеризует геометрию следа вне зависимости от формы тела [3]. Можно предположить, что устойчивость течения в следе зависит от формы профиля скорости непосредственно за обтекаемым телом. Известно, что в следе за цилиндром



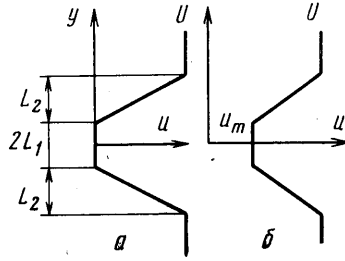
Фиг. 3

из-за наличия зоны обратных токов профиль скорости сильно отличается от профиля скорости в следе за тонкой пластиной, форма которого в начальном сечении совпадает с профилем скорости в ламинарном пограничном слое. Между тем в известных теоретических работах, посвященных устойчивости течения в следе, анализируется один и тот же профиль скорости [1, 8]

$$\varphi(y/L) = \text{ch}^{-2}(y/L) \tag{2.1}$$

где  $L$  — характерная ширина следа. Профиль (2.1) неплохо описывает опытные данные вдали от тела, но существенно отличается от истинного распределения скорости вблизи тела. Поэтому, естественно, что теоретические значения  $R_L = 4-7.5$  и  $S_L = 0.295$ , полученные в работе [8], далеки от опытных значений  $R$  и  $S$  (см. фиг. 2 и табл. 1), которые получаются из  $R_L$  и  $S_L$  пересчетом  $\delta \cong 0.7L$ .

Анализ невязкой неустойчивости течения в следе для семейства профилей скорости, указанных на фиг. 4, содержится в работе [4]. Результаты этой работы можно сопоставить с полученными опытными данными по значениям числа  $S$  для больших чисел  $R$ , когда роль вязкости менее существенна. Обозначим отношение ширины отдельных участков этого профиля через  $\gamma = L_1/L_2$ . Используя данные работы [4] и пересчитывая число Струхала на характерный размер  $\delta$ , применительно к следу за цилиндром (т. е. при  $\gamma = 0.5 \div 1$ ) получаем  $S = 0.09-0.11$ . Для следа за пластиной ( $\gamma = 0$ ) имеем расчетное значение  $S = 0.045$ . Таким образом, линейная теория невязкой неустойчивости, учитывающая особенности формы профиля скорости вблизи цилиндра и пластин, дает хорошее совпадение с опытными данными.



Фиг. 4

Используя простые следствия указанной теории, опишем процесс нарастания периодических колебаний вдоль следа за пластиной с учетом начальных возмущений конечной величины. Для этого используем апробированный на примере струйной зоны смещения экспоненциальный закон усиления малых колебаний, вытекающий из линейной теории неустойчивости [9]. Считая, что этот закон справедлив вплоть до сечения  $x_*$ , в котором амплитуда пульсаций максимальна, получаем

$$\epsilon_m = \epsilon_0 \exp\left(\frac{zx_*}{h\delta}\right) \tag{2.2}$$

Здесь  $z$  — коэффициент пространственного усиления возмущений,  $h$  — отношение полной толщины следа к  $\delta$  ( $h \cong 3$ ),  $\epsilon_0$  — начальная амплитуда пульсаций скорости.

Справедливость соотношения (2.2), как и вообще линейной теории неустойчивости, для следа за пластиной при  $x \leq x_*$  подтверждается наличием в следе участка с экспоненциальным увеличением амплитуды пульсаций (см. фиг. 3), а также тем, что форма колебаний скорости на этом участке близка к синусоидальной. По мере удаления от кромки пластины становятся существенными нелинейные эффекты, так что при  $x > x_*$  экспоненциальный закон нарастания амплитуды нарушается. Определим входящие в соотношение (2.2) величины. Для профиля скорости, представленного на фиг. 4, а практически при любых отношениях  $\gamma$  по данным работы [4] имеем  $z = 0.4$ . Однако вдоль следа форма профиля скорости изменяется в основном за счет увеличения осевой скорости  $u_m$  (см. фиг. 4, б). Переходя в систему координат, движущуюся с потоком, и используя связь параметра  $z$  с фазовой скоростью и коэффициентом временного усиления [4], получим

$$z = \Delta u_m^\circ (3.6 - 1.1 \Delta u_m^\circ)^{-1} \tag{2.3}$$

Таким образом, согласно линейной теории устойчивости, коэффициент пространственного усиления возмущений вдоль следа убывает от 0.4 до 0. Вблизи пластины при переходном режиме течения амплитуда пульсаций сравнительно мала и течение квазиламинарно. Поэтому для расчета осевого дефекта скорости можно использовать соотношение, полученное в работе [10] для ламинарного следа

$$\Delta u_m^\circ = \left(1 + \frac{4\pi x}{R\delta}\right)^{-1/2} \tag{2.4}$$

Здесь в отличие от работы [10] введено полюсное расстояние так, чтобы выполнялось условие  $\Delta u_m^\circ = 1$  при  $x = 0$ .

Это соотношение хорошо согласуется с экспериментальными данными для ламинарного [10] и переходного [5] режимов течения в следе за пластиной. Интенсивность турбулентности в развитых турбулентных струйных течениях в общем случае определяется максимальным градиентом скорости, связанным с наибольшей разницей скоростей в поперечном сечении потока. Анализ различных струйных течений, и в частности развитого течения в следе, показывает, что для них выполняется следующее приближенное соотношение:

$$\varepsilon_m \approx 0.15 \Delta u_m^{\circ} \quad (2.5)$$

Соотношения (2.2)–(2.5) позволяют в явной форме связать длину переходного участка  $x_*$  с числом  $R$  и интенсивностью пульсаций скорости в набегающем потоке  $\varepsilon_0$

$$\frac{x_*}{\delta} = - \left( 10.8 \sqrt{1 + \frac{4\pi}{R} \frac{x_*}{\delta}} - 3.3 \right) \ln \frac{\varepsilon_0}{0.15} \sqrt{1 + \frac{4\pi}{R} \frac{x_*}{\delta}} \quad (2.6)$$

Расчеты, проведенные по этой формуле, сопоставлены с опытными значениями  $x_*/\delta$  в табл. 2.

Таблица 2

$R$		155	272	250	250	625
$\varepsilon_0, \%$		0.2	0.2	0.4	2	0.05
$\frac{x_*}{\delta}$	расчет	91	66	54	18	68
	опыт	120	80	50	20	70

Удовлетворительное согласование расчетных и опытных данных, представленных в табл. 2, нарушается лишь при  $R = 155$ , когда существенны силы вязкости. Формула (2.6) справедлива в ограниченном диапазоне определяющих параметров  $150 < R < 700$ , а  $0 < \varepsilon_0 < 0.15$ . Причем верхние пределы этих диапазонов соответствуют турбулентному течению в исходных пограничных слоях на пластине, когда режим течения в следе является с самого начала полностью турбулентным и  $x_* = 0$ .

Как уже отмечалось, при  $R \geq 700$  в следе за пластиной полностью исчезают периодические пульсации скорости. В отличие от этого в спектрах пульсаций вблизи цилиндра наблюдаются периодические составляющие даже при закритических числах Рейнольдса [11].

Это различие можно объяснить с точки зрения устойчивости турбулентных течений рассматриваемых как ламинарные течения с турбулентной вязкостью, и считая что наличие периодических колебаний связано с той или иной неустойчивостью течения. Используя данные о распределении турбулентной вязкости  $\nu_t$  вдоль следа [3], можно показать, что турбулентное число Рейнольдса  $R_t = U\delta/\nu_t$  меняется от 60 вблизи тела до 30 вдали от него. Отсюда видно, что течение в турбулентном следе за пластиной устойчиво, так как  $R_t$  меньше критического числа Рейнольдса  $R_2 = 100$ . С другой стороны, в следе за цилиндром, где  $R_2 \approx 30$ ,  $R_t \geq R_2$  и, следовательно, течение неустойчиво.

Подводя итоги проведенного исследования, можно сделать два основных вывода. Во-первых, характеристики потери устойчивости и перехода в следе за цилиндром и тонкой пластиной существенно различны; устойчивость течения в следе за телом произвольной формы, по-видимому, зависит от вида профилей скорости в непосредственной близости от тела. Во-вторых, линейная теория невязкой неустойчивости позволяет правильно вычислить частоты периодических пульсаций при переходном режиме течения в следе и предсказать темп нарастания этих пульсаций вдоль следа.

## ЛИТЕРАТУРА

Поступило 16 VII 1971

- Hollingdale S. H. Stability and configuration of the wake produced by solid bodies moving through fluids. Philos. Mag. and J. Sci., Ser. 7, 1940, vol. 29, No. 194.
- Taneda S. Oscillation of the wake behind a flat plate parallel to the flow. J. Phys. Soc. Japan, 1958, vol. 13, No. 4.
- Sato H., Kuriky K. The mechanism of transition in the wake of a thin flat plate placed parallel to a uniform flow. J. Fluid Mech., 1961, vol. 11, pt 3.
- Michalke A., Schade H. Zur Stabilitat von freien Grenzschichten Ingr-Arch., 1963, Bd. 33, H. 1.
- Секундов А. Н., Яковлевский О. В. Экспериментальное исследование течения в следе за тонкими пластинами. Изв. АН СССР, МЖГ, 1970, № 6.

6. Kovasznay L. S. G. Hot-wire investigation of the wake behind cylinders at low Reynolds numbers. Proc. Roy. Soc., Ser. A, 1949, vol. 198, No. 1953.
7. Tritton D. I. Experiments on the flow part of a circular cylinder at low Reynolds numbers. J. Fluid Mech., 1959, vol. 6, pt 4.
8. Супруненко И. П. Устойчивость струйных течений. Изв. АН СССР, МЖГ, 1965, № 4.
9. Секундов А. Н., Яковлевский О. В. Некоторые вопросы перехода канального течения в струйное. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 3.
10. Schlichting H. Grenzschicht—theorie. Karlsruhe, Braun, 1951. (Рус. перев.: Теория пограничного слоя. М., Изд-во иностр. лит., 1963.)
11. Блюмина Л. Х., Федяевский К. К. О периодическом срыве вихрей с поверхности цилиндра и силах, вызванных этими вихрями, на закруженном режиме обтекания. Изв. АН СССР, МЖГ, 1968, № 3.

УДК 532.525.3

### ПУЛЬСИРУЮЩИЙ ЖИДКОСТНЫЙ ЭЖЕКТОР

О. Э. ЦЫПКИНА

(Москва)

Рассматривается задача о перекачке жидкости при помощи нагнетания в канал высоконапорного потока жидкости переменного давления.

По физическому содержанию задача близка к исследованиям гидротаранов, гидроимпульсных насосов и т. п. [1-3]. Существенное отличие состоит здесь в рассмотрении режимов нелинейных вынужденных колебаний, в то время как при анализе работы гидротаранов и др. рассматриваются автоколебательные режимы.

Потери на перемешивание, пропорциональные квадратам скоростей, во внимание не принимаются.

В канале длины  $l$  движется вверх без трения тяжелая упругая жидкость (фиг. 1). В некотором промежуточном сечении канала помещен нагнетательный клапан, через который подается пульсирующий высоконапорный поток. На входе в канал имеется всасывающий клапан. И в устьевом и во входном сечениях внешнее давление принимается равным нулю. Клапаны считаются безынерционными и лишенными сопротивления.

Уравнения движения жидкости в канале записываются в виде

$$\frac{\partial^2 w_{1,2}}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 w_{1,2}}{\partial x^2} - g$$

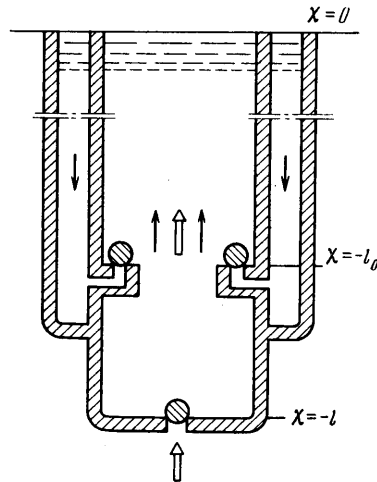
Здесь  $w_1$  — перемещение жидкости в области между нагнетательным клапаном и устьем канала,  $w_2$  — в области между нагнетательным и всасывающим клапанами. Остальные обозначения очевидны.

На выходе из канала ( $x = 0$ ) имеем условие для давления  $p_1 = 0$  или  $\rho a^2 \partial w_1 / \partial x = 0$ .

На входе в канал ( $x = -l$ ) при открытом всасывающем клапане давление равно нулю ( $p_2 = 0$ ). При закрытом клапане равна нулю скорость жидкости ( $\partial w_2 / \partial t = 0$ ).

В сечении нагнетательного клапана ( $x = -l_1$ ) имеем следующие условия. Когда клапан открыт, давление равно заданному ( $p_1 = f(t)$ ). Когда клапан закрыт, скорость в сечении клапана непрерывна ( $\partial w_1 / \partial t = \partial w_2 / \partial t$ ).

Очевидно, и при открытом и при закрытом нагнетательном клапане давление жидкости в его сечении не терпит разрыва  $p_1 = p_2$ . Функцию  $f(t)$  (давление высоко-



Фиг. 1