

УДК 518.5:533.6.011.35

К АНАЛИЗУ ТРАНСЗВУКОВОГО ТЕЧЕНИЯ В ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ СОПЛАХ

М. Я. ИВАНОВ, О. А. РЫЛЬКО

(Москва)

К настоящему времени опубликован ряд работ [1-7], в которых решение прямой задачи о смешанном течении невязкого, нетеплопроводного газа в плоских и осесимметричных соплах получено с использованием процесса установления. Наряду с расчетом сопла Лавала в работах [1, 4] рассматривалось также течение в соплах других типов (кольцевом, тарельчатом, с центральным телом). В то же время аналогичные работы, посвященные исследованию трансзвуковых течений в пространственных соплах, отсутствуют. В данной работе рассматривается течение в сужающихся — расширяющихся соплах с эллиптическим поперечным сечением. Решение получается численно при помощи обобщенного на пространственный случай метода, который ранее был применен в работах [1, 5, 8, 9] для анализа стационарных и нестационарных течений в соплах и каналах. В основу метода положена предложенная С. К. Годуновым [10, 11] разностная схема «сквозного» счета разрывных решений уравнений газодинамики, позволяющая проводить расчет области течения без выделения ударных волн и других особенностей потока. В работе анализируется влияние эллиптичности формы сопла на картину течения.

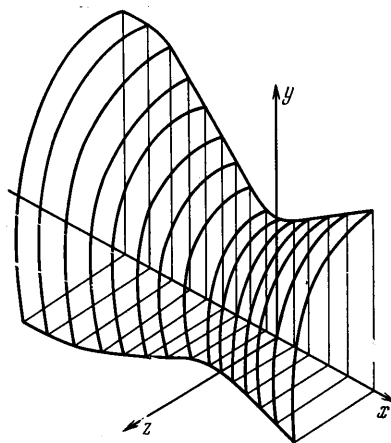
1. Рассмотрим задачу о течении невязкого и нетеплопроводного газа в пространственном сопле, имеющем две плоскости симметрии. В силу этого расчет течения достаточно проводить в четвертой части области течения, пример которой изображен на фиг. 1. Прямоугольную декартову систему координат xuz расположим так, чтобы плоскости $z = 0$ и $y = 0$ совпали с плоскостями симметрии, а плоскость $x = 0$ — с критическим сечением сопла. Ограничимся такими соплами, у которых пересечение поверхности с произвольной плоскостью $x = \text{const}$ дает эллипс с фиксированным отношением осей k , причем большую ось эллипса совместим с осью y . Тогда геометрия сопла определится заданием указанного отношения и функции $z = z_+(x)$, являющейся образующей стенки сопла в плоскости xz . При $k = 1$ имеем обычное осесимметричное сопло Лавала.

Граничные условия во входном сечении сопла состояли из задания (постоянных по сечению) значений полной энтальпии и энтропии и равенства нулю производной du/dx , где u — проекция вектора скорости на ось x . Предполагается также отсутствие проекций вектора скорости на оси y и z . Приведенные условия аналогичны условиям, использованным ранее в [1]. На стенках сопла выполнялось условие непротекания, а поток в выходном сечении предполагался сверхзвуковым.

Система уравнений газовой динамики, записанная в виде интегральных законов сохранения, интегрируется при помощи пространственного аналога разностной схемы работы [10]. Для этого область течения разбивается на элементарные ячейки. Так, в направлении оси x разбиение проводится плоскостями, параллельными координатной плоскости uz . Линии пересечения этих плоскостей со стенкой сопла показаны на фиг. 1. Разбиение в поперечном направлении делается в полярных координатах — по радиусу и по углу. Во всех рассчитанных в работе примерах количество разбиений по оси x , радиусу и углу составляло 50, 8 и 8 слоев соответственно (всего 3200 элементарных пространственных ячеек).

Начальное распределение параметров в сопле бралось из результатов расчета в одномерном приближении. Стационарная трехмерная картина течения вырабатывается в процессе установления и считается соответствующей моменту, начиная с которого параметры потока в пределах заданной точности перестают зависеть от времени.

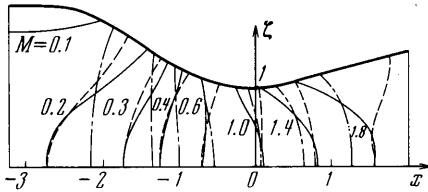
2. Результаты расчета пространственного трансзвукового течения совершенного газа с показателем адиабаты $\kappa = 1.4$ в эллиптических соплах представлены на фиг. 2-4.



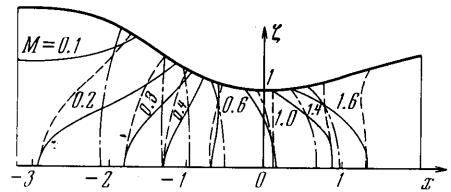
Фиг. 1

Отметим, что отношение площади поперечного сечения при любом x к площади горла не зависит от k и одинаково для всех эллиптических сопел такого типа с одной и той же функцией $z_+(x)$. Поэтому результаты, получающиеся в одномерном приближении, не зависят от k .

Во всех рассчитанных случаях функция $z_+(x)$ выбиралась следующим образом. На входе в сопло $z_+(x) \equiv 2$. Затем следует участок, образованный дугой окружно-



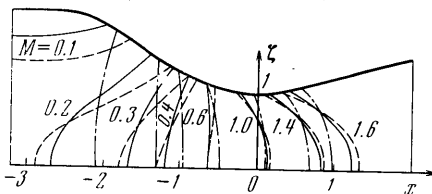
Фиг. 2



Фиг. 3

сти радиуса $r = 2$, и сужающаяся часть с углом наклона 30° . В окрестности критического сечения образующая сопла дается окружностью радиуса $r = 2$ с центром на оси z . Контур заканчивается расширяющимся прямолинейным участком с углом наклона 15° . Здесь и далее характерный размер выбран так, что $z_+(0) = 1$.

На фиг. 2 для сопла, у которого $k = 2$, приведены линии постоянства числа Маха $M = \text{const}$ (цифры над кривыми), построенные в двух плоскостях симметрии xu и xz . При этом плоскости xu соответствуют сплошные линии и под ζ понимается отношение $y/y_+(0)$, а плоскости xz — штриховые линии и отношение $\zeta = z/z_+(0) \equiv z$. Видна значительная трехмерность потока в трансзвуковой и сверхзвуковой областях течения. В дозвуковой части сопла вблизи плоскости симметрии xu , где сопло имеет более круглую форму, наблюдается большая зона обратных градиентов в начале сужения (линия $M = 0.1$ на фиг. 2), чем вблизи плоскости xz . Для сравнения штрих-пунктирными линиями



Фиг. 4

нанесены результаты расчета течения в осесимметричном сопле.

Аналогичные кривые, полученные при расчете течения в эллиптическом сопле с $k = 3$, представлены на фиг. 3.

Увеличение k приводит к росту неравномерности в распределении параметров и к увеличению зоны обратных градиентов. Сравнение результатов при различных значениях k в плоскости симметрии xu для рассмотренных сопел представлено на фиг. 4, где сплошные кривые соответствуют линиям $M = \text{const}$ для $k = 3$, а штриховые и штрих-пунктирные — для $k = 2$ и $k = 1$.

Расчет одного варианта на ЭВМ БЭСМ-6 до выхода течения на стационарный режим требует от 2 до 4 час. При этом погрешности вычислений лежат в пределах 3—5%.

Авторы благодарят А. Н. Крайко за полезные советы и постоянное внимание к работе.

Поступило 16 IX 1971

ЛИТЕРАТУРА

1. Иванов М. Я., Крайко А. Н. Численное решение прямой задачи о смешанном течении в соплах. Изв. АН СССР, МЖГ, 1969, № 5, стр. 77—83.
2. Дьяконов Ю. Н., Пчелкина Л. В. О прямой задаче для сопла Лавала. Докл. АН СССР, 1970, т. 191, № 2, стр. 301—304.
3. Киреев В. И., Лифшиц Ю. Б., Михайлов Ю. Я. О решении прямой задачи сопла Лавала. Уч. зап. ЦАГИ, 1970, т. 1, № 1, стр. 8—13.
4. Laval P. Méthode instationnaire de calcul de l'écoulement transsonique dans une tuyère. ONERA Note Techn., 1970, No. 173.
5. Иванов М. Я. Применение метода установления к анализу нерасчетных режимов течения в осесимметричных соплах. Изв. АН СССР, МЖГ, 1969, № 6, стр. 137—139.
6. Киреев В. И., Лифшиц Ю. Б. О трансзвуковом течении газа в осесимметричных соплах Лавала с крутыми стенками. Изв. АН СССР, МЖГ, 1970, № 6, стр. 55—58.

7. Васенин И. М., Рычков А. Д. Численное решение задачи о смешанном осесимметричном течении газа в некоторых криволинейных областях методом установления. Изв. АН СССР, МЖГ, 1971, № 1, стр. 155—159.
8. Иванов М. Я. К расчету течения газа в ударной трубе переменного сечения. Изв. АН СССР, МЖГ, 1970, № 3, стр. 162—166.
9. Гринь В. Т., Иванов М. Я., Крайко А. Н. Исследование динамики течения торможения идеального газа с замыкающим скачком уплотнения. Изв. АН СССР, МЖГ, 1970, № 4, стр. 23—32.
10. Годунов С. К. Разностный метод численного расчета разрывных решений уравнений гидродинамики. Матем. сб., 1959, т. 47 (89), № 3, стр. 271—306.
11. Годунов С. К., Забродин А. В., Прокопов Г. П. Разностная схема для двумерных нестационарных задач газовой динамики и расчет обтекания с отходящей ударной волной. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1961, т. 1, № 6, стр. 1020—1050.

УДК 532.5.013.2

НЕКОТОРЫЕ ТОЧНЫЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ ТЯЖЕЛОЙ ЖИДКОСТИ В ПРИБЛИЖЕНИИ МЕЛКОЙ ВОДЫ

А. В. ОСТРОУМОВ

(Москва)

В работе указан ряд частных решений уравнений движения тяжелой жидкости в приближении мелкой воды. Решения строятся в предположении, что внутренним трением можно пренебречь, и имеют вид полиномов по степеням пространственной координаты. В качестве иллюстрации применения полученных решений рассмотрена задача о разрушении хранилища жидкости, расположенного на сферическом или плоском основании.

Укажем некоторые частные решения системы уравнений, описывающей в гидравлическом приближении неустановившиеся течения жидкости в каналах, обусловленные силой тяжести. Пренебрегая гидравлическим сопротивлением, будем иметь уравнение импульсов в виде

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial s} = g \sin \psi - \frac{g}{2h} \frac{\partial}{\partial s} (h^2 \cos \psi) \quad (1)$$

Здесь s — координата вдоль канала; $h(s, t)$ — наибольшая глубина жидкости в сечении s , отсчитываемая вдоль перпендикуляра к дну; $u(s, t)$ — осредненная по сечению s скорость частиц жидкости; $\psi(s)$ характеризует уклон дна (см. фиг. 1).

Если продольный профиль дна аппроксимируется дугами окружности радиуса δ^{-1} , то в соответствии с принятым на фиг. 1 направлением отсчета $\psi = -\delta s$ и при малых ψ имеем

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial s} = -\delta g s - g \frac{\partial h}{\partial s} \quad (2)$$

Если дно имеет постоянный уклон ψ_0 , то уравнение (1) дает

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial s} = g \sin \psi_0 - g \cos \psi_0 \frac{\partial h}{\partial s} \quad (3)$$

Для течений в каналах с прямоугольным поперечным сечением и шириной $L(s) = L_1 s^\nu$ (L_1 — постоянная), для каналов с поперечным профилем $z_1 = a|x|^{2\nu} s^\sigma$ ($\nu > 0$, a — постоянная) и для осесимметричных течений уравнение неразрывности имеет общий вид

$$\frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial s} + A h \frac{\partial u}{\partial s} + B \frac{uh}{s} = 0 \quad (4)$$

причем $A = 1$, $B = \nu$ для прямоугольных каналов; $A = n / (n + 1)$, $B = -\sigma / (n + 1)$ для параболических каналов; $A = B = 1$ для осесимметричных течений соответственно. Тогда система уравнений (2), (4) допускает частные решения вида

$$u(s, t) = u_1(t)s + u_0(t), \quad h(s, t) = h_2(t)s^2 + h_1(t)s + h_0(t) \quad (5)$$