

УДК 532.522.2

## СТРУКТУРА ТУРБУЛЕНТНЫХ НЕДОРАСШИРЕННЫХ СТРУЙ, ВЫТЕКАЮЩИХ В ЗАТОПЛЕННОЕ ПРОСТРАНСТВО И СПУТНЫЙ ПОТОК

В. С. АВДУЕВСКИЙ, А. В. ИВАНОВ, И. М. КАРИМАН,  
В. Д. ТРАСКОВСКИЙ, М. Я. ЮДЕЛОВИЧ

(Москва)

Представлены результаты экспериментального исследования геометрической структуры начального участка недорасширенных струй и рассмотрены основные особенности течения в слое смещения на границе сильно недорасширенной струи при турбулентном режиме течения на всей длине начального участка струи.

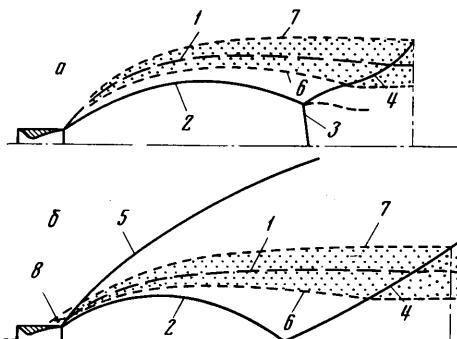
Спутный сверхзвуковой поток оказывает существенное качественное и количественное влияние на геометрию начального участка недорасширенных струй. Наиболее существенная особенность струи в спутном потоке состоит в «вырождении» центрального скачка уплотнения при числах Маха спутного потока  $M_\infty > 2$ . Поперечные и продольные размеры начального участка недорасширенной струи в спутном потоке с числами  $M_\infty > 1.5 \div 2$  уменьшаются с ростом  $M_\infty$ . Установленные особенности структуры спутных струй делают невозможной в общем случае замену спутной струи эквивалентной затопленной струей. Приведены приближенные соотношения, позволяющие учесть влияние спутного потока на основные характерные размеры начального участка струи.

Выделены характерные области течения в сжатом вязком слое недорасширенной струи. Установлена автомодельность полей газодинамических параметров. Приведены данные по положению слоя смещения в пространстве, профилям полного напора, статистического давления и безразмерной избыточной температуры торможения в сильно недорасширенных струях.

Экспериментальные исследования полей газодинамических параметров проведены в диапазоне чисел Маха сопла  $M_a = 1 \div 4$ , чисел Маха внешнего потока  $M_\infty = 0 \div 10$ , степеней нерасчетности струи  $n = p_a/p_\infty = 1 \div 10^4$  и чисел Рейнольдса  $R_a = 10^5 \div 10^7$ . Отношение температур торможения струи и внешнего потока  $T_1 = T_{0a}/T_{0\infty}$  изменялось в диапазоне  $0.5 \div 2$ . При этом число  $R$ , определенное по параметрам набегающего потока и характерному размеру струи, было больше  $10^6$ .

Турбулентный режим течения фиксировался по теневым фотографиям, полученным методом конденсированной искры. Исследовались модели с цилиндрической кормовой частью и отношением  $D_a/D_m = 0.2 \div 1.0$  ( $D_m$  — диаметр миделя модели).

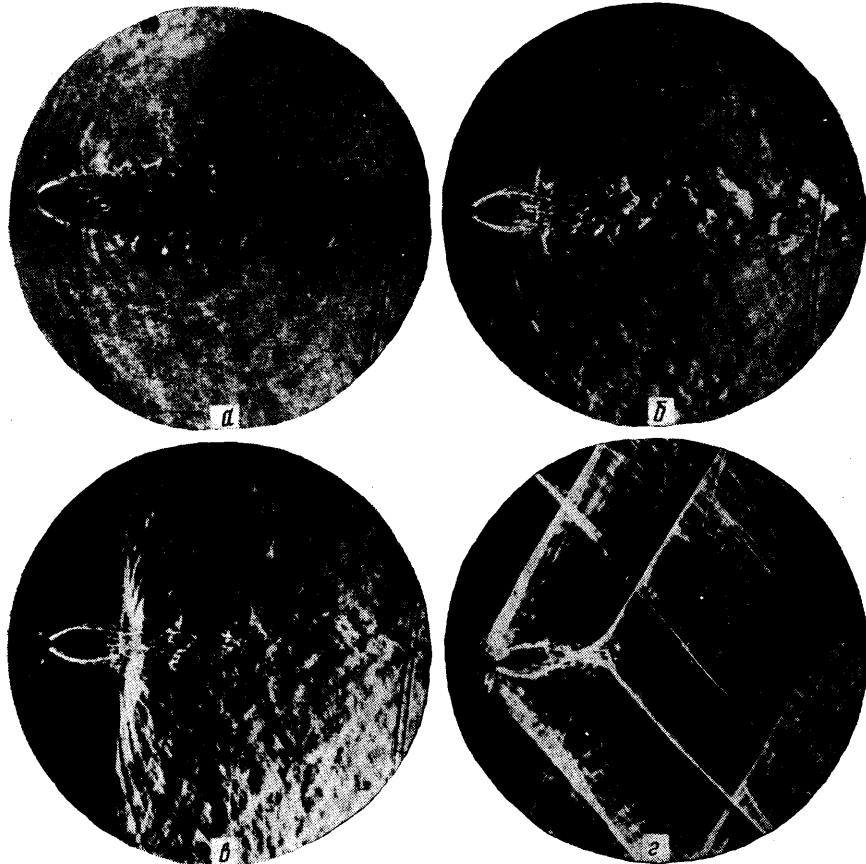
Здесь  $p_a$  — статическое давление на срезе сопла,  $p_\infty$  — статическое давление в затопленном пространстве или во внешнем потоке перед струей,  $R_a$  — число Рейнольдса, определенное по параметрам на срезе сопла и диаметру среза сопла  $D_a$ ,  $T_{0\infty}$  — температура торможения внешнего потока.



Фиг. 1

## I. Влияние спутного потока на размеры начального участка сверхзвуковой турбулентной недорасширенной струи.

1. Рассмотрим качественную картину истечения недорасширенной струи в спутный поток. На фиг. 1 показаны схемы начального участка



Фиг. 2

недорасширенной струи, вытекающей в затопленное пространство (фиг. 1, а) и спутный сверхзвуковой поток (фиг. 1, б), а на фиг. 2 приведены теневые фотографии начального участка струи, вытекающей в затопленное пространство (фиг. 2, а;  $M_a = 2, n = 22.6$ ), спутный дозвуковой (фиг. 2, б;  $M_\infty = 0.7, M_a = 2, n = 20.75$ ), трансзвуковой (фиг. 2, в;  $M_\infty = 0.93, M_a = 2, n = 20.7$ ) и сверхзвуковой (фиг. 2, г;  $M_\infty = 1.2, M_a = 2, n = 17.82$ ) потоки.

При истечении недорасширенной струи в спутный поток давление вдоль границы начального участка струи переменно. В диапазоне чисел  $0 < M_\infty < 0.7$  давление вдоль границы струи изменяется монотонно, убывает по направлению от среза сопла, и картина течения внешне аналогична картине течения для затопленной струи (фиг. 2, б). В диапазоне чисел  $M_\infty = 0.7 \div 0.95$  в окрестности максимума видимой границы струи возникает местная сверхзвуковая зона, замыкающаяся скачком уплотнения (фиг. 2, в). Увеличение числа  $M_\infty$  в указанном диапазоне или увеличение степени нерасчетности струи при постоянном значении  $M_\infty$  приводит к перемещению скачка уплотнения во внешнем потоке вниз по

течению до сечения, в котором отраженный скачок уплотнения 4 (фиг. 1) взаимодействует с границей струи.

В спутном сверхзвуковом потоке перед струей возникает скачок уплотнения 5 (фиг. 1, б). Давление вдоль границы струи существенно переменно и падение его по направлению течения (за исключением области отрыва перед струей) приводит к уменьшению кривизны границы струи и висячего скачка уплотнения.

Повышение давления в скачке уплотнения 5 может вызывать отрыв пограничного слоя на поверхности модели перед расширяющейся струей. При заданном внешнем течении величина степени нерасчетности струи, начиная с которой на боковой поверхности возникает отрыв 8 (фиг. 1), а также структура струи в окрестности среза сопла зависят от формы кормовой части модели, характеризуемой безразмерными параметрами  $D_a/D_m$ ,  $D_k/D_m$ ,  $\theta_k$  и др. (Здесь  $D_k$  — диаметр кормового среза модели,  $\theta_k$  — полуугол конуса для случая конической кормовой части модели). Не рассматривая в деталях картину течения в окрестности среза сопла, укажем только, что для моделей с острой кромкой ( $D_m = D_k = D_a$ ,  $\theta_k = 0$ ) отрыв пограничного слоя на боковой поверхности происходит при существенно меньших значениях  $n$ , чем те, которые соответствуют образованию отшедшего скачка уплотнения в приближении течения невязкого газа.

2. В затопленной сверхзвуковой струе безразмерными параметрами, определяющими течение, служат  $n$ ,  $M_a$ , отношение удельных теплоемкостей  $\gamma_a$ , отношение полных температур  $T_1$  и число Рейнольдса  $R_a$ . Геометрическим параметром течения служит угол конусности сопла  $\theta_a$  (или в общем случае параметр, определяющий профиль скорости на срезе сопла).

При истечении струи в спутный поток к числу определяющих параметров добавляются  $M_\infty$ , отношение удельных теплоемкостей внешнего потока  $\gamma_\infty$ , число Рейнольдса  $R_\infty$  внешнего потока, определенное по параметрам внешнего потока и характерному размеру модели, и параметры, характеризующие форму обтекаемого тела.

В работах [1, 2] было показано, что при турбулентном режиме течения в слое смешения на границе струи параметр  $R_a$  может быть исключен из числа определяющих. Для случая турбулентного режима (течения в пограничном слое на модели) из числа определяющих параметров в первом приближении можно исключить также число  $R_\infty$ , так как толщина  $b$  турбулентного пограничного слоя и размеры зоны отрыва перед струей слабо зависят от  $R_\infty$ . В данной работе рассматриваются результаты исследования таких моделей, для которых поток перед струей может считаться практически равномерным.

Поэтому геометрические параметры, определяющие форму модели (за исключением параметров, определяющих форму кормовой части модели), из рассмотрения также исключены. В этом случае в число определяющих параметров должно быть включено отношение  $b/D_m$ .

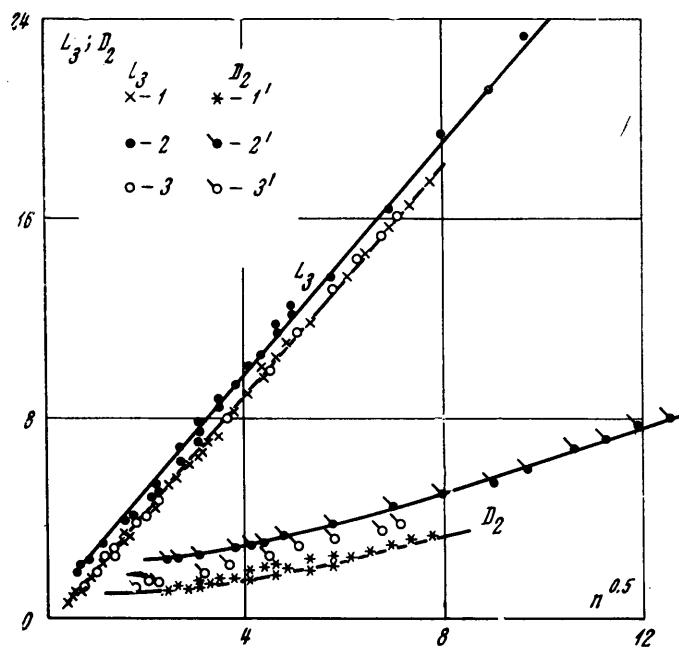
Проведенные исследования показали, что основными определяющими параметрами течения будут  $n$ ,  $M_a$  и  $M_\infty$ . Для структуры струи в окрестности среза сопла и для всей струи при относительно малых  $n$  существенна форма кормовой части модели. Рассмотрим влияние основных определяющих параметров на характерные размеры начального участка струи — расстояние  $l_3$  от среза сопла до центрального скачка уплотнения 3 (фиг. 1), диаметр  $d_3$  центрального скачка уплотнения и максимальный диаметр  $d_2$  висячего скачка уплотнения.

3. Экспериментальные исследования показали, что в исследованном диапазоне  $n$ ,  $M_a$  и  $M_\infty$  расстояние до центрального скачка уплотнения  $l_3$  с удовлетворительной точностью описывается функцией, линейной относительно  $n^{0.5}$ , причем при  $n \gg 1$  расстояние  $l_3 \sim n^{0.5}$ . Это видно на фиг. 3, где показаны результаты эксперимента по величине  $L_3 = l_3/D_a$  в зави-

симости от  $n^{0.5}$ . Представленные на фиг. 3 результаты получены для следующих значений основных определяющих параметров:

$$M_\infty = 2.9, M_a = 3, \theta_k = 0, D_k/D_m = 1$$

и трех комбинаций параметров  $D_a/D_m$  и  $\theta_a - 0.834$  и  $5^\circ, 0.325$  и  $5^\circ, 0.8$  и  $20^\circ$ , обозначенных на фиг. 3 соответственно цифрами 1, 2, 3. Видно также, что расстояние  $L_3$  зависит от отношения  $D_a/D_m$ . Влияние этого



Фиг. 3

параметра на величину  $L_3$  относительно невелико при  $n \gg 1$ , но должно учитываться при малых значениях степени нерасчетности струи. Угол конусности сопла в диапазоне изменения  $0 \div 20^\circ$  практически не влияет на величину  $L_3$ .

Максимальный диаметр висячего скачка уплотнения 2 (фиг. 1) увеличивается пропорционально  $n^{0.5}$  при значениях  $n \gg 1$ , что видно на фиг. 3, где приведены результаты эксперимента по величине  $D_2 = d_2/D_a$  в зависимости от  $n^{0.5}$  для тех же условий, что и для  $L_3$  (соответственно 1', 2', 3'). Влияние параметра  $D_a/D_m$  на величину  $D_2$  качественно такое же, как и на  $L_3$ , но количественно более существенное. Увеличение угла конусности сопла в диапазоне  $0 \div 20^\circ$  приводит к некоторому увеличению максимального диаметра висячего скачка уплотнения.

Таким образом, проведенные исследования позволяют утверждать, что для фиксированных значений  $M_a$  и  $M_\infty$  и турбулентного режима течения в слое смешения на границе струи основные характерные размеры струи при  $n \gg 1$  автомодельны по  $n^{0.5}$ , т. е.  $L_3/n^{0.5} = \text{const}$  и  $D_2/n^{0.5} = \text{const}$  и, следовательно,  $L_3/D_2 = \text{const}$ . Сопоставление результатов эксперимента с результатами расчета структуры струи в приближении невязкого газа [3] показывает, что указанная автомодельность основных характерных размеров струи по  $n^{0.5}$  наступает в эксперименте для моделей с отношением  $D/D_m$ , близким к единице при значениях  $n = 10 \div 50$ , тогда как в расчетах для невязкого газа автомодельность  $L_3$  и  $D_2$  по  $n^{0.5}$  имеет место при  $n > 10^4$ .

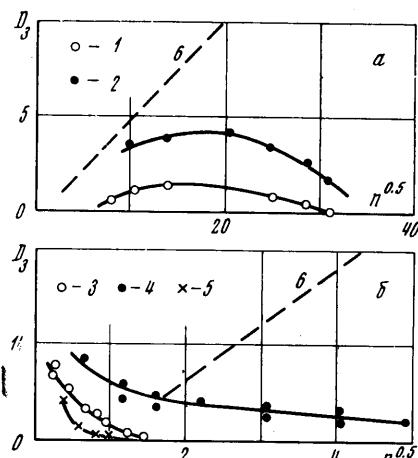
4. Проведенные исследования показали, что влияние степени нерасчетности струи на диаметр центрального скачка уплотнения  $D_3$  (фиг. 1) качественно различно в диапазонах  $M_\infty = 0 \div 2$  и  $M_\infty > 2$ . В диапазоне  $M_\infty = 0 \div 2$  характер зависимости  $D_3 = d_3 / D_a$  от степени нерасчетности струи сохраняется тем же, что и при истечении струи в затопленное пространство, т. е.  $D_3 \sim n^{0.5}$  при  $n \gg 1$ .

Основная особенность истечения струи в спутной сверхзвуковой поток при  $M_\infty > 2$  состоит в исчезновении центрального скачка уплотнения при  $n = n_* > 1$ . Значение степени нерасчетности  $n_*$ , начиная с которого можно полагать, что  $D_3 = 0$ , зависит от формы кормовой части модели и числа  $M_a$  сопла. Влияние отношения  $D_a/D_m$  на величину  $D_3$  для случая цилиндрической части модели показано на фиг. 4, а и б соответственно для  $M_a = 1$  и  $M_a = 3$ . Число  $M_\infty = 3$  в обоих случаях. Цифры 1, 2, ..., 5 на фиг. 4 относятся соответственно к следующим комбинациям параметров  $D_a/D_m$  и  $\theta_a$ : 0.12 и 0, 0.24 и 0, 0.83 и  $5^\circ$ , 0.325 и  $5^\circ$ , 0.8 и  $20^\circ$ . Цифрой 6 обозначены результаты эксперимента по величине диаметра  $D_3$  при истечении струи в затопленное пространство [1].

Для случая истечения струи из сопла с донным срезом заметных размеров в зависимости  $D_3 = f(n)$  можно в первом приближении выделить два характерных участка. До тех пор пока максимальный поперечный размер начального участка струи не превышает  $D_m$  и струя вытекает в область, затененную донным срезом, диаметр центрального скачка уплотнения изменяется качественно так же, как и при истечении струи в затопленное пространство —  $D_3$  увеличивается с увеличением  $n$  (фиг. 4, а;  $n < 400$ ). При больших  $n$  струя выходит за пределы донного среза и с этого момента  $D_3$  уменьшается с увеличением  $n$ , пока центральный скачок уплотнения не исчезнет вовсе. На фиг. 4, а видно, что для малого значения отношения  $D_a/D_m = 0.24$  и  $M_a = 1$  величина  $D_3 \rightarrow 0$  при  $n \approx 10^3$  (кривая 1).

Качественно влияние  $n$  и  $D_a/D_m$  на диаметр центрального скачка уплотнения сохраняется при увеличении  $M_a$ . Однако исчезновение центрального скачка уплотнения для тех же значений  $D_a/D_m$  с увеличением  $M_a$  происходит при меньших значениях  $n$ . Для отношений  $D_a/D_m > 0.5$ ,  $M_a > 2$  и  $\theta_a < 20^\circ$  центральный скачок уплотнения практически отсутствует при  $n > 1$  (фиг. 4, б). Наличие обратного конуса на кормовой части модели приводит при прочих равных условиях к уменьшению значения  $n$ , при котором  $D_3 = 0$ . Изменение толщины пограничного слоя на модели оказывает качественно такое же влияние на характер зависимости  $D_3 = f(n)$ , как и изменение отношения  $D_a/D_m$ .

Отметим, что под термином «исчезновение» центрального скачка уплотнения подразумевается уменьшение его до величины, не обнаруживаемой на фотографиях картины течения. Проведенный эксперимент не дает оснований для утверждения о регулярном характере отражения ви-сячего скачка уплотнения от оси струи. Более того, измеренные значе-



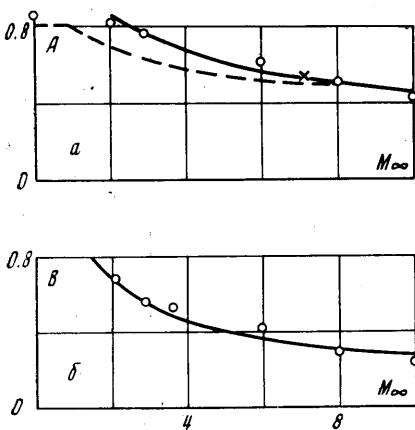
Фиг. 4

ния углов падения и отражения скачка дали значения, близкие к значениям углов для «маховского» отражения.

5. При обтекании струи спутным потоком давление вдоль границы струи переменно. Однако для дозвукового внешнего течения давление на всей длине начального участка незначительно отличается от  $p_\infty$  и спутный дозвуковой поток не оказывает существенного влияния на размеры струи. Поэтому для определения характерных размеров начального участка недорасширенной струи, вытекающей в спутный дозвуковой поток с удовлетворительной точностью применимы зависимости, полученные для затопленного пространства [4].

В спутном сверхзвуковом потоке перед струей возникает скачок уплотнения 5 (фиг. 1). Повышение давления в скачке уплотнения 5 приводит к уменьшению поперечных размеров начального участка струи, тем

больше, чем больше число  $M_\infty$  спутного потока. Отрицательный градиент давления вдоль границы струи уменьшает кривизну границы струи и висячего скачка уплотнения, приводя к относительному удлинению (вытягиванию) струи. Уменьшение поперечных размеров струи за счет поджатия внешним потоком оказывается, однако, решающим, и в спутном сверхзвуковом потоке при  $M_\infty > 2$  расстояние до центрального скачка уплотнения  $L_3$ , определяемое пересечением висячего скачка с осью струи, уменьшается с увеличением  $M_\infty$ . Полная длина начального участка струи, определяется как расстояние от среза сопла до сечения, в котором отраженный скачок уплотнения



Фиг. 5

4 пересекается с некоторой условной границей струи 1 (фиг. 1), изменяется относительно слабо с увеличением  $M_\infty$ .

Влияние числа  $M_\infty$  на характерные размеры начального участка струи  $L_3$  и  $D_3$  при  $M_a = 3$  показано, на фиг. 5. Для  $n \gg 1$  коэффициенты  $A$  и  $B$  могут рассматриваться как коэффициенты пропорциональности в зависимостях  $L_3 = A n^{0.5} M_a$  и  $D_3 = B n^{0.5} f(M_a)$  (точный смысл коэффициентов  $A$  и  $B$  ясен из зависимостей для  $L_3$  и  $D_2$ , приведенных ниже). Видно, что увеличение числа  $M_\infty$  от 0 до 10 приводит к уменьшению  $L_3$  и  $D_2$  соответственно в 2 и 4 раза (сплошные линии на фиг. 5, а и б).

Исследование влияния основных определяющих параметров ( $n$ ,  $M_a$ ,  $M_\infty$ ) на  $L_3$  проведено в работе [4]. Однако, как показано в работах [4, 5], полученные в [4] данные по влиянию на  $L_3$  степени нерасчетной струи (для сопла с  $\theta_a = 0$ ) и угла  $\theta_a$  в диапазоне  $0 \div 15^\circ$  ошибочны. Поэтому для сравнения с результатами данной работы из работы [4] может быть использована лишь единственная экспериментальная точка, полученная для сопла с  $\theta_a = 15^\circ$  при  $M_\infty = 7$ ,  $M_a = 1.9$ ,  $n = 21$ ,  $\gamma_a = 1.4$ , показанная на фиг. 5, а звездочкой. Пунктирной линией на фиг. 5, а показана зависимость для коэффициента  $A = L_3 / n^{0.5} M_a$ , предложенная в работе [4].

На фиг. 6 показано влияние числа  $M_\infty$  на диаметр центрального скачка уплотнения. По оси ординат отложено отношение  $C$  коэффициента при  $n^{0.5} - 1$  для произвольного значения  $M_\infty$  к величине его при  $M_\infty = 0$ . Видно, что при  $M_\infty > 2$  диаметр центрального скачка уплотнения не зависит от степени нерасчетности струи и, как было показано выше, стремится к нулю для всех практически важных случаев течения. Таким об-

разом, течение в спутной струе, вытекающей в поток с  $M_\infty > 2$ , везде сверхзвуковое, что в значительной степени облегчает теоретическое исследование спутных нерасчетных струй.

В связи с установленными особенностями структуры струи в спутном сверхзвуковом потоке необходимо указать на ошибочность утверждения, содержащегося в работах [6, 7], что структура сверхзвуковой струи в спутном потоке аналогична структуре затопленной струи и может быть рассчитана по соотношениям для затопленного пространства. В литературе имеются также указания, что влияние спутного потока может быть учтено введением некоторой эффективной степени нерасчетности струи. В качестве примера невозможности замены спутной струи затопленной рассмотрим результат, представленный на фиг. 7. Схема на фиг. 7, а соответствует истечению струи в спутный поток с  $M_\infty = 6$  при  $M_a = 3$  и  $n = 10^3$ , а схема на фиг. 7, б соответствует истечению струи из того же сопла в затопленное пространство ( $n = 42.8$ ), давление в котором определено как давление за присоединенным скачком уплотнения при истечении в спутный поток. Кроме существенной разницы в размерах начального участка струи видно также, что во втором случае имеется центральный скачок уплотнения заметных размеров. Ясно, что любой способ введения эффективного затопленного пространства не может учесть особенности спутных струй в сверхзвуковом потоке, состоящей в истиновании центрального скачка уплотнения.

В исследованном диапазоне  $M_a = 1 \div 4$  влияние числа Маха на срезе сопла на характерные размеры струи  $L_3$  и  $D_2$  аналогично установленному ранее для случая истечения струи в затопленное пространство [1]. Согласно проведенным исследованиям в указанном диапазоне  $M_a$  приближенно справедливо, что  $L_3 \sim M_a$  и  $D_2 \sim (1.7 M_a^{0.25} - 1)$ .

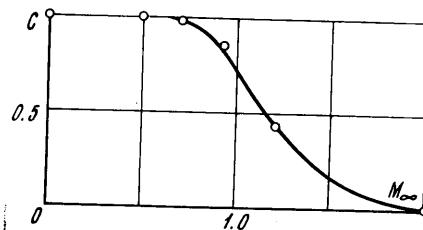
6. При постоянных числах Маха сопла и внешнего потока геометрия сильно недорасширенной турбулентной струи ( $n \gg 1$ ), начиная с некоторого расстояния от среза сопла, не зависит от степени нерасчетности струи,

если она представлена в виде  $ln^{-0.5}$  ( $l$  — произвольный размер струи). Из этого следует, что размеры струи в масштабе некоторого основного характерного размера не зависят от  $n$ . В качестве основных характерных размеров струи для продольных и поперечных размеров удобно принять соответственно  $L_3$  и  $D_2$ .

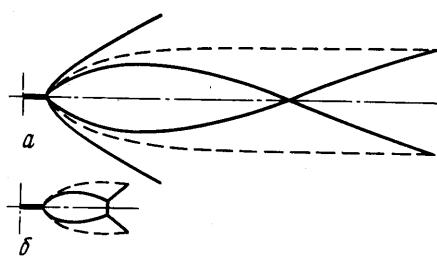
Фиг. 7

размеров начального участка недорасширенных струй — расстояния от среза сопла до центрального скачка уплотнения  $L_3$ , расстояния от среза сопла до максимального сечения висячего скачка уплотнения  $L_2$  и видимой на фотографиях границы струи  $L_1$ , расстояния от среза сопла до сечения, в котором отраженный скачок уплотнения пересекается с видимой границей струи  $L_4$ , диаметра висячего скачка уплотнения в максимальном сечении  $D_2$ , диаметра центрального скачка уплотнения  $D_3$  и видимой границы струи  $D_1$ , а также диаметра  $D_4$  видимой границы струи в сечении  $L_4$ .

Относительно соотношений для определения характерных точек условной границы струи заметим, что видимая на фотографиях граница струи соответствует области наибольших градиентов плотности и приближенно соответствует поверхности постоянного расхода.



Фиг. 6



Значения коэффициентов в приводимых ниже зависимостях получены для слабо подогретых воздушных струй (с конденсацией воздуха внутри висячего скачка уплотнения).

Предлагаемые зависимости<sup>1</sup> учитывают влияние основных определяющих параметров  $n$ ,  $M_a$  и  $M_\infty$ , а также влияние отношения  $D/D_m$ , приведенное здесь для моделей с цилиндрической кормовой частью ( $D_k/D_m = 1$ ,  $\theta_k = 0$ )

$$L_3 = A M_a n^{0.5} + A_0 \quad (n > 1.0, M_a = 1.0 - 4.0, M_\infty > 2.0)$$

$$A = \frac{1.5}{(M_\infty + 1)^{0.5}}, \quad A_0 = \frac{M_\infty^{1.5}}{M_a} \left( 1 - \frac{D_a}{D_m} \right) - 0.6$$

$$L_2/L_3 = (0.92 + 0.08M_a)(0.42 - 0.0125M_\infty^{0.25}) \quad (n > 10)$$

$$L_1/L_3 = 0.8 - 1.0 \quad (n > 10), \quad L_4/L_3 = 1.3 + 0.26M_\infty^{0.25} \quad (n > 10)$$

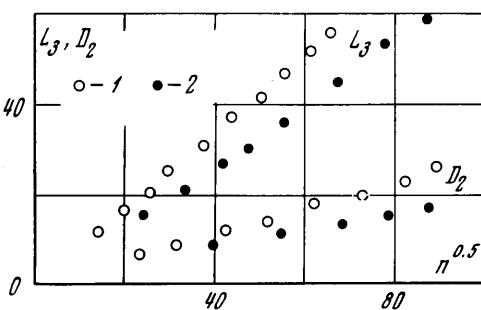
$$D_2 = B(n^{0.5} - 1)(1.7M_a^{0.25} - 1.0) + B_0, \quad n > M_\infty^2, \quad M_a = 1.0 - 4.0, \\ M_\infty > 2.0$$

$$B = \frac{0.9}{M_\infty^{0.5}}, \quad B_0 = 0.8 \frac{D_m}{D_a} - 1 \quad \left( \frac{D_m}{D_a} > 1.25 \right), \quad B_0 = 0 \quad \left( \frac{D_m}{D_a} \leq 1.25 \right)$$

$$D_1/D_2 = 1.4 + 2/n \quad (n > 5.0), \quad D_4/D_2 = 1.15 + 1.5/n \quad (n > 2.5)$$

$$D_3 = 0 \quad (M_\infty > 2.0, \quad n > 1.0, \quad D_m/D_a \leq 1.25)$$

7. Кроме рассмотренных выше основных определяющих параметров ( $n$ ,  $M_a$ ,  $M_\infty$ ) на течение в реальной газовой струе оказывает влияние целый ряд других факторов. Некоторые из них обсуждались в предыдущих работах авторов [1, 2]. Было показано, что конденсация газа и отношение удельных теплоемкостей оказывают относительно слабое влияние на размеры начального участка затопленной струи. Опыты показывают, что при истечении недорасширенных струй в спутный поток влияние конденсации и отношения удельных теплоемкостей количественно незначительно. В спутном сверхзвуковом потоке, однако, имеется особенность, обусловленная вырождением центрального скачка уплотнения. Особенность эта связана с тем, что расстояние  $L_3$  определяется точкой «пересечения» висячего скачка уплотнения с осью струи и, следовательно, зависит от формы висячего скачка уплотнения. Поэтому изменение по-перечных размеров висячего скачка уплотнения при конденсации приводит к некоторому перемещению точки пересечения висячего скачка уплотнения с осью струи и изменению



Фиг. 8

$L_3$ , тогда как в затопленном пространстве расстояние  $L_3$  практически не зависит от конденсации [8]. Аналогично, увеличение  $D_2$  при уменьшении  $\gamma_a$  приводит в спутном сверхзвуковом потоке к увеличению  $L_3$ , тогда как при истечении струи в затопленное пространство  $L_3$  уменьшается с уменьшением  $\gamma_a$  [1-5]. Указанное влияние конден-

<sup>1</sup> Следует отметить, что в работе [1] в зависимости для определения размера  $D_3$  при истечении в затопленное пространство была допущена ошибка. Вместо

$$D_3 = (n^{0.5} - 1) \cos \left[ \frac{\pi(M_a - 1.9)}{4.6} \right]$$

следует читать

$$D_3 = 0.65(n^{0.5} - 1) \cos \left[ \frac{\pi(M_a - 1.9)}{4.6} \right]$$

сации и  $\gamma_a$  на расстояние  $L_3$  в спутном сверхзвуковом потоке подтверждено экспериментами.

В работе [2] было показано, что на размеры начального участка недорасширенной струи оказывает влияние вязкое смешение газов струи и внешнего потока. Следовательно, на размеры начального участка оказывают влияние характер течения в слое смешения и толщина слоя смешения. Детальное рассмотрение влияния вязкого смешения на геометрическую структуру начального участка струи требует привлечения обширного экспериментального материала и не является целью данной статьи. Укажем только, что в общем случае вязкого течения утверждение о том, что размеры начального участка струи пропорциональны  $n^{0.5}$ , несправедливо [2]. Количественное влияние других параметров также зависит от режима течения и толщины слоя смешения.

Рассмотрим здесь еще один фактор, оказывающий влияние на размеры начального участка струи. На фиг. 8 приведено сравнение результатов экспериментов по характерным размерам  $L_3$  и  $D_2$ , выполненных на моделях двух типов. Цифрой 1 на фиг. 8 обозначены результаты эксперимента, выполненного на цилиндрической модели с коническим носком и отношением длины модели к диаметру миделя, равным  $\sim 10$ . Цифрой 2 на фиг. 8 обозначены результаты эксперимента, выполненного на модели, представляющей собой круглую цилиндрическую трубку, расположенную по нормали к направлению потока. Во втором случае размер  $D_2$  определялся в плоскости, нормальной к оси цилиндра. Для обоих экспериментов  $M_\infty = 6$ ,  $M_a = 1$ ,  $D_a/D_m = 0.25$ . Видно, что во втором случае характеристические размеры начального участка струи на  $\sim 25\%$  меньше. Такое отличие в размерах начального участка струи связано с наличием сильной ударной волны, повышение давления в которой оказывает существенное влияние на формирование структуры струи в окрестности среза сопла и на всей длине начального участка струи. Аналогичный результат был получен В. В. Волчковым при исследовании спутных струй при малых числах  $R$ , соответствующих ламинарному режиму течения в слое смешения.

## II. Автомодельные свойства турбулентных недорасширенных струй, истекающих в затопленное пространство и спутный поток.

1. В работах [1, 2] было показано, что процессы, происходящие в слое смешения на границе струи, оказывают существенное влияние на геометрию начального участка струи. Кроме того, в периферийной области сильно недорасширенной струи, в которой происходят процессы вязкого обмена импульсом, теплом и примесями с внешним потоком, находится до 90% общего расхода струи [1, 3]. Поэтому для решения ряда практических задач, связанных с наличием недорасширенных струй, необходимо детально знать структуру струи в области слоя смешения.

Течение в вязком сжатом слое сильно недорасширенной струи обладает рядом существенных особенностей, отличающих ее от изобарических струй. К числу основных относятся: продольный и поперечные градиенты давления; завихренность течения на внутренней и внешней границах слоя смешения; влияние на начальные условия смешения сильного расширения струи у кромки сопла, отрыва перед струей, формы кормовой части модели и т. д. Перечисленные особенности течения должны оказывать влияние на процессы вязкого перепоса, на профили газодинамических параметров и геометрию струи.

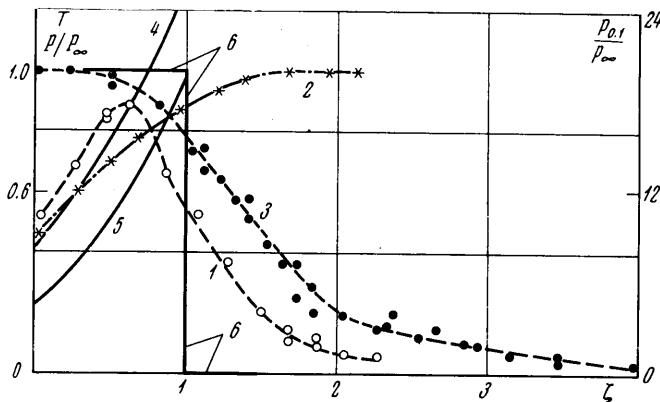
2. Схемы начального участка сильно недорасширенной струи, вытекающей в затопленное пространство и спутный сверхзвуковой поток показаны на фиг. 1, а и б. Вдоль внутренней 6 и внешней 7 границ слоя смешения значения безразмерной избыточной температуры торможения ( $T = (T_0 - T_{0\infty}) (T_{0a} - T_{0\infty})^{-1}$ ) равны 1.0 и 0.0 соответственно. Здесь  $T_0$  — температура торможения газа в точке замера.

Типичные профили полного напора  $P_{01}/P_\infty$ , замеряемого трубкой Пито, статического давления  $P/P_\infty$  и избыточной температуры торможения  $T$  в сжатом вязком слое воздушной струи, вытекающей в затопленное пространство, приведены на фиг. 9. Поперечная координата  $\xi$  отсчитывается от висячего скачка уплотнения и нормируется по рассчитанной для невязкого газа [5] толщине сжатого слоя. Представленный на фиг. 9 результат относится к следующим значениям основных определяющих параметров:

$$M_a = 3, \quad M_\infty = 0, \quad n = 7.3, \quad R_a = 7.6 \cdot 10^5, \quad T_{0a} = 500^\circ \text{K}$$

$$T_{0\infty} = 287^\circ \text{K}$$

Расстояние от среза сопла до рассматриваемого сечения  $x/D_a = 5.3$ . Между висячим скачком уплотнения 2 (фиг. 1) и внешней границей струи 7 можно выделить две характерные области течения. В первой, между висячим скачком уплотнения 2 и внутренней границей 6 слоя смешения ( $0 < \xi < 0.6$ ), наблюдается качественное соответствие экспериментальных полей газодинамических параметров с данными расчета для невязкого газа [3, 5]. Кривые 1, 2, 3 на фиг. 9 относятся к экспериментально замеренным значениям  $P_{01}/P_\infty$ ,  $P/P_\infty$  и  $T$ , а кривые 4, 5, 6 —



Фиг. 9

соответственно к рассчитанным. Из-за различий в геометрической структуре струи [1, 2] количественное совпадение полей газодинамических параметров в эксперименте и расчете для невязкого совершенного газа в общем случае отсутствует. Размеры области «невязкого» течения невелики и составляют при истечении струи в затопленное пространство  $15 \div 20\%$  полной ширины сжатого слоя между внешней границей струи 7 и висячим скачком уплотнения 2.

Во второй области течения между внутренней и внешней границами слоя смешения происходит плавный переход от параметров в сжатом слое струи на внутренней границе к параметрам в окружающем пространстве или спутном потоке. В окрестности внутренней границы слоя смешения, определенной по профилям избыточной температуры торможения, функция  $p_{01}/p_\infty = f(\xi)$  имеет максимум, величина которого лишь в  $1.7 \div 2$  раза превышает величину полного напора непосредственно за висячим скачком уплотнения.

Следует отметить, что в сжатом слое затопленной и спутной струи величина полного напора, рассчитанная для невязкого газа, монотонно возрастает по направлению от висячего скачка уплотнения ( $\xi = 0$ ) к границе струи ( $\xi = 1.0$ ), представляющей собой в данном случае поверхность тангенциального разрыва. Для истечения струи в затопленное пространство величина полного напора на границе струи невязкого газа увеличивается с увеличением  $n$  и  $M_a$  и определяется соотношением

$$\frac{p_{01}}{p_\infty} = \left( \frac{\gamma_a + 1}{2} M_1^2 \right)^{\gamma_a / (\gamma_a - 1)} \left( \frac{2\gamma_a}{\gamma_a + 1} M_1^2 - \frac{\gamma_a - 1}{\gamma_a + 1} \right)^{1 / (1 - \gamma_a)} \quad (2.1)$$

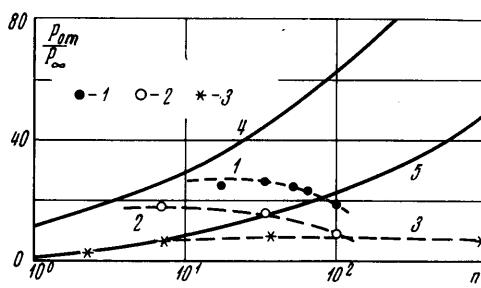
$$M_1^2 = \frac{2}{\gamma_a - 1} \left[ \left( 1 + \frac{\gamma_a - 1}{2} M_a^2 \right) n^{(\gamma_a - 1)/\gamma_a} - 1 \right]$$

В действительном вязком течении за счет поперечного переноса импульса профиль  $p_{01}$  существенно деформируется и максимальное значение  $p_{01}$  в вязком сжатом слое меньше, чем на границе струи невязкого газа.

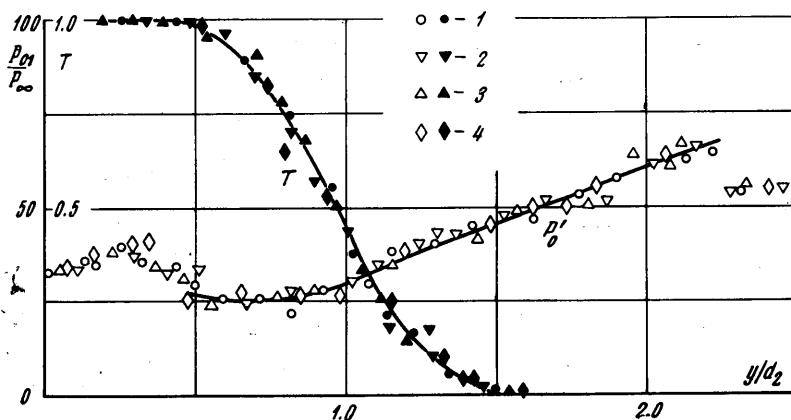
Как следует из представленного на фиг. 10 сравнения результатов расчета по уравнению (2.1) с результатами эксперимента по величине максимума полного напора  $p_{0m}$  в вязком сжатом слое струи, истекающей в затопленное пространство, отличие тем больше, чем больше степень нерасчетности струи. Кривые 1 и 2 на фиг. 10 соответствуют замеренным значениям  $p_{0m}$  при  $M_a = 3$  и  $x/l_3 = 0.4$  и 0.8 соответственно. Кривая 3 соответствует значениям  $p_{0m}$  при  $M_a = 1$  и  $x/l_3 = 0.55$ , кривые 4 и 5 — рассчитанным значениям  $p_{0m}$  при  $M_a = 3$  и 1. Отметим также, что в эксперименте значение  $p_{0m}$  уменьшается с увеличением расстояния от среза сопла, что связано с диссипацией энергии в вязком слое смешения. В расчетах для невязкого газа полный напор вдоль границы затопленной струи постоянен. Характер влияния числа  $M_a$  на величину полного напора  $p_{0m}$  в эксперименте и расчете качественно одинаков — значение  $p_{0m}$  растет с ростом  $M_a$ .

Сопоставление полей газодинамических параметров с фотографиями картины течения, полученными различными теневыми методами, показывает, что видимая на фотографиях граница струи находится в области максимального градиента профиля плотности. Если под границей вязкой струи понимать линию, вдоль которой  $T = 0$ , то она расположена значительно дальше от оси струи, и толщина сжатого вязкого слоя (от висячего скачка уплотнения 2 до внешней границы слоя смешения 7) в 4.5–5.5 раз больше толщины сжатого слоя, рассчитанной для невязкого газа.

3. Из аналогии течения в области свободного расширения (внутри висячего скачка уплотнения) течению от пространственного источника и пропорциональности при  $n \geq 1.0$  размеров висячего скачка уплотнения  $n^{0.5}$



Фиг. 10



Фиг. 11

[<sup>1-3</sup>] следует, что на сходственных расстояниях от среза сопла  $x/D_a n^{0.5} = \text{const}$  (или  $x/l_3 = \text{const}$ ) статическое давление  $p$  и полный напор  $p_{01}$  в области свободного расширения и непосредственно за висячим скачком

уплотнения при прочих равных параметрах не зависят от степени нерасчетности струи, если  $p_{01}$  и  $p$  нормируются по характерному давлению в окружающем пространстве или спутном потоке (например,  $p_\infty$ ). На границе струи невязкого газа полный напор увеличивается с увеличением  $n$  в соответствии с зависимостью (2.1).

Проведенные экспериментальные исследования показали, что автомодельность полей полного напора в сходственных сечениях струи наблюдается во всей области течения, если поперечную координату принять в виде  $y/D_a n^{0.5}$  (или  $y/d_2$ , где  $d_2$  — диаметр висячего скачка уплотнения в максимальном сечении). Использование координат  $x/l_3$  и  $y/d_2$  более предпочтительно с точки зрения расширения области автомодельности полей газодинамических параметров в сторону малых  $n$ . Пример влияния  $n$  на профиль полного напора  $p_{01}/p_\infty$  показан на фиг. 11 (светлые точки). Представленные данные относятся к  $M_a = 3$ ,  $M_\infty = 6$ . Точки 1—4 соответствуют значениям  $n$ , равным 22, 70, 142 и 244.

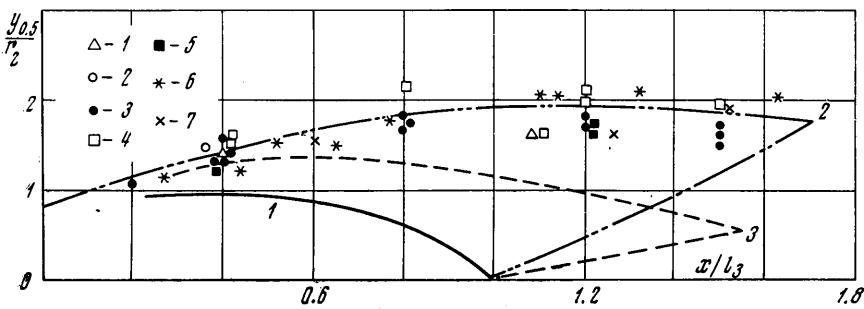
Таблица 1

	$M_\infty$	$M_a$	$n$	$D_a/D_m$
1	6	1	2605	2.5/12
2	—	3	192	4/12
3	—	3	22—244	8/12
4	—	4	6.5—60	7.8/12
5	—	3.04	26—47	12/12
6	3.7	4	8—17	5/6
7	—	3.07	15—23	3.5/6

Как видно, автомодельность полей полного напора наблюдается при  $n > 20$ . При меньших значениях  $n$  автомодельность полей  $p_{01}$  не наблюдается. Значение степени нерасчетности струи  $n_*$ , начиная с которого достигается автомодельность полей  $p_{01}$ , зависит от  $M_a$ ,  $M_\infty$ , геометрии корневой части модели и безразмерного

расстояния от среза сопла  $x/l_3$ . В тех же координатах при  $n \geq 1.0$  наблюдается автомодельность по  $n$  полей избыточной температуры торможения  $T$  (фиг. 11, темные точки).

4. При расчете структуры недорасширенной струи невязкого совершенного газа положение висячего скачка уплотнения и границы струи (поверхности тангенциального разрыва) определяется балансом сил давления

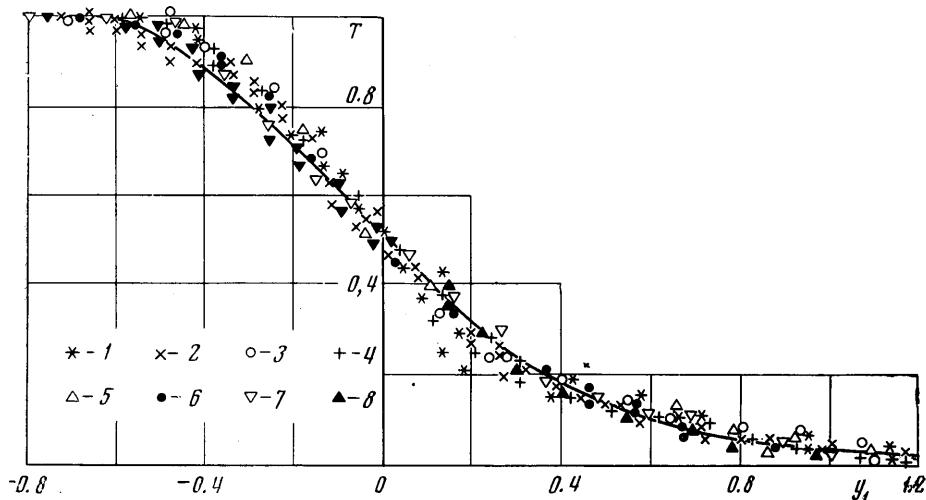


Фиг. 12

и центробежных сил. Действие вязкости приводит к смещению равновесия в уравнении баланса сил и, как следствие, обуславливает отличие в положении висячего скачка уплотнения и границы вязкой и невязкой струй. Влияние сил вязкости на положение висячего скачка уплотнения рассматривалось в работах [1, 2]. Представляет интерес сопоставление положения слоя смещения с положением границы струи невязкого газа в координатах  $y/r_2$ ,  $x/l_3$ , так как такое сопоставление может дать ответ на вопрос о возможности использования расчетов невязких струй в качестве первого приближения для расчета турбулентных струй вязкого газа.

Положение слоя смешения будем характеризовать изотермой профиля избыточной температуры торможения со значением  $T = 0.5$ . Результаты эксперимента для случая истечения недорасширенных струй в спутный сверхзвуковой поток приведены на фиг. 12.

Пояснения к фиг. 12 содержатся в табл. 1. Сплошной линией 1 на фиг. 12 обозначен висячий скачок уплотнения, экспериментальное и расчетное положение которого в выбранных координатах при  $x/l_3 > 0.2 - 0.3$  согласуется с удовлетворительной точностью; 2 и 3 — граница струи невязкого газа для  $M_a = 3$  и степеней нерасчетности струи  $10^4$  и  $10^3$  соответственно.



Фиг. 13

Из приведенных данных следует, что во всем исследованном диапазоне изменения основных определяющих параметров положение изотермы  $T = 0.5$  изменяется незначительно. Можно отметить лишь слабое систематическое влияние степени нерасчетности струи при  $n < n_*$ , когда увеличение  $n$  приводит к некоторому смещению слоя смешения к оси струи. Дальнейшее увеличение степени нерасчетности струи при  $n > n_*$  не влияет на положение слоя смешения. В расчете для невязкого газа положение границы струи существенно зависит от степени нерасчетности (фиг. 12) и с увеличением  $n$  граница струи при  $x/l_3 > 1$  отклоняется от оси струи. Таким образом, границы струи невязкого газа в общем случае не может быть использована в качестве разделяющей поверхности для расчета смешения струи с внешним потоком.

5. Профили безразмерной избыточной температуры торможения  $T = f(y_1)$  для затопленной и спутной сильно недорасширенных струй приведены на фиг. 13 и фиг. 14. Безразмерная координата  $y_1$  определяется следующим образом:

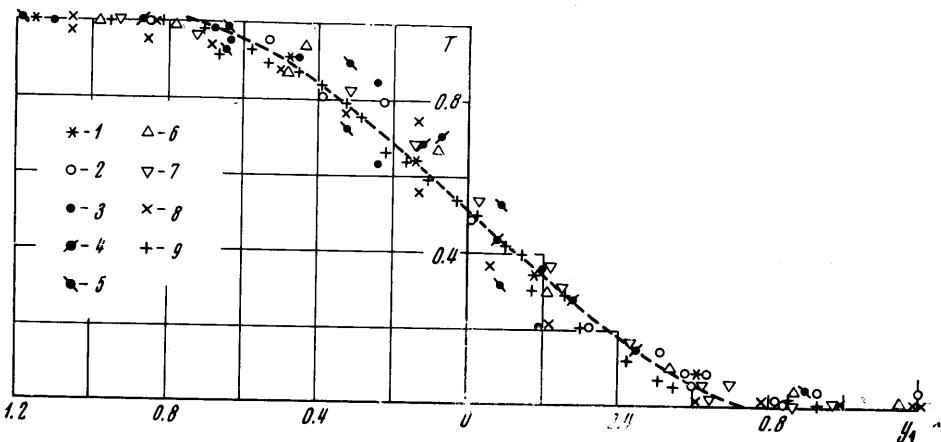
$$y_1 = (y - y_{0.5}) (y_{0.1} - y_{0.9})^{-1}$$

где  $y - y_{0.5}$  — поперечное расстояние от точки измерения до точки, в которой избыточная температура торможения имеет значение  $T = 0.5$ ,  $y_{0.1} - y_{0.9}$  — расстояние между точками, в которых  $T$  равны соответственно 0.1, 0.9.

Пояснения к данным фиг. 13, 14 содержатся в табл. 2 и 3 (данные в табл. 2 соответствуют значениям  $M_\infty = 0$ ,  $M_a = 3$ ,  $\theta_a = 0$ ).

Приведенные экспериментальные данные показывают, что профили избыточной температуры торможения имеют одинаковый вид в различных сечениях начального участка струи.

В случае истечения струи в затопленное пространство (фиг. 13) профиль  $T$  при  $n > 5 \div 10$  асимметричен относительно точки со значением  $T = 0.5$  и сильно вытянут в сторону окружающего пространства. Последнее связано, по-видимому, с наличием заметных поперечных составляющих



Фиг. 14

скорости на начальном участке затопленной струи. Экспериментальные данные для затопленного пространства при  $n > 5 \div 10$  удовлетворительно описываются зависимостью  $T = [1 - (y/b)^{1.5}]^4$ . Здесь  $b$  — ширина профиля  $T$ , определяемого по координатам со значениями  $T = 0$  и  $1$ , а  $y$  — поперечная координата, отсчитываемая от внутренней границы слоя смешения.

Таблица 2

	$n$	$x/l_3$
1	7.4	0.77
2	7.4	1.3
3	17.4	0.4
4	17.4	0.77
5	34	0.2
6	34	0.4
7	51	0.2
8	51	0.4

Таблица 3

	$M_a$	$D_a/D_m$	$n$	$x/l_3$
1	3	0.34	192	0.38
2	3	0.67	244	0.2
3	3	0.67	22	0.4
4	3	0.67	22	1.5
5	4	0.65	26.6	0.4
6	4	0.65	46.1	0.4
7	4	0.65	59.1	1.2
8	1	0.22	2610	0.4
9	1	0.22	2610	1.1

Примечание.  $M_\infty = 6$ .

Для струй вытекающих в спутный сверхзвуковой поток, в исследованном диапазоне чисел  $M_\infty = 2 \div 6$  профиль  $T$  практически симметричен относительно точки со значением  $T = 0.5$  и удовлетворительно описывается зависимостью  $T = [1 - (y/b)^{1.5}]^{1.6}$ .

Аналогичный вид имеют профили  $T$  на основном участке изобарической спутной струи. Форма кормовой части модели в исследованном диапазоне параметров ее не влияет на вид профиля безразмерной избыточной температуры торможения.

Анализ полученных экспериментальных данных показал, что толщина слоя смешения на начальном участке турбулентной недорасширенной струи увеличивается пропорционально расстоянию от среза сопла. Влияние степени нерасчетности  $n$  на толщину слоя смешения при  $n > 2 \div 3$  отсутствует.

Поступило 18 X 1971

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Авдуевский В. С., Иванов А. В., Карпман И. М., Трасковский В. Д., Юделович М. Я. Течение в сверхзвуковой вязкой недорасширенной струе. Изв. АН СССР, МЖГ, 1970, № 3.
2. Авдуевский В. С., Иванов А. В., Карпман И. М., Трасковский В. Д., Юделович М. Я. Влияние вязкости на течение в начальном участке сильно недорасширенной струи. Докл. АН СССР, 1971, т. 197, № 1.
3. Аверенкова Г. И., Ашратов Э. А., Волконская Т. Г., Дьяконов Ю. Н., Егорова Н. И., Мельников Д. А., Росляков Г. С., Усков В. И. Сверхзвуковые струи идеального газа, ч. 1. Истечение струи в вакуум. Истечение струи в спутный сверхзвуковой поток. Тр. ВЦ МГУ, Изд. МГУ, 1970.
4. D'Attorre L., Harshbarger F. S. Parameters affecting the normal shock location in underexpanded gas jets. AIAA Journal, 1965, vol. 3, No. 3.
5. Аверенкова Г. И., Ашратов Э. А., Волконская Т. Г. Исследование параметров осесимметричных недорасширенных струй идеального газа. Сб. «Вычислительные методы и программирование» (Численные методы механики сплошных сред.), Сб. работ ВЦ МГУ, 1970, вып. 15.
6. Adamson Tomas C., Ir. The structure of the rocket exhaust plume without reaction at various altitudes. Supersonic flow chemical processes and radiative transfer, Oxford, London, New York, Paris, Pergamon Press, 1964.
7. Bowyer S., D'Attorre L., Yoshihara H. Transonic aspects of hypervelocity rocket plumes. Supersonic flow chemical processes and radiative transfer, Oxford, London, New York, Paris, Pergamon Press, 1964.
8. Crist S., Sherman R. M., Glass D. R. Study of the highly underexpanded sonic jet. AIAA Journal, 1966, vol. 4, No. 1. (Рус. перев.: Ракетная техника и космонавтика, 1966, № 1.)