УДК 533.6.013.2.011.5:629.7.025.73

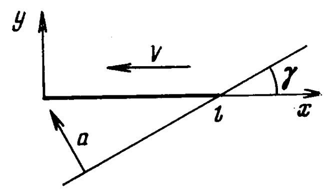
К ОБТЕКАНИЮ ДВИЖУЩЕЙСЯ ПЛАСТИНКИ ПЕРЕМЕЩАЮЩЕЙСЯ УДАРНОЙ ВОЛНОЙ

А. И. ГОЛУБИНСКИЙ, В. А. КАЗАКОВ

(*Москва*)

Теоретически рассмотрено падение слабой ударной волны на пластину, движущуюся со сверхзвуковой скоростью. Ударная волна догоняет пластинку. Рассмотрены случаи с постоянными параметрами потока за фронтом ударной волны и с неравномерным потоком. Получены формулы для подъемной силы пластинки в зависимости от времени.

В работе [1] исследована плоская задача о нестационарном обтекании пластинки, движущейся со сверхзвуковой скоростью, на которую спереди падает перемещающаяся слабая ударная волна с неравномерным возмущенным потоком за фронтом ударной волны. В этой работе рассматривается случай, когда ударная волна перемещается в направлении движения пластинки и догоняет ее. Задача решается в линеаризированной постановке.



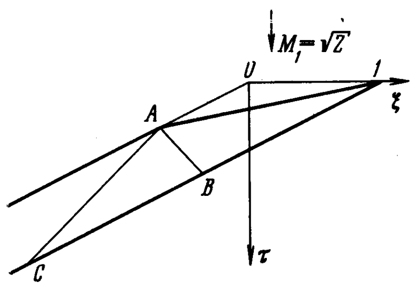
Фиг. 1

1. Пусть пластинка движется со скоростью V в направлении отрицательных значений оси X. Ее догоняет слабая ударная волна, фронт которой перемещается со скоростью звука a (фиг. 1). Будем считать, что в начальный момент времени ударная волна касается хвостика пластинки, а носик пластинки находится в начале неподвижной системы координат. Точка пересечения фронта ударной волны с осью X движется вдоль нее со скоростью $a \sin^{-1}\gamma$. Условием того, что ударная волна догоняет пластинку, будет соотношение $a \sin^{-1}\gamma > V$. Потенциал возмущенных скоростей обтекания пластинки удовлетворяет волновому уравнению

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} - \frac{1}{a^2}\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = 0 \qquad (1.1)$$

и условию непротекания на поверхности пластинки

$$\partial \varphi / \partial y = 0 \qquad (1.2)$$



Фиг. 2

Рассмотрим вначале случай, когда параметры возмущенного потока за фронтом набегающей ударной волны постоянны. При этом потенциал скоростей в падающей волне φ_1 можно записать в следующем виде:

$$\Phi_1 = \frac{\Delta p}{\rho a}(-x \sin\gamma + y \cos\gamma - at) \qquad (1.3)$$

где Δp — перепад давления, ρ — плотность воздуха. Ищем φ в виде $\varphi = \varphi_1 + \varphi'$. Для φ' получаем граничное условие

$$\frac{\partial \Phi'}{\partial y} = -\frac{\Delta p}{\rho a}\cos\gamma \qquad (1.4)$$

Такую нестационарную задачу можно, как известно, свести к задаче о стационарном обтекании пространственного крыла сверхзвуковым потоком, число Маха которого выбирается равным $\sqrt{2}$.

Действительно, введя обозначения $\tau = at/l$, $\xi = x/l$, $\eta = y/l$, получим картину обтекания полубесконечного крыла (фиг. 2). Линия $A1$ изображает перемещение точки пересечения фронта ударной волны с пластинкой (в момент времени, соответствующий точке A, ударная волна доходит до носика пластинки), AB и AC — характеристики.

Применяя метод источников, можно рассчитать распределение потенциала по крылу. Вычисляя затем давление

$$c_p = \frac{p - p_\infty}{{}^1/_2 \rho_\infty V^2} = -\frac{2}{MV}\Phi_\tau \qquad (1.5)$$

и интегрируя по хорде крыла (т. е. при фиксированном значении времени $\tau = \text{const}$), получим подъемную силу $Y_s(t)$ пластинки как функцию времени.

При $0 \leqslant t \leqslant t_A$ имеем

$$0 \leqslant \tau \leqslant \frac{\sin\gamma}{1 - M\sin\gamma}, \qquad \frac{Y_s}{2\Delta pl} = \frac{1 - M\sin\gamma}{\sin\gamma}\tau \tag{1.6}$$

При $t_A \leqslant t \leqslant t_B$

$$\frac{\sin\gamma}{1 - M\sin\gamma} \leqslant \tau \leqslant \frac{1 + \sin\gamma}{(1 - M\sin\gamma)(M+1)}$$

$$\frac{Y_s}{2\Delta pl} = \cos\gamma + \frac{(1 - M\sin\gamma)(1 - \cos\gamma)}{\sin\gamma}\tau \tag{1.7}$$

При $t_B \leqslant t \leqslant t_C$ получаем

$$\frac{1 + \sin\gamma}{(1 - M\sin\gamma)(M+1)} \leqslant \tau \leqslant \frac{1 - \sin\gamma}{(1 - M\sin\gamma)(M-1)}$$

$$\frac{Y_s}{2\Delta pl} = \cos\gamma + \frac{(1 - M\sin\gamma)(1 - \cos\gamma)}{\sin\gamma}\tau + \tag{1.8}$$

$$+ \frac{M\cos\gamma}{\pi\sqrt{M^2 - 1}}\arccos\left[\frac{M - \sin\gamma}{1 - M\sin\gamma} - (M^2 - 1)\tau\right] +$$

$$+ \frac{\cos\gamma(1 - M\sin\gamma)}{\pi\sin\gamma}\left(\tau - \frac{\sin\gamma}{1 - M\sin\gamma}\right)\arccos\frac{1 - M(1 - M\sin\gamma)\tau}{\tau(1 - M\sin\gamma) - \sin\gamma} -$$

$$- \frac{\tau(1 - M\sin\gamma)}{\pi\sin\gamma}\arccos\left[\frac{\cos^2\gamma}{(1 - M\sin\gamma)^2}\frac{1}{\tau} - \frac{M - \sin\gamma}{1 - M\sin\gamma}\right]$$

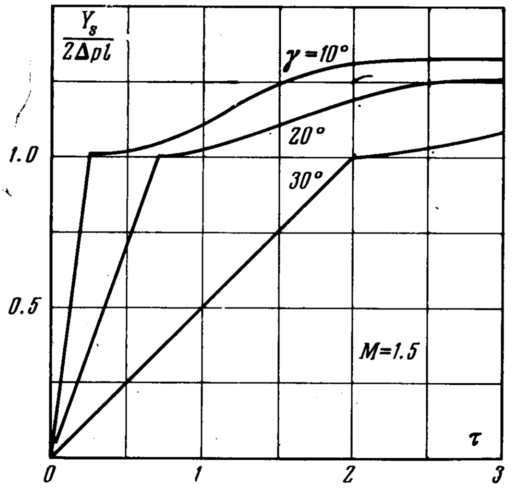
Наконец, при $t \geqslant t_C$ имеем

$$\tau \geqslant \frac{1 - \sin\gamma}{(1 - M\sin\gamma)(M-1)}, \qquad \frac{Y_s}{2\Delta pl} = \frac{M\cos\gamma}{\sqrt{M^2 - 1}} \tag{1.9}$$

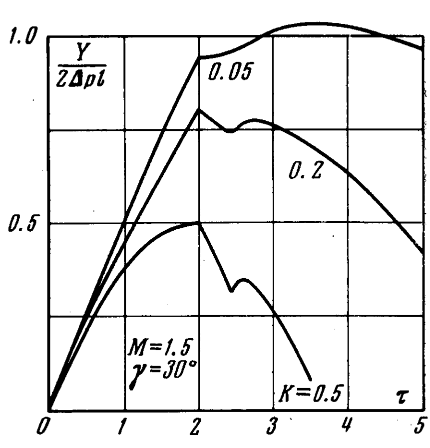
Здесь M — число Маха полета пластинки, l — ее длина.

Если ударная волна падает на пластинку отвесно ($\gamma = 0$), то формулы после предельного перехода $\gamma \to 0$ приобретают вид, совпадающий с видом соответствующих формул работы [1].

На фиг. 3 показано, как нарастает подъемная сила по времени при $M = 1.5$ и различных углах падения γ. В момент времени, соответствующий прохождению фронта ударной волны через носик пластинки, наблюдается резкое изменение скорости нарастания подъемной силы.



Фиг. 3



Фиг. 4

2. Рассмотрим теперь случай, когда перепад давления Δp за фронтом падающей ударной волны есть заданная функция расстояния s (в единицах хорды l) от фронта

$$\Delta p(s) = \Delta p f(s) \tag{2.1}$$

Так как задача линейна, то ее решение можно представить в виде суперпозиции решения задачи обтекания пластинки предельно короткой ударной волной, т. е. для $f(s) = \delta(s)$, $\delta(s)$ — дельта-функция Дирака. Подъемная сила $V_\delta(\tau)$ пластинки при $f(s) = \delta(s)$ выразится формулой

$$Y_\delta(\tau) = \partial Y_s / \partial \tau \tag{2.2}$$

Пользуясь принципом суперпозиции, теперь можно вычислить подъемную силу в случае ударной волны с произвольной функцией $f(s)$

$$Y(\tau) = \int_0^\tau f(s) Y_\delta(\tau - s)\, ds = \int_0^\tau f(\tau - s) Y_\delta(s)\, ds \tag{2.3}$$

3. В случае спадания давления за фронтом ударной волны по линейному закону

$$f(s) = 1 - Ks \tag{3.1}$$

получается следующая формула для подъемной силы:

$$Y = Y_s(\tau) - K \int_0^\tau Y_s(s)\, ds \tag{3.2}$$

Производя вычисления, получаем

$$\frac{Y}{2\Delta p l} = \frac{1 - M \sin\gamma}{\sin\gamma}\left(\tau - K\frac{\tau^2}{2}\right) \qquad \left(0 \leqslant \tau \leqslant \frac{\sin\gamma}{1 - M\sin\gamma}\right) \tag{3.3}$$

$$\frac{Y}{2\Delta p l} = \cos\gamma(1 - K\tau) + \frac{(1 - M\sin\gamma)(1 - \cos\gamma)}{\sin\gamma}\left(\tau - K\frac{\tau^2}{2}\right) +$$
$$+ K\frac{\sin\gamma\cos\gamma}{2(1 - M\sin\gamma)} \qquad \left(\frac{\sin\gamma}{1 - M\sin\gamma} \leqslant \tau \leqslant \frac{1 + \sin\gamma}{(1 - M\sin\gamma)(M + 1)}\right) \tag{3.4}$$

$$\frac{Y}{2\Delta p l} = \frac{Y_s}{2\Delta p l} - KY_1 \qquad \left(\frac{1 + \sin\gamma}{(1 - M\sin\gamma)(M + 1)} \leqslant \tau \leqslant \frac{1 - \sin\gamma}{(1 - M\sin\gamma)(M - 1)}\right) \tag{3.5}$$

Здесь

$$Y_1 = -\frac{\sin\gamma\cos\gamma}{2(1 - M\sin\gamma)} + \tau\cos\gamma + \frac{(1 - M\sin\gamma)(1 - \cos\gamma)}{2\sin\gamma}\tau^2 -$$
$$- \frac{\cos\gamma}{\pi(M^2 - 1)^{3/2}}\left[\frac{1}{2} + \frac{M^2(M^2 - 1)\sin\gamma}{2(1 - M\sin\gamma)} - M(M^2 - 1)\tau\right] \times$$
$$\times \arccos\left[\frac{M - \sin\gamma}{1 - M\sin\gamma} - (M^2 - 1)\tau\right] + \frac{\cos\gamma(1 - M\sin\gamma)}{2\pi\sin\gamma} \times$$
$$\times \left(\tau - \frac{\sin\gamma}{1 - M\sin\gamma}\right)^2 \arccos\frac{1 - M(1 - M\sin\gamma)\tau}{\tau(1 - M\sin\gamma) - \sin\gamma} -$$
$$- \frac{1 - M\sin\gamma}{2\pi\sin\gamma}\tau^2 \arccos\left[\frac{\cos^2\gamma}{(1 - M\sin\gamma)^2}\frac{1}{\tau} - \frac{M - \sin\gamma}{1 - M\sin\gamma}\right],$$

а Y_s определяется соответствующими формулами (1.6) — (1.9).

Имеем далее

$$\frac{Y}{2\Delta p l} = \frac{M\cos\gamma}{\sqrt{M^2 - 1}}(1 - K\tau) + \frac{K\cos\gamma}{2(M^2 - 1)^{3/2}}\left[1 + \frac{M^2(M^2 - 1)\sin\gamma}{1 - M\sin\gamma}\right]$$
$$\left(\tau \geqslant \frac{1 - \sin\gamma}{(1 - M\sin\gamma)(M - 1)}\right) \tag{3.6}$$

На фиг. 4 показано изменение по времени величины подъемной силы пластинки для различных значений K.

Поступило 13 XI 1970

ЛИТЕРАТУРА

1. Голубинский А. И. Об обтекании движущейся пластинки перемещающейся ударной волной. Инж. ж., 1961, т. 1, вып. 2, стр. 26—30.

УДК 533.6.011.8

ДВИЖЕНИЕ РАЗРЕЖЕННОГО ГАЗА МЕЖДУ БЕСКОНЕЧНЫМИ ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ ЭМИТИРУЮЩЕЙ И ПОГЛОЩАЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТЯМИ

Ф. Г. ЧЕРЕМИСИН

(*Москва*)

Задача о движении разреженного газа, заключенного между бесконечными плоскопараллельными эмиттирующей и поглощающей поверхностями, решается численно на основе кинетического уравнения Больцмана.

Исследование ведется как на уровне гидродинамических величин (плотность, средняя скорость и температура), так и на уровне функции распределения молекулярных скоростей.

Пусть при $x = 0$ расположена плоская бесконечная поверхность, эмиттирующая молекулы газа с плотностью n_1, температурой T_1 и с максвелловским распределением по скоростям (продольной ξ и поперечным η и ζ)

$$\underset{\xi>0}{f(\xi, \rho, 0)} = \frac{n_1}{(2\pi T_1)^{3/2}} \exp\left(-\frac{\xi^2+\rho^2}{2T_1}\right) \tag{1}$$

$$\rho = \sqrt{\eta^2+\zeta^2}$$

При $X = L$ находится бесконечная параллельная поверхность с температурой T_2, полностью или частично поглощающая падающий на нее поток молекул. Отраженные молекулы также имеют максвелловское распределение по скоростям и температуру стенки T_2

$$\underset{\xi<0}{f(\xi, \rho, L)} = \frac{n_2}{(2\pi T_2)^{3/2}} \exp\left(-\frac{\xi^2+\rho^2}{2T_2}\right) \tag{2}$$

Плотность n_2 в отраженном потоке определяется падающим на стенку потоком j_+ и коэффициентом адсорбции β

$$j_r = \beta j_+ \tag{3}$$

$$j_r \equiv \int\limits_{\xi<0} \xi f(\xi, \rho, L)\, d\xi = n_2 \sqrt{T_2}/\sqrt{2\pi}$$

$$j_+ \equiv \int\limits_{\xi>0} \xi f(\xi, \rho, L)\, d\xi$$

Значению $\beta = 0$ соответствует полная адсорбция газа. Подобная постановка задачи о движении испаряемого и конденсирующегося газа содержится в работе [1].

Газ предполагается состоящим из абсолютно упругих жестких сферических молекул постоянного диаметра σ.

Исследуется стационарный режим движения газа, уравнение Больцмана записывается в виде

$$\xi \partial f / \partial x = -\nu f + N \tag{4}$$