

Диффузионный поток на поверхность капли равен

$$j = D \left( \frac{\partial c}{\partial r} \right)_{r=c} = c_0 \left[ \frac{DU}{2\pi a(\beta+1)} \right]^{1/2} \left[ 1 + \frac{3\beta+2}{\beta+1} \frac{R}{8} \left( 1 - \frac{4\beta+5}{5\beta+5} \cos \phi \right) \right] \times \\ \times (1 - \cos \phi) \left[ \frac{(4\beta+3)(2 - \cos \phi)}{3(\beta+1)} + \frac{(3\beta+2)(4\beta+5)(1 - \cos \phi)^2}{20(\beta+1)^2} \right]^{-1/2} \quad (5)$$

Интегрируя (5) по поверхности сферы, для полного диффузионного потока на поверхность капли получим

$$I = 5.78(DUa^3)^{1/2} c_0 \left[ \frac{1}{\beta+1} + \frac{3\beta+2}{(\beta+1)^2} \frac{R}{8} \right]^{1/2} = I_0 \left[ \frac{1}{\beta+1} + \frac{3\beta+1}{(\beta+1)^2} \frac{R}{8} \right]^{1/2} \quad (6)$$

В частном случае пренебрежимо малой вязкости капли ( $\beta = 0$ ) из формулы (6) следует выражение для диффузионного потока, полученное в работе [4].

На фигуре приведены графики зависимости диффузионного потока от числа Рейнольдса при различных значениях отношения динамических вязкостей капли и окружающей ее жидкости. Газовому пузырю соответствует  $\beta = 0$ .

Поступило 8 VII 1971

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Acrivos A., Taylor T. D. On the deformation and drag of a falling viscous drop at low Reynolds number. J. Fluid Mech., 1964, vol. 18, pt 3.
2. Гупало Ю. П., Рязанцев Ю. С. Диффузия к твердой сферической частице в потоке вязкой жидкости при конечных числах Рейнольдса. Изв. АН СССР, МЖГ, 1969, № 6.
3. Левич В. Г. Физико-химическая гидродинамика, Изд. 2. М., Физматгиз, 1959.
4. Головин А. М., Иванов М. Ф. Движение пузыря в вязкой жидкости. ПМТФ, 1971, № 1.

УДК 533.6.011.5

### СВЕРХЗВУКОВОЙ ПОТОК В УГЛЕ, ОБРАЗОВАННОМ ПЕРЕСЕКАЮЩИМИСЯ ПЛАСТИНКАМИ

В. Н. МИХАЙЛОВ, В. С. ТАМИЛОВ

(Москва)

Приводится метод и результаты численного решения задачи обтекания сверхзвуковым потоком угла, образованного двумя перпендикулярными пластинками. Расчеты проводились методом установления. Ударные волны получались как области с сильным изменением параметров течения.

Решение задачи о сверхзвуковом течении в области пересечения взаимно перпендикулярных тонких крыльев получено в линейном приближении в [1] и на основе линеаризованной теории второго приближения — в [2]. Качественная картина течения в угле, образованном пересекающимися клиньями, построена по экспериментальным данным в [3].

Ниже излагаются результаты численного расчета течения в угле, образованном двумя перпендикулярными пластинками нулевой толщины. Для расчета использовался метод установления, предложенный в [4]. Ударные волны получались как области с сильным изменением параметров течения.

Обычно в методах установления используется система координат, имеющая одну переменную, от которой решение не зависит, и по этой переменной и происходит установление. В предлагаемом методе решение ищется в прямоугольной декартовой системе координат и конечность течения не учитывается.

1. Рассмотрим сверхзвуковое течение в угле, образованном двумя взаимно перпендикулярными пластинками. Введем прямоугольную систему координат  $x, y, z$  так, чтобы координатные плоскости  $y = 0$  и  $z = 0$  совпали с пластинками (фиг. 1). Вектор скорости набегающего потока  $V_\infty$  при нулевом угле атаки  $\alpha$  направлен по оси  $x$ . В общем случае направление вектора  $V_\infty$  зададим углом атаки  $\alpha$  и углом  $\theta$  между осью  $y$  и проекцией вектора  $V_\infty$  на плоскость  $x = 0$  (фиг. 1).

Давление  $p$ , плотность  $\rho$  и компоненты скорости  $u, v, w$  соответственно по осям  $x, y, z$  должны удовлетворять уравнениям

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho u^2 + k\rho)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho uv)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho uw)}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial(\rho uv)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v^2 + k\rho)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho vw)}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial(\rho uw)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho vw)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w^2 + k\rho)}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial(\rho u\psi)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v\psi)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w\psi)}{\partial z} &= 0, \quad \psi = \frac{1}{2} V^2 + \frac{\kappa}{\kappa - 1} \frac{p}{\rho} \end{aligned} \tag{1.1}$$

Здесь  $k = 1/\chi M_\infty^2$  и все параметры течения отнесены к соответствующим параметрам в невозмущенном потоке.

Перед углом должны выполняться условия

$$u_\infty = \cos \alpha, \quad v_\infty = \sin \alpha \cos \theta, \quad w_\infty = \sin \alpha \sin \theta, \quad p = 1, \quad \rho = 1 \tag{1.2}$$

На пластинках при  $x \geq 0$

$$w = 0, \quad y = 0; \quad v = 0, \quad z = 0 \tag{1.3}$$

Будем искать решение в области, ограниченной плоскостями  $y = 1, z = 1, x \geq 0$ . Разобьем эту область на части плоскостями  $x = x_n$  и каждое сечение  $x = x_n$  — на квадраты прямыми  $y_n = n/N, z_m = m/N$  ( $m, n = 1, 2, \dots, N$ ).

Каждое из уравнений (1.1) имеет вид

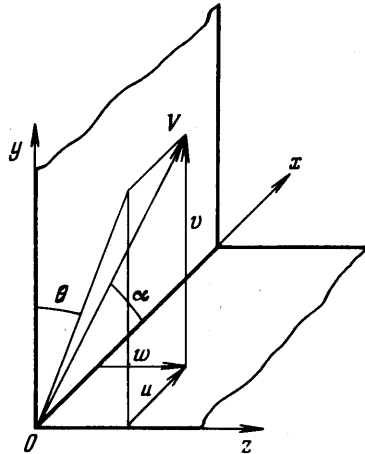
$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial R}{\partial y} + \frac{\partial S}{\partial z} = 0 \tag{1.4}$$

Это уравнение заменяется согласно [4] конечно-разностным уравнением

$$\begin{aligned} Q^n &= \frac{1}{4} (Q_{n+1} + Q_{m+1} + Q_{n-1} + Q_{m-1}) - \\ &- \frac{\Delta x}{2\Delta y} (R_{n+1} - R_{n-1}) - \frac{\Delta x}{2\Delta z} (S_{m+1} - S_{m-1}) \end{aligned}$$

Здесь

$$\begin{aligned} Q^n &= Q(x_n + \Delta x, y_n, z_m), \\ Q_{n+1} &= Q(x_n, y_{n+1}, z_m) \\ Q_{m+1} &= Q(x_n, y_n, z_{m+1}) \end{aligned}$$



Фиг. 1

Уравнение (1.5) дает возможность по известным параметрам течения в сечении  $x = x_n$  найти их в следующем сечении  $x_{n+1}$ .

Удовлетворение условия  $w = 0$  при  $y = 0$  осуществляется включением в расчетную сетку еще одного сечения  $z = -\Delta z$ . Параметры берутся в этом сечении такими же, как в сечении  $z = \Delta z$ , за исключением величины  $w$ , у которой знак меняется на обратный. Аналогично удовлетворяется граничное условие  $v = 0$  при  $z = 0$ .

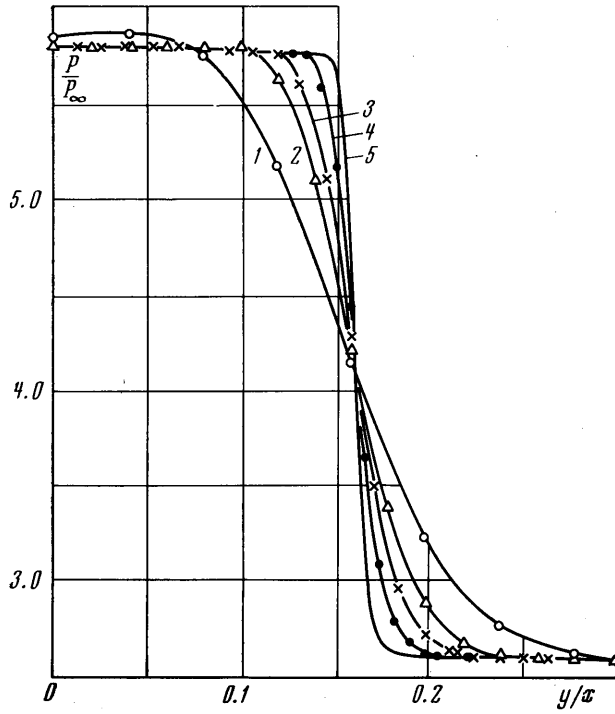
Возмущения от угловой точки  $O$  распространяются в некоторой конической области, вне этой области в общем случае имеется течение со скольжением. Поэтому параметры течения при  $y = 1$  берутся равными параметрам в предыдущем сечении  $y = 1 - \Delta y$ ; точно также удовлетворяется граничное условие и при  $z = 1$ . Эти условия будут верны до тех пор, пока возмущения от точки  $O$  не достигнут плоскостей  $y = 1, z = 1$ . Расчеты проводятся только в этой области.

Вычисления начинаются от плоскости  $x = 0$ , на которой параметры определяются по формулам (1.2) и (1.3) во всех точках, кроме  $z = 0$  и  $y = 0$ , где нормальные скорости берутся равными нулю.

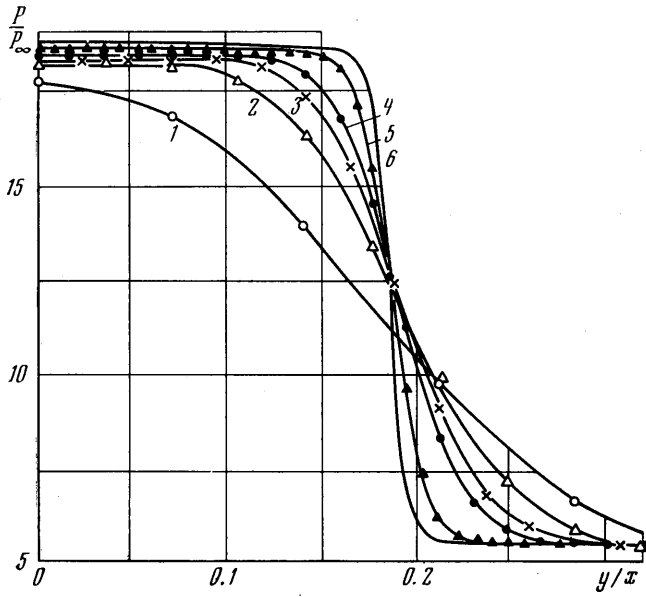
Введем обозначения

$$Q_1 = \rho u, \quad Q_2 = \rho u^2 + k\rho, \quad Q_3 = \rho uv, \quad Q_4 = \rho u\psi, \quad Q_5 = \rho uv$$

В каждом новом сечении по  $x$  находятся величины  $Q_i$ , параметры течения опре-



Фиг. 2



Фиг. 3

деляются затем по формулам

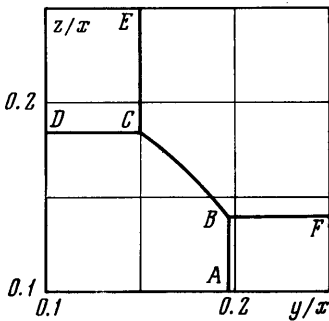
$$u = \frac{\kappa}{\kappa+1} \frac{Q_2}{Q_1} + \frac{\kappa-1}{\kappa+1} \left[ \left( \frac{\kappa}{\kappa-1} \frac{Q_2}{Q_1} \right)^2 + \frac{\kappa+1}{\kappa-1} \left( \frac{Q_3^2 + Q_5^2}{Q_1^2} - 2 \frac{Q_4}{Q_1} \right) \right]^{1/2}$$

$$v = \frac{Q_3}{Q_1}, \quad w = \frac{Q_5}{Q_1}, \quad \rho = \frac{Q_1}{u}, \quad p = \kappa M_\infty^2 (Q_2 - u Q_1)$$

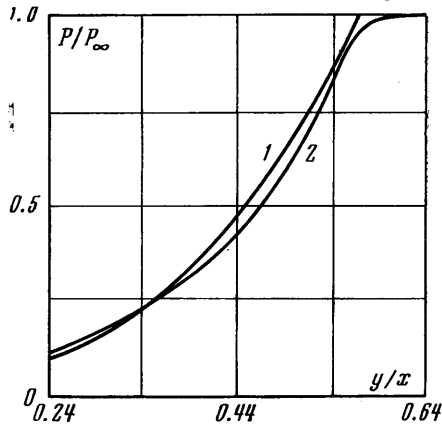
Расчетная схема устойчива при условии

$$\frac{\Delta x}{\Delta y} = \frac{\Delta x}{\Delta z} < \frac{u^2 - a^2}{|u \sqrt{v^2 + w^2} + a \sqrt{V^2 - a^2}}, \quad a = \left( \kappa \frac{p}{\rho} \right)^{1/2}$$

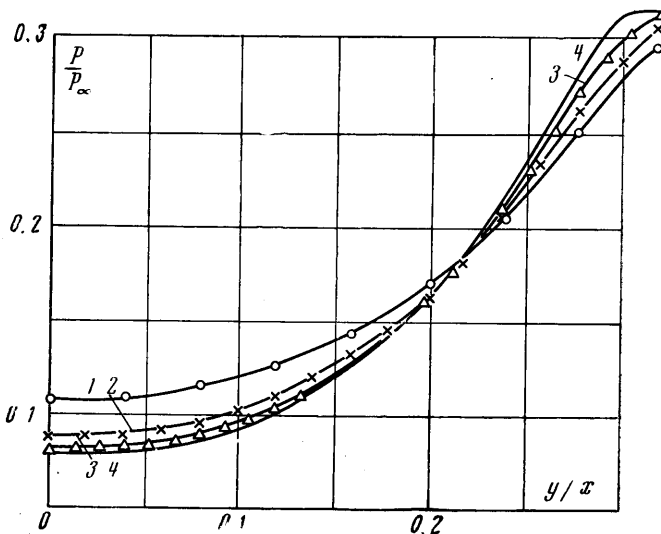
2. Течение в области между пластинками коническое, поэтому параметры течения должны быть постоянными вдоль лучей  $z/x, y/x$ . На фиг. 2 для определяющих



Фиг. 4



Фиг. 5



Фиг. 6

параметров  $M_\infty = 6, \theta = 45^\circ, \alpha = -10^\circ$ , а на фиг. 3 для  $\alpha = -20^\circ$  дано распределение давления на одной из пластинок вдоль оси  $y$ . Кривые 1, 2, 3, 4, 5 соответствуют значениям  $x = 0.506, 1.011, 1.517, 2.528, 5.107$ . Все они построены в зависимости от «конической» переменной  $y/x$ . Кривые показывают, что давление вдоль лучей  $y/x = \text{const}$  становится постоянным при больших  $x$ , аналогично ведут себя и другие параметры течения.

Анализ проведенных расчетов позволил построить качественную картину течения идеального газа в области между пластинками. На фиг. 4 показаны следы ударных волн в плоскости  $x = \text{const}$  для случая  $M_\infty = 6$ ,  $\theta = 10^\circ$ ,  $\alpha = -20^\circ$ . Прямые  $CE$  и  $BF$  — ударные волны течений со скольжением, линии  $AB$  и  $DC$  — скачки уплотнения, отделяющие течения со скольжением от области их взаимодействия, наконец, скачок  $CB$  отделяет область взаимодействия от невозмущенного потока. В расчетах не удается получить отличия линий  $AB$  и  $DC$  от прямых.

Полученная теоретическая картина течения отличается от построенной экспериментально в работе [3], в которой область взаимодействия между пластинками значительно больше. По-видимому, это отличие вызывается отрывом пограничного слоя на пластинке благодаря мощному скачку уплотнения, отделяющему течение со скольжением от области взаимодействия. Следовательно, модель идеального газа не может правильно описывать подобные течения так же, как, например, при обтекании сферы с иглой.

3. Рассмотренный метод был применен также для расчета течения разрежения в области между двумя перпендикулярными пластинками. Чтобы убедиться в достоверности получающихся результатов, было рассчитано течение Прандтля — Майера. На фиг. 5 кривая 1 — точное решение, кривая 2 — решение, полученное численным методом.

Результаты расчетов для пространственного случая  $M_\infty = 6.0$ ,  $\theta = 45^\circ$ ,  $\alpha = 10^\circ$  показаны на фиг. 6. Кривые 1, 2, 3, 4 соответствуют значениям  $x$ , равным 0.406, 1.011, 1.517, 3.034.

Давление на пластинке построено в зависимости от координаты  $y/x$ . На пластинках до области взаимодействия течение направлено от угла, что и приводит к значительному уменьшению давления в области взаимодействия.

Поступило 30 XI 1970

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Фридлендер Б. И. Крестообразное крыло конечного размаха в сжимаемом потоке. Докл. АН СССР, 1963, т. 151, № 6.
2. Wallace J., Clarke J. H. Uniformly valid second order solution for supersonic flow over cruciform surfaces. AIAA Journal, 1963, vol. 1, No. 4.
3. Charwat A. F., Redeker L. G. Supersonic interference flow along the corner in intersecting wedges. AIAA Journal, 1967, vol. 5, No. 3.
4. Bohachevsky J. O., Rubin E. L. A direct method for computation of nonequilibrium flows with detached shock waves AIAA Journal, 1966, vol. 4, No. 7.

УДК 533.6.011.55:533.693.3

#### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДАВЛЕНИЯ НА ТРЕУГОЛЬНОМ КРЫЛЕ С ПРИТУПЛЕННЫМИ КРОМКАМИ ПРИ МАЛЫХ УГЛАХ АТАКИ

В. В. ИВАНОВ, А. В. КРАСИЛЬНИКОВ

(Москва)

Приведены результаты экспериментального исследования распределения давления на треугольном крыле с притупленными кромками с углом полураствора  $\theta = 45^\circ$  под углами атаки  $\alpha = 0, 5, 10^\circ$  при  $M_\infty = 11.6$  и  $Re \approx 1.5 \cdot 10^6$ . Обнаружено, что в области, прилегающей к оси симметрии, на некотором удалении от вершины наблюдается значительное понижение давления.

1. При наличии затупленной кромки теоретическое исследование обтекания треугольного крыла при гиперзвуковых скоростях значительно усложняется. Течение становится существенно трехмерным, а в области между телом и ударной волной необходимо учитывать особенности течения в высокоэнтропийном слое.

Эта задача при малых углах атаки рассматривалась в работах [1-4]. В работе [1] приведены качественные соображения влияния притупления кромок на гиперзвуковое течение около тонких крыльев. В работе [2] рассмотрена задача о гиперзвуковом обтекании совершенным газом треугольной пластины при нулевом угле атаки с числом Маха набегающего потока, равным бесконечности. Используя простейшую двухслойную схему течения найдено распределение давления по пластине, толщина высокоэнтропийного слоя и распределение средней скорости в нем. В работах [3, 4] в рамках этой же схемы получены приближенные решения задачи обтекания треугольного плоского крыла с затупленными кромками при конечных числах  $M_\infty$  для нулевого угла атаки, и при  $M_\infty = \infty$  для малых углов атаки.