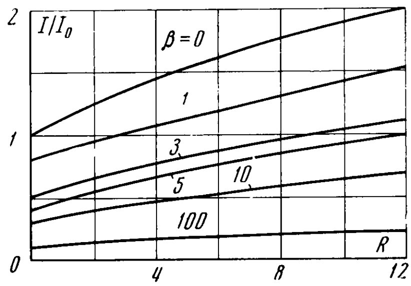
УДК 532.529.6:541.12

ДИФФУЗИЯ К КАПЛЕ ПРИ БОЛЬШИХ ЧИСЛАХ ПЕКЛЕ И КОНЕЧНЫХ ЧИСЛАХ РЕЙНОЛЬДСА

Ю. П. ГУПАЛО, Ю. С. РЯЗАНЦЕВ, А. Т. ЧАЛЮК

(*Москва*)

В работе устанавливается формула для расчета диффузионного потока на поверхность капли (пузыря), находящейся в ламинарном потоке вязкой жидкости, при конечных числах Рейнольдса. Предполагается, что на поверхности капли происходит полное поглощение диффундирующего вещества. При решении задачи для поля скоростей обтекания капли используется выражение, полученное в работе [1] методом сращивания внешнего и внутреннего асимптотических разложений. Если динамическая вязкость капли более чем на порядок величины превышает вязкость окружающей каплю жидкости, то при вычислении диффузионного потока следует пользоваться формулами, установленными в работе [2] для жесткой сферической частицы.



Определение поля концентрации и диффузионного потока вещества на поверхность капли в предположении, что течение характеризуется числом Пекле $P = Ua/D \gg 1$ (a — радиус частицы, D — коэффициент диффузии, V — скорость потока на бесконечности) и малым числом Рейнольдса $R = Ua/\nu$ (ν — коэффициент кинематической вязкости), сводится к решению следующей задачи:

$$v_r \frac{\partial c}{\partial r} + \frac{v_\vartheta}{r}\frac{\partial c}{\partial r} = \frac{D}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\partial c}{\partial r}\right)$$

$$\left(v_r = \frac{1}{r^2 \sin\vartheta}\frac{\partial\psi}{\partial\vartheta}, \quad v_\vartheta = -\frac{1}{r\sin\vartheta}\frac{\partial\psi}{\partial r}\right) \tag{1}$$

$$r = a, \quad c = 0; \qquad r \to \infty, \quad c = c_0 \tag{2}$$

$$\psi = \frac{aU}{2}(r-a)\sin^2\vartheta \frac{1}{\beta+1}\left[1 + \frac{3\beta+2}{\beta+1}\frac{R}{8}\left(1 - \frac{4\beta+5}{5\beta+5}\cos\vartheta\right)\right] \tag{3}$$

Здесь $c = c(r, \vartheta)$ — концентрация, r — радиальная координата, отсчитываемая от центра капли, ϑ — угол, отсчитываемый от направления скорости V, (1) записано в приближении диффузионного пограничного слоя уравнение конвективной диффузии (например, [3]); (2) — граничные условия; (3) — функция тока обтекания капли в ближней зоне [1], записанная с учетом неравенства $(r - a) \ll a$, которое справедливо в диффузионном пограничном слое, β — отношение динамических вязкостей капли и окружающей жидкости.

Переходя в (1) — (3) по аналогии с [3] от переменных r, ϑ к переменным ψ, ϑ и далее введя вместо ϑ переменную

$$t = -\frac{DUa^3}{2(\beta+1)}\int\limits_\pi^\vartheta \left[1 + \frac{3\beta+2}{\beta+1}\frac{R}{8}\left(1 - \frac{4\beta+5}{5\beta+5}\cos\vartheta\right)\right]\sin^3\vartheta\, d\vartheta$$

вместо (1) — (3) получим

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{\partial^2 c}{\partial\psi^2}, \quad \psi = 0, \quad c = 0; \quad \psi \to \infty, \quad c = c_0 \tag{4}$$

Решение (4), удовлетворяющее условию $t = 0$, $c = c_0$, имеет вид

$$c = \frac{2c_0}{\sqrt{\pi}}\int\limits_0^\eta e^{-\eta^2}\, d\eta, \qquad \eta = \frac{\psi}{\sqrt{t}}$$

Диффузионный поток на поверхность капли равен

$$j = D\left(\frac{\partial c}{\partial r}\right)_{r=a} = c_0\left[\frac{DU}{2\pi a(\beta+1)}\right]^{1/2}\left[1+\frac{3\beta+2}{\beta+1}\frac{R}{8}\left(1-\frac{4\beta+5}{5\beta+5}\cos\vartheta\right)\right]\times$$

$$\times(1-\cos\vartheta)\left[\frac{(4\beta+3)(2-\cos\vartheta)}{3(\beta+1)}+\frac{(3\beta+2)(4\beta+5)(1-\cos\vartheta)^2}{20(\beta+1)^2}\right]^{-1/2} \qquad (5)$$

Интегрируя (5) по поверхности сферы, для полного диффузионного потока на поверхность капли получим

$$I = 5.78(DUa^3)^{1/2}c_0\left[\frac{1}{\beta+1}+\frac{3\beta+2}{(\beta+1)^2}\frac{R}{8}\right]^{1/2} = I_0\left[\frac{1}{\beta+1}+\frac{3\beta+1}{(\beta+1)^2}\frac{R}{8}\right]^{1/2} \qquad (6)$$

В частном случае пренебрежимо малой вязкости капли ($\beta = 0$) из формулы (6) следует выражение для диффузионного потока, полученное в работе [4].

На фигуре приведены графики зависимости диффузионного потока от числа Рейнольдса при различных значениях отношения динамических вязкостей капли и окружающей ее жидкости. Газовому пузырю соответствует $\beta = 0$.

Поступило 8 VII 1971

ЛИТЕРАТУРА

1. Acrivos A., Taylor T. D. On the deformation and drag of a falling viscous drop at low Reynolds number. J. Fluid Mech., 1964, vol. 18, pt 3.
2. Гупало Ю. П., Рязанцев Ю. С. Диффузия к твердой сферической частице в потоке вязкой жидкости при конечных числах Рейнольдса. Изв. АН СССР, МЖГ, 1969, № 6.
3. Левич В. Г. Физико-химическая гидродинамика, Изд. 2. М., Физматгиз, 1959.
4. Головин А. М., Иванов М. Ф. Движение пузыря в вязкой жидкости. ПМТФ, 1971, № 1.

УДК 533.6.011.5

СВЕРХЗВУКОВОЙ ПОТОК В УГЛЕ, ОБРАЗОВАННОМ ПЕРЕСЕКАЮЩИМИСЯ ПЛАСТИНКАМИ

В. Н. МИХАЙЛОВ, В. С. ТАМИЛОВ

(*Москва*)

Приводится метод и результаты численного решения задачи обтекания сверхзвуковым потоком угла, образованного двумя перпендикулярными пластинками. Расчеты проводились методом установления. Ударные волны получались как области с сильным изменением параметров течения.

Решение задачи о сверхзвуковом течении в области пересечения взаимно перпендикулярных тонких крыльев получено в линейном приближении в [1] и на основе линеаризованной теории второго приближения — в [2]. Качественная картина течения в угле, образованном пересекающимися клиньями, построена по экспериментальным данным в [3].

Ниже излагаются результаты численного расчета течения в угле, образованном двумя перпендикулярными пластинками нулевой толщины. Для расчета использовался метод установления, предложенный в [4]. Ударные волны получались как области с сильным изменением параметров течения.

Обычно в методах установления используется система координат, имеющая одну переменную, от которой решение не зависит, и по этой переменной и происходит установление. В предлагаемом методе решение ищется в прямоугольной декартовой системе координат и коничность течения не учитывается.

1. Рассмотрим сверхзвуковое течение в угле, образованном двумя взаимно перпендикулярными пластинками. Введем прямоугольную систему координат x, y, z так, чтобы координатные плоскости $y = 0$ и $z = 0$ совпали с пластинками (фиг. 1). Вектор скорости набегающего потока $\mathbf{V}_\infty$ при нулевом угле атаки α направлен по оси x. В общем случае направление вектора $\mathbf{V}_\infty$ зададим углом атаки α и углом θ между осью y и проекцией вектора $\mathbf{V}_\infty$ на плоскость $x = 0$ (фиг. 1).

Давление p, плотность ρ и компоненты скорости u, v, w соответственно по осям x, y, z должны удовлетворять уравнениям

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho w)}{\partial z}=0$$