

УДК 533.6.011.34

ОБТЕКАНИЕ РЕШЕТКИ ПЛАСТИН НЕРАВНОМЕРНЫМ ВИХРЕВЫМ ПОТОКОМ СЖИМАЕМОГО ГАЗА

Л. Е. ОЛЬШТЕЙН, М. А. ТРАХТЕНБРОЙТ

(Москва)

Решена задача обтекания решетки пластин, которая движется в плоскопараллельном дозвуковом потоке идеального газа с малой стационарной неравномерностью скорости, имеющей непотенциальный характер. Показано, что при этом генерируются монохроматические волны давления на частотах, кратных частоте следования пластин решетки. Получены аналитические выражения для интенсивности этих волн, а также для величины суммарной излучаемой акустической мощности и ее спектрального состава.

В работе [1] теоретически показано, что при вращении в цилиндрическом канале кольцевой решетки малой высоты неравномерность давления, связанная с ее обтеканием, приводит к появлению в газе колебаний давления с дискретными частотами, кратными частоте следования лопаток решетки (произведение частоты вращения на число лопаток Nz_p). Однако энергия этих колебаний распространяется вдоль оси канала и излучается из него лишь при сверхзвуковых скоростях вращения решетки, так как потенциальная неравномерность давления при дозвуковых скоростях вращения быстро убывает по мере удаления от решетки и во входном сечении канала практически отсутствует. В то же время эксперимент показал, что при вращении изолированного лопаточного венца с дозвуковыми скоростями из длинного входного цилиндрического канала излучается значительная акустическая энергия — генерируется дискретный шум с интенсивностью до 120—130 дб.

Для объяснения этого противоречия предлагается гипотеза, согласно которой генерация волн давления и излучение акустической энергии возникают в результате взаимодействия решетки с малой окружной неравномерностью скорости набегающего потока, которая всегда имеется в реальных потоках. Обтекание решетки профилями неравномерным потоком несжимаемой жидкости рассматривалось в работах [2—3].

Ниже получено решение задачи обтекания решетки пластин неравномерным вихревым потоком сжимаемого газа, которое позволяет учесть возникающие при этом волновые акустические явления. При решении используются некоторые результаты работы [4].

1. Рассмотрим в плоскости zy установившееся течение идеального сжимаемого газа, линии тока в котором параллельны оси z , скорость постоянна вдоль каждой линии тока, но изменяется по некоторому закону при переходе от одной линии к другой.

Такой поток можно трактовать как однородный, движущийся с постоянной во всей плоскости скоростью U_0 и переносящий свободную завихренность, которая приводит к появлению в каждой точке некоторого возмущения u_b основной скорости, так что суммарная скорость равна

$$U = U_0 + u_b$$

Ниже будем считать $u_b \ll U_0$, что позволяет ограничиться линейным приближением. Легко показать, что давление p в таком потоке всюду постоянно, плотность ρ постоянна вдоль каждой линии тока, а закон изменения плотности поперек линий тока может быть произвольным, не зависящим от того, каким образом при этом изменяется скорость.

Пусть в положительном направлении оси y движется решетка пластин со скоростью u_b (фигура, причем угол выноса решетке θ таков, что в относительном движении основной поток обтекает пластины под нулевым углом

атаки. Требуется определить поле вторичных возмущений, вносимых в поток движущейся решеткой.

Рассматриваемая решетка представляет собой развертку на плоскость цилиндрического сечения трехмерного лопаточного венца, состоящего из z_p лопаток с шагом t_0 (в данном сечении). В связи с этим возмущение скорости является периодической функцией координаты y с периодом, равным длине окружности цилиндрического сечения. Эта функция может быть разложена в ряд Фурье

$$u_b(y) = \sum_{m=1}^{\infty} A_m \sin \left(\frac{2\pi m}{z_p t_0} y + \varphi_m \right)$$

В линейной постановке достаточно получить решение задачи о взаимодействии решетки с какой-либо одной гармоникой.

В комплексной форме m -я гармоника неравномерности скорости имеет вид

$$u_b(z, y) = A e^{-i\mu y}, \quad v_b(z, y) = 0$$

где u и v — составляющие возмущения скорости соответственно по осям z и y , а

$$\mu = 2\pi m (z_p t_0)^{-1}$$

Перейдем к системе координат z' , y' , связанной с движущейся решеткой, причем ось z' направим против относительной скорости основного потока U_0' . Формулы перехода имеют следующий вид:

$$z = z' \cos \vartheta - y' \sin \vartheta, \quad y = z' \sin \vartheta + y' \cos \vartheta + u_k t \quad (1.1)$$

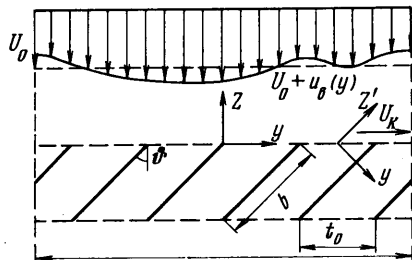
где t — время. Составляющие неравномерности скорости равны

$$u_b'(z', y', t) = A \exp \left[-i \left(\frac{k}{M} z' + \frac{k}{M} c_a^* y' + \omega t \right) \right] \cos \vartheta \quad (1.2)$$

$$v_b'(z', y', t) = -A \exp \left[-i \left(\frac{k}{M} z' + \frac{k}{M} c_a^* y' + \omega t \right) \right] \sin \vartheta$$

где $\omega = \mu u_k$, $k = \omega / a$, a — скорость звука в невозмущенном потоке, $M = U_0' / a$, $c_a^* = U_0' / u_k = \operatorname{ctg} \vartheta$. Таким образом, в системе координат, связанной с решеткой, любая гармоника неравномерности представляет собой бегущую волну завихренности, приводящую к появлению в газе гармонических колебаний возмущений скорости, направление которых уже не совпадает с направлением скорости невозмущенного потока. Круговая частота этих колебаний равна

$$\omega = \mu u_k = 2\pi m N$$



Возмущение скорости, вызванное волной завихренности, имеет составляющую, нормальную к поверхности пластин решетки. Поскольку на пластинах должно выполняться условие непротекания, т. е. равенство нулю нормальной составляющей скорости, в газе появляются дополнительные возмущения, компенсирующие нормальную составляющую скорости в волне завихренности и приводящие к возникновению вторичных волн давления, которые распространяются от решетки во всех направлениях.

2. Рассмотрим сначала взаимодействие волны завихренности (1.2) с решеткой полубесконечных пластин

$$y' = (r + 1/2)t_0 \cos \vartheta, \quad -\infty < z' \leq (r + 1/2)t_0 \sin \vartheta \quad (r = 0, \pm 1, \dots)$$

которая получается из решетки, изображенной на фигуре, если каждую пластину продолжить до бесконечности в отрицательном направлении оси z' . Параметры результирующего течения ищем в следующем виде:

$$p = p_0 + p_1, \quad \rho = \rho_0 + \rho_b + \rho_1, \quad U = U_0 + u_b' + u_1, \quad V = v_b' + v_1$$

Здесь величины с индексом 0 относятся к основному невозмущенному потоку, с индексом b — к исходной волне завихренности, а величины с индексом 1 — искомые вторичные возмущения, возникающие в результате взаимодействия. Ниже индекс 1 будем опускать.

Параметры вторичного течения удовлетворяют линеаризованным уравнениям неразрывности и движения

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} - Ma \frac{\partial \rho}{\partial z'} + \rho_0 \left(\frac{\partial u}{\partial z'} + \frac{\partial v}{\partial y'} \right) &= 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} - Ma \frac{\partial u}{\partial z'} &= - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial z'}, \quad \frac{\partial v}{\partial t} - Ma \frac{\partial v}{\partial z'} = - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y'} \end{aligned} \quad (2.1)$$

Условие адиабатичности течения приводит к следующему соотношению между возмущениями давления и плотности:

$$p = a^2 \rho \quad (2.2)$$

Параметры волны завихренности (1.2) также удовлетворяют уравнениям (2.1). Следует отметить, что возмущение плотности в волне завихренности при ее взаимодействии с решеткой не приводит к возникновению вторичных возмущений, поскольку оно не связано с возмущением скорости.

Из уравнений (2.1), (2.2) можно получить волновое уравнение для потенциала ускорений $\Phi = -p/\rho_0$

$$(1 - M^2) \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z'^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y'^2} + \frac{2M}{a} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z' \partial t} - \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = 0 \quad (2.3)$$

Задача определения вторичного течения сводится к решению уравнения (2.3) при условии равенства нулю на пластинах нормальной составляющей скорости

$$v[z', (2r + 1)c] = 0 \quad (z' < (2r + 1)l) \quad (2.4)$$

где $c = t_0 \cos \vartheta$, $l = t_0 \sin \vartheta$, и условия на острых кромках пластин

$$\Delta p[z', (2r + 1)c] \sim [z' - (2r + 1)l]^{-1/2} \quad (z' \rightarrow (2r + 1)l) \quad (2.5)$$

которое вытекает из физических соображений и обеспечивает единственность решения задачи. Потенциал ускорений должен быть непрерывен на линиях продолжения пластин (непрерывность давления). Постановка данной задачи, несмотря на некоторое сходство с постановкой задачи о дифракции плоской волны давления на решетке пластин, рассмотренной в работе [6], имеет одно принципиальное отличие, состоящее в том, что в первом случае исходное возмущение непотенциально. Тем не менее используемый в [6] метод может быть применен и для решения этой задачи.

Потенциал ускорений вторичного поля в любой точке пространства может быть получен с помощью обобщенной теоремы Кирхгофа в движущейся среде через его значения на обеих сторонах пластин. Как показано в работе [6], выражение для потенциала ускорений вторичного поля можно привести к следующему виду:

$$\Phi(z', y') = \frac{\pi}{a} \int_{-\infty}^{\infty} \exp[iwz'(1 - M^2)^{-1/2}] F(w) \varphi(w, y') dw \quad (2.6)$$

где $F(w)$ — преобразование типа Фурье от перепада потенциала на пластинах — представляет собой искомую функцию, а

$$\begin{aligned} \varphi(w, y') &= i \{ e^{-iky'} \sin [\kappa c - 1/2\psi + wl(1 - M^2)^{-1/2}] - \\ &\quad - e^{iky'} \sin [\kappa c + 1/2\psi - wl(1 - M^2)^{-1/2}] \} \times \\ &\times \{ \sin [\kappa c - 1/2\psi + wl(1 - M^2)^{-1/2}] \sin [\kappa c + 1/2\psi - wl(1 - M^2)^{-1/2}] \}^{-1} \\ \kappa(w) &= \left[\left(k \sqrt{\frac{1+M}{1-M}} - w \right) \left(k \sqrt{\frac{1-M}{1+M}} + w \right) \right]^{1/2}, \quad \text{Im } \kappa > 0 \end{aligned}$$

Сдвиг фаз ψ между колебаниями газа в соседних полосах $(2r - 1)c < y' < (2r + 1)c$ определяется из выражения для исходной волны завихренности (1.2) и равен

$$\psi = -2kc(M \sin \vartheta \cos \vartheta)^{-1}$$

Для удовлетворения граничного условия (2.4) необходимо, чтобы на пластинах нормальная компонента скорости вторичного поля была равна нормальной компоненте скорости в волне завихренности, взятой с обратным знаком.

Это условие приводит к первому функциональному уравнению для $F(w)$

$$\begin{aligned} \frac{2\pi}{a^2} \int_{-\infty}^{\infty} \exp[iwz'(1 - M^2)^{-1/2}] \kappa F(w) \Omega(w) [M(1 - M^2)^{-1/2}w + k]^{-1} dw = \\ = A \sin \vartheta \exp(-ikz'/M) \quad (z' < 0) \end{aligned} \quad (2.7)$$

$$\Omega(w) = 1/2i \sin(2\kappa c) \times$$

$$\times \{ \sin [\kappa c - 1/2\psi + wl(1 - M^2)^{-1/2}] \sin [\kappa c + 1/2\psi - wl(1 - M^2)^{-1/2}] \}^{-1}$$

Из условия непрерывности потенциала на линиях продолжения пластин получаем второе функциональное уравнение для искомой функции $F(w)$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp[iwz'(1 - M^2)^{-1/2}] F(w) dw = 0 \quad (z' > 0) \quad (2.8)$$

Уравнения (2.7), (2.8) решаются методом Винера — Хопфа. Для удовлетворения этим уравнениям необходимо следующее:

1) функция

$$\kappa F(w) \Omega(w) [M(1 - M^2)^{-1/2}w + k]^{-1}$$

должна быть голоморфна в нижней полуплоскости комплексной переменной w ($\text{Im } w \leq 0$) всюду, за исключением точки $w_1 = -k(1 - M^2)^{1/2}M^{-1}$, где она должна иметь полюс первого порядка с вычетом, равным $-A(2\pi i)^{-1} \sin \vartheta$, и равномерно стремиться к нулю при $|w| \rightarrow \infty$;

2) функция $F(w)$ должна быть голоморфна в верхней полуплоскости ($\text{Im } w \geq 0$) и стремиться в этой полуплоскости равномерно к нулю при $|w| \rightarrow \infty$.

Если известна факторизация функции $\Omega(w)$

$$\Omega(w) = \Omega_+(w)\Omega_-(w)$$

то функция $F(w)$, выбранная в виде

$$F(w) = B\Omega_+^{-1}(w) \left[k \left(\frac{1-M}{1+M} \right)^{1/2} + w \right]^{-1/2}$$

$$B = A \frac{ia^2}{4\pi^2} \frac{M \sin \vartheta}{(1-M^2)^{1/2} \Omega_-(w_1)} \left[k \left(\frac{1+M}{1-M} \right)^{1/2} - w_1 \right]^{-1/2}$$

удовлетворяет требованиям 1) и 2) и, кроме того, обеспечивает выполнение условия (2.5) на кромках пластин, так как в верхней полуплоскости

$$F(w) \sim w^{-1/2} \quad (|w| \rightarrow \infty)$$

Факторизация функции $\Omega(w)$ выполнена в работе [6]. Подставляя функцию $F(w)$ в (2.6), получаем решение поставленной задачи в виде контурного интеграла в плоскости комплексной переменной w .

Подынтегральная функция имеет простые полюса в верхней полуплоскости w в точках $w_n = \pi\beta_n^-/c$, а в нижней полуплоскости w в точках $w_n = \pi\gamma_n^+/c$, где $n = 0, \pm 1, \dots$, а

$$\beta_n^\pm = \cos \vartheta (1-M^2)^{1/2} (1-M^2 \cos^2 \vartheta)^{-1} \times$$

$$\times \{ (n+\eta) \sin \vartheta + qM \cos \vartheta \mp$$

$$\mp [q^2 + 2Mq(n+\eta) \sin \vartheta \cos \vartheta - (n+\eta)^2 \cos^2 \vartheta (1-M^2)]^{1/2} \}$$

$$\gamma_n^\pm = qM(1-M^2)^{-1/2} \mp [q^2(1-M^2)^{-1} - (n/2)^2]^{1/2}$$

Здесь и ниже введены безразмерные параметры

$$q = kc/\pi, \quad \eta = \psi/2\pi, \quad w' = wc/\pi, \quad \kappa' = \kappa c/\pi$$

Замыкая путь интегрирования в (2.6) полуокружностью бесконечно большого радиуса в верхней полуплоскости w , можно свести контурный интеграл к сумме вычетов в полюсах подынтегрального выражения, что дает решение в свободном полупространстве

$$p(z', y', t) = \rho_0 a A \sum_{n=-\infty}^{\infty} P_n \exp \left\{ i\pi \left[\frac{\beta_n^-}{\sqrt{1-M^2}} \frac{z'}{c} - \kappa'(\beta_n^-) \frac{y'}{c} \right] \right\} e^{-i\omega t}$$

$$(z' > y' \text{tg } \vartheta) \quad (2.9)$$

Здесь

$$P_n = \frac{i}{\pi} (-1)^n \frac{M\sqrt{1-M^2}}{1-M^2 \cos^2 \vartheta} \left[q \left(\frac{1+M}{1-M} \right)^{1/2} - \beta_n^- \right]^{1/2} \times$$

$$\times \left[q \left(\frac{1+M}{1-M} \right)^{1/2} - w_1' \right]^{-1/2} \frac{\sin \vartheta \cos^2 \vartheta}{(\beta_n^+ - \beta_n^-) \Omega_-(w_1') \Omega_+(\beta_n^-)}$$

есть безразмерные комплексные коэффициенты трансформации волны завихренности в волны давления, отходящие от решетки в свободное полупространство (будем условно обозначать их β_n^-).

Решение в области, занятой решеткой, получается, если замкнуть путь интегрирования в (2.6) полуокружностью бесконечно большого радиуса в нижней полуплоскости w

$$p(z', y', t) = \rho_0 a A \sum_{n=0}^{\infty} Q_n \exp \left[i\pi \left(\frac{\gamma_n^+ z'}{\sqrt{1-M^2} c} \right) \right] \cos \left[\frac{n\pi}{2c} (y' - c) \right] e^{-i\omega t}$$

$$(z' < y' \operatorname{tg} \vartheta, -c < y' < c)$$

Здесь

$$Q_0 = \sin \left[\pi \left(\frac{\gamma_0^+ \operatorname{tg} \vartheta}{\sqrt{1-M^2}} - \eta \right) \right] \frac{M \sin \vartheta}{\pi (2q\sqrt{1-M^2})^{1/2}} \frac{\Omega_-(\gamma_0^+)}{\Omega_-(w_1')} \times$$

$$\times \left[q \left(\frac{1+M}{1-M} \right)^{1/2} - w_1' \right]^{-1/2}$$

$$Q_n = -e^{-in\pi/2} \sin \left[\pi \left(\frac{n}{2} - \eta + \frac{\gamma_n^+ \operatorname{tg} \vartheta}{\sqrt{1-M^2}} \right) \right] \frac{M \sin \vartheta}{\pi \sqrt{1-M^2}} \frac{\Omega_-(\gamma_n^+)}{\Omega_-(w_1')} \times$$

$$\times \left[q \left(\frac{1+M}{1-M} \right)^{1/2} - \gamma_n^+ \right]^{1/2} \left[q \left(\frac{1+M}{1-M} \right)^{1/2} - w_1' \right]^{-1/2} \times$$

$$\times \left(\frac{Mq}{\sqrt{1-M^2}} - \gamma_n^+ \right)^{-1} \quad (n = 1, 2, \dots)$$

есть коэффициенты трансформации волны завихренности в волны давления γ_n^+ , проходящие внутрь решетки.

3. Вернемся к рассмотрению взаимодействия волны завихренности (1.2) с решеткой пластин, имеющую конечную хорду b (фигура). Постановка задачи такая же, как и в п. 2 для решетки полубесконечных пластин, с дополнительным условием Жуковского — Кутта на задних кромках пластин

$$\Delta p[z', (2r+1)c] \sim [z' + b - (2r+1)l]^{1/2} \quad (z' \rightarrow (2r+1)l - b)$$

Решение производится методом суперпозиции волн, возникающих в результате их последовательных взаимодействий с передним и задним срезами решетки [6].

При взаимодействии волны завихренности (1.2) с передним срезом решетки появляется ряд волн β_n^- (2.9), отходящих от решетки вверх по потоку, и ряд волн γ_n^+ (2.10), проходящих внутрь решетки. При выполнении условий

$$q < \frac{\sqrt{1-M^2}}{2}, \quad \tau = \frac{b}{t_0} > \frac{\ln 10}{2\pi} \left(\frac{1}{4} - \frac{q^2}{1-M^2} \right)^{-1/2} \quad \left(t_0 = \frac{2c}{\cos \vartheta} \right)$$

внутри каналов, образованных пластинами, могут распространяться только плоские волны γ_0^+ и γ_0^- , в то время как волны более высоких номеров ($\gamma_1^\pm, \gamma_2^\pm, \dots$) нераспространяющиеся, и после прохождения пути, равного хорде пластин, амплитуды этих волн уменьшаются настолько, что ими можно пренебречь при дальнейшем рассмотрении. Таким образом, можно считать, что к заднему срезу решетки приходит только плоская волна γ_0^+ ; при этом появляется ряд волн β_n^+ , отходящих от решетки вниз по потоку, ряд отраженных волн γ_n^- с коэффициентами отражения $R_{0, n}^{(2)}$, а также неста-

ционарные вихревые следы за пластинами. Амплитуды прошедших и отраженных волн и интенсивность вихревых следов могут быть получены из решения соответствующей задачи, рассмотренной в работе [6]. Из отраженных волн γ_n^- к переднему срезу решетки вновь приходит только плоская волна γ_0^- , опять появляются отраженные волны γ_n^+ (коэффициенты отражения $R_{0,n}^{(1)}$) и вышедшие из решетки волны β_n^- (коэффициенты прохождения $S_{0,n}^{(1)}$), и т. д. Поле давления в свободном полупространстве перед решеткой состоит так же, как и в случае решетки полубесконечных пластин, из бесконечного числа волн β_n^-

$$p(z', y', t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} p_n \exp \left\{ i\pi \left[\frac{\beta_n^-}{\sqrt{1-M^2}} \frac{z'}{c} - \kappa'(\beta_n^-) \frac{y'}{c} \right] \right\} e^{-i\omega t}$$

$$(z' > y' \operatorname{tg} \vartheta)$$

причем комплексная амплитуда p_n каждой из них складывается из амплитуды P_n волны β_n^- , образующейся при взаимодействии волны завихренности с передним срезом решетки, и амплитуд волн β_n^- , появляющихся в результате процесса многократных отражений внутренних волн γ_0^+ и γ_0^- от переднего и заднего срезов решетки

$$p_n = \left\{ P_n + Q_n R_{0,0}^{(2)} \exp \left(ik \frac{2b}{1-M^2} \right) S_{0,n}^{(1)} \times \right. \\ \left. \times \left[1 + R_{0,0}^{(1)} R_{0,0}^{(2)} S_{0,n}^{(1)} \exp \left(ik \frac{2b}{1-M^2} \right) + \dots \right] \right\} \quad (3.2)$$

Коэффициенты $R_{0,0}^{(1)}$, $R_{0,0}^{(2)}$, $S_{0,n}^{(1)}$ были получены в работе [6]. Выражение в квадратных скобках в (3.2) представляет собой бесконечно убывающую геометрическую прогрессию, просуммировав которую, получаем

$$p_n = \rho_0 a A \left\{ P_n + Q_n R_{0,0}^{(2)} S_{0,n}^{(1)} \exp \left(ik \frac{2b}{1-M^2} \right) \times \right. \\ \left. \times \left[1 - R_{0,0}^{(1)} R_{0,0}^{(2)} S_{0,n}^{(1)} \exp \left(ik \frac{2b}{1-M^2} \right) \right]^{-1} \right\} \quad (3.3)$$

Аналогично могут быть получены выражения для поля давления внутри решетки, в свободном полупространстве за решеткой, а также для интенсивности вихревых следов за пластинами.

Следует отметить, что диапазоны частот колебаний и густоты решетки (3.1), в которых справедливо полученное решение, могут быть существенно расширены, если при решении учитывать вклад волн γ_n^+ и γ_n^- с более высокими номерами.

Волны давления β_n^- перед решеткой имеют различный характер в зависимости от номера волны n . При n , удовлетворяющих соотношению

$$\left[q \frac{M \sin \vartheta - \sqrt{1-M^2 \cos^2 \vartheta}}{\cos \vartheta (1-M^2)} - \eta \right] < n < \left[q \frac{M \sin \vartheta + \sqrt{1-M^2 \cos^2 \vartheta}}{\cos \vartheta (1-M^2)} - \eta \right] \quad (3.4)$$

величины β_n^- действительные и соответствующие волны плоские, т. е. их амплитуды не изменяются при удалении от решетки. При n , лежащих вне диапазона (3.4), β_n^- — комплексные, волны поверхностные, и их амплитуды экспоненциально уменьшаются по мере удаления от решетки. Поверхностные волны распространяются вдоль фронта решетки и не переносят

акустической энергии в направлении, нормальном к фронту. Таким образом, вклад в акустическую мощность, излучаемую при взаимодействии волны завихренности с решеткой, вносит лишь конечное число волн давления β_n^- , номера которых определяются из (3.4), а интенсивность — из (3.3).

Зависимость плоских волн β_n^- от координат z' и y' можно представить в более наглядном виде

$$p_n \exp \left[\frac{iK}{1 - M \cos \alpha_n} (z' \cos \alpha_n + y' \sin \alpha_n) \right] e^{-i\omega t}$$

где α_n — угол между фронтом волны и осью y' , который определяется из следующих выражений:

$$\cos \alpha_n = \frac{\beta_n^-}{q\sqrt{1 - M^2} + M\beta_n^-}, \quad \sin \alpha_n = \frac{(n + \eta)\sqrt{1 - M^2} - \beta_n^- \operatorname{tg} \phi}{q\sqrt{1 - M^2} + M\beta_n^-}$$

Для определения спектрального состава излучения (шума) при взаимодействии волны завихренности с решеткой вновь вернемся в неподвижную систему координат z, y по формулам (1.1). Выражение для поля давления перед решеткой принимает вид

$$p(z, y, t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} p_n \exp \left[\frac{iK_n}{1 - M_0 \cos \theta_n} (z \cos \theta_n + y \sin \theta_n) \right] e^{-i\omega_n t} \quad (3.5)$$

где $\omega_n = 2\pi n N z_p$, $k_n = \omega_n / a$, $M_0 = M \cos \phi$ — число Маха набегающего потока в неподвижной системе координат, $\theta_n = \alpha_n + \phi$ — угол между фронтом плоской волны p_n и фронтом решетки (осью y).

Из (3.5) следует, что в неподвижной системе координат генерируются звуковые колебания на разных частотах, кратных частоте следования пластин решетки. Каждой частоте $n N z_p$ соответствуют две волны — p_n и p_{-n} , причем все волны p_{-n} ($n = 1, 2, \dots$) поверхностные, т. е. не переносят акустической энергии вдоль оси, а волны p_n могут быть как плоскими, так и поверхностными. Таким образом, интенсивность какой-либо n -й гармоники излучения равна акустической мощности, переносимой плоской волной p_n в направлении, нормальном к фронту решетки. Выражение для величины этой мощности, как несложно показать, имеет вид

$$W_n = (\rho_0 a)^{-1} (1 - M_0 \cos \theta_n) (\cos \theta_n - M_0) |p_n|^2$$

Произведенные расчеты показали, что неравномерность скорости порядка десятой доли процента от скорости основного потока может приводить к излучению акустической мощности до 110—115 дБ.

В случае, когда волна p_n поверхностная, акустическая мощность, излучаемая на частоте $n N z_p$, равна нулю. Это происходит при значениях n , лежащих вне диапазона (3.4).

Условие отсутствия излучения на частоте $n N z_p$ можно записать в более удобном виде

$$\frac{n z_p}{m} < \frac{\sqrt{1 - (c_a^* M_u)^2}}{\sqrt{1 - (c_a^* M_u)^2} + M_u} \quad \text{или} \quad \frac{n z_p}{m} > \frac{\sqrt{1 - (c_a^* M_u)^2}}{\sqrt{1 - (c_a^* M_u)^2} - M_u}$$

$$(M_u = u_k / a)$$

В заключение отметим возможность обобщения полученных выше результатов на шум следового взаимодействия соседних лопаточных венцов турбомашин, который генерируется в результате пересечения лопатками последующего венца вихревых следов за лопатками предшествующего венца, поскольку неравномерность потока, вызванная вихревыми следами, уже на расстояниях порядка долей хорды от задних кромок лопаток предшествующего венца может быть описана с достаточной степенью точности с помощью рассмотренной в п.1 модели. В частности, из изложенного выше анализа непосредственно следует, что шум следового взаимодействия рабочего колеса с предшествующим направляющим аппаратом генерируется лишь на частотах, кратных частоте следования лопаток рабочего колеса. Можно показать, что в спектре шума, генерируемого при следовом взаимодействии рабочего колеса с выходным направляющим аппаратом, также имеются лишь дискретные составляющие на частоте следования лопаток рабочего колеса и ее гармониках. С помощью выражения (3.4) могут быть получены формулы, позволяющие в зависимости от режима работы ступени выбирать соотношения чисел лопаток в соседних венцах таким образом, чтобы шум определенной частоты не излучался в окружающее пространство. Результаты, изложенные в п.3, позволяют исследовать также интенсивность шума взаимодействия.

Авторы благодарят Л. А. Вайнштейна, А. Н. Крайко, Р. А. Шипова за полезные обсуждения работы и ряд ценных замечаний.

Поступило 20 IX 1971

ЛИТЕРАТУРА

1. Tyler J. M., Sofrin T. G. Axial flow compressor noise study. SAE Trans., 1964, pp. 309—322.
2. Самойлович Г. С. Неустановившийся вихревой поток вокруг решетки тонких вибрирующих профилей. ПММ, 1964, т. 25, вып. 5.
3. Самойлович Г. С. О неустановившихся аэродинамических силах и динамических напряжениях в лопатках при резонансных колебаниях, вызванных вихревыми следами. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1962, № 4.
4. Whitehead D. S. Force and moment coefficient for vibrating aerofoils in cascade. Aeronaut. Res. Council Rep. and Mem., M., 1962, No. 3254.
5. Горелов Д. Н. О колебаниях профилей решетки в неравномерном потоке несжимаемой жидкости. Изв. АН СССР, МЖГ, 1969, № 4.
6. Трахтенбойт М. А. Распространение волн малых возмущений через решетку пластин, обтекаемую дозвуковым потоком газа. Изв. АН СССР, МЖГ, 1971, № 4.