

## НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ЭЛЕКТРОГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ СТРУЙ ЗА СРЕЗОМ ИСТОЧНИКА ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

В. И. ГРАВОВСКИЙ

(Москва)

Исследуются явления, происходящие в струе несжимаемой жидкости, распространяющейся за срезом источника заряженных частиц, при малом параметре электрогидровзаимодействия. В рамках одномерной теории показано наличие режима максимального тока выноса из источника — режима насыщения. Обнаружено, что ток выноса можно значительно уменьшить при удалении от заземленного источника поверхности-коллекторов. Проводится численное решение модельной двумерной задачи с целью изучения распределения электростатических параметров в плоском канале с проводящими стенками.

Исследования электрогидродинамических (ЭГД) течений униполярно заряженной жидкости, которые характеризуются тем, что значения концентраций нейтральной компоненты ( $n_a \sim 10^{19} \text{ см}^{-3}$ ) и заряженных частиц одного знака ( $n \sim 10^{10} \text{ см}^{-3}$ ) связаны соотношением  $n/n_a \ll 1$ , электрические поля достигают  $\sim 10-20 \text{ кВ/см}$  и действующая на жидкость объемная сила в основном связана с электрическим полем, проводятся на основе уравнений электрогидродинамики, приведенных, например, в работах [1, 2]. Заметим, что одномерные электрогидродинамические течения уже исследовались при различных предположениях (например, [2, 3]). Трудность таких исследований состоит в правильной формулировке граничных условий. Вид граничного условия существенно влияет на окончательные результаты и выделяет область практического приложения полученного решения. В данной работе в рамках одномерной теории анализируется воздействие начальной концентрации заряженных частиц на процесс выноса заряженных частиц из источника.

Однако одномерная теория не всегда позволяет правильно определить характеристики электрогидродинамических устройств [4]. В связи с этим значение приобретает исследование пространственных (двумерных) задач. Ниже представлено, в частности, решение двумерной задачи, которое позволяет выяснить влияние проводящих поверхностей, окружающих униполярно заряженный поток. Отметим, что результаты экспериментальных и более общих теоретических исследований в электрогидродинамических струях представлены в [5].

1. Рассмотрим движение униполярно заряженной жидкости в пространстве между плоскостями  $x = 0$  и  $x = L$ . Плоскость  $x = 0$  моделирует одну из сеток коронирующей системы (источник заряженных частиц находится левее этой сетки). Сетка  $x = L$  создает условия для замыкания тока, выносимого за сетку  $x = 0$ . В дальнейшем будет предполагаться, что величина электрического потенциала при  $x = L$  равна нулю. В случае, когда источник заряженных частиц заземлен, электрический потенциал сетки  $x = 0$  также равен нулю. Коронирующая система обдувается потоком жидкости, направленным вдоль оси  $x$ , в результате чего заряженные частицы выносятся за сетку  $x = 0$  и создают пространственный заряд между сетками. Возникающее индуцированное электрическое поле ограничивает вынос заряженных частиц. В результате устанавливается некоторое стационарное распределение электрических параметров. Работа устройства характеризуется величиной тока «выноса», пропорционального расходу заряженной компоненты в струе. Величина тока изменяется от нуля до некоторого максимального значения, когда источник заряженных частиц работает в режиме насыщения.

Как было показано в [5], параметр электрогидровзаимодействия для таких течений намного меньше единицы; поэтому поле гидродинамической скорости в первом приближении можно считать заданным и рассматривать только систему «электрических» уравнений [5]

$$\Delta\varphi = -4\pi\epsilon^{-1}q, \quad \text{div } \mathbf{j} = 0, \quad \mathbf{j} = q(\mathbf{V} + b\mathbf{E}), \quad \mathbf{E} = -\nabla\varphi \quad (1.1)$$

Здесь  $\epsilon$  — диэлектрическая проницаемость,  $q$  — плотность объемного электрического заряда (которая связана с плотностью заряженных частиц  $n$  и зарядом одной частицы  $e$  соотношением  $q = en$ ),  $b$  — подвижность заряженных частиц,  $\varphi$  — электрический потенциал,  $\mathbf{j}$  и  $\mathbf{E}$  — векторы плотности электрического тока и напряженности электрического поля,  $\mathbf{V}$  — вектор скорости жидкости.

Сформулируем граничные условия для системы уравнений (1.1). Как было указано выше,  $\varphi = 0$  при  $x = 0$  и  $x = L$ . Очевидно, что  $\varphi \rightarrow 0$  при  $y \rightarrow \infty$ . Для замыкания задачи необходимо также задать в плоскости  $x = 0$  распределение плотности заряда:  $q = q_* \mu(y/L)$  при  $x = 0$  ( $q_* = \text{const}$ ,  $y$  — расстояние от оси струи; здесь

и везде далее звездочка внизу обозначает характерные значения величин). Последнее граничное условие должно учитывать работу источника заряженных частиц, т. е. коронирующей системы. Так как в пространстве  $x > 0$  индуцируются не очень большие электрические поля, то можно считать, что  $\varepsilon = \text{const}$ ,  $b = \text{const}$ .

Перейдем к безразмерным переменным по формулам

$$\varphi = \frac{v_* L}{b} \Phi, \quad q = \frac{\varepsilon v_*}{4\pi b L} Q, \quad j = \frac{\varepsilon v_*^2}{4\pi b L} i, \quad V = v_* U \quad (1.2)$$

$$J = \int_{-\infty}^{\infty} j_x dy = \varepsilon v_*^2 / (4\pi b) I, \quad x = L\xi, \quad y = L\eta$$

(Суммарный продольный ток  $J$  в (1.2) соответствует плоской геометрии течения.) Тогда система уравнений (1.1) с граничными условиями примет вид

$$\Delta\Phi = -Q, \quad \nabla Q(\mathbf{U} - \nabla\Phi) = -Q^2, \quad i = Q(\mathbf{U} - \nabla\Phi)$$

$$\Phi = 0, \quad Q = \beta\mu(\eta) \quad (\xi = 0), \quad \beta = \frac{4\pi b L}{\varepsilon v_*} q_* \quad (1.3)$$

$$\Phi = 0 \quad (\xi = 1), \quad \Phi \rightarrow 0 \quad (\eta \rightarrow \infty)$$

При выводе второго уравнения в системе (1.3) предполагалось, что среда несжимаема ( $\text{div } \mathbf{U} = 0$ ). Согласно (1.3) решение зависит от безразмерного параметра  $\beta$ . Известно, что увеличение потенциала коронного разряда при фиксированной скорости жидкости приводит к возрастанию тока выноса  $I_0 = I$  ( $\xi = 0$ ). Однако этот рост не может быть неограниченным [5]. Действительно, существует величина  $I_{\text{max}}$ , при которой на выходе из коронирующей системы величина электрического поля становится столь значительной, что скорость жидкости  $\mathbf{U}$  и направленная против движения скорость дрейфа  $-\nabla\Phi$  уравниваются одна другой. Очевидно, этот режим характеризуется бесконечно большой плотностью электрического заряда в плоскости  $\xi = 0$  ( $\beta = \infty$ ).

Рассмотрим случай, когда все электрические и гидродинамические параметры изменяются только в осевом направлении. Тогда система уравнений (1.3) записывается следующим образом:

$$\Phi'' = -Q, \quad i = Q(U - \Phi') = \text{const} \quad (1.4)$$

$$\Phi = 0, \quad Q = \beta \quad (\xi = 0), \quad \Phi = 0 \quad (\xi = 1)$$

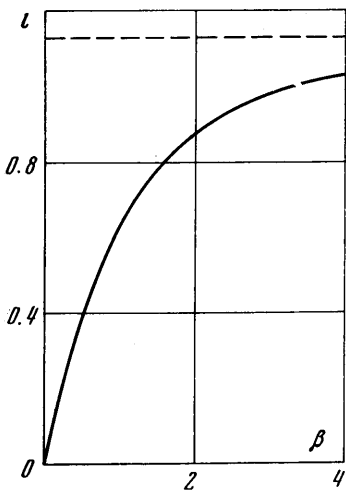
Здесь штрих означает дифференцирование по переменной  $\xi$ , а  $i$  и  $U(\xi)$  — продольные компоненты векторов  $i$  и  $\mathbf{U}$ . Наиболее просто проинтегрировать систему уравнений (1.4) при  $U(\xi) \equiv 1$ . Из решения можно выразить ток выноса  $i$  как функцию параметра  $\beta$ . На фиг. 1 изображена полученная зависимость  $i(\beta)$ , иллюстрирующая наличие режима насыщения при  $\beta \rightarrow \infty$ . Решение системы (1.4), соответствующее режиму насыщения, имеет вид

$$\Phi(\xi) = \xi(1 - \sqrt{\xi}), \quad Q(\xi) = 3 / (4\sqrt{\xi}), \quad i = 9/8 \quad (1.5)$$

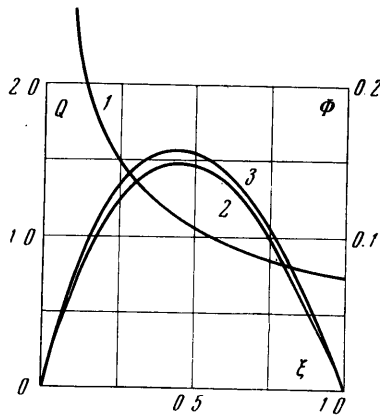
На фиг. 2 показаны зависимости  $Q(\xi)$  (кривая 1) и  $\Phi(\xi)$  (кривая 2). Полученные распределения электрических параметров качественно согласуются с результатами экспериментального исследования параметров на оси струи (см. фиг. 5 в работе [5]). В размерных переменных решение (1.5) записывается в следующем виде:

$$\varphi = \frac{v_* x}{b} \left[ 1 - \left( \frac{x}{L} \right)^{1/2} \right], \quad q = \frac{3\varepsilon v_*}{16\pi b \sqrt{xL}}, \quad j = \frac{9\varepsilon v_*^2}{32\pi b L} \quad (1.6)$$

Исследуем распределение электрических параметров при больших расстояниях между сетками ( $L \rightarrow \infty$ ). Согласно (1.6) в центральной области рабочего промежутка  $0 < x < L$  (например, при  $x = L/2$ ) плотность объемного заряда стремится к нулю, а потенциал принимает бесконечно большие значения. Ток выноса при  $L \rightarrow \infty$  монотонно убывает, а суммарный заряд в



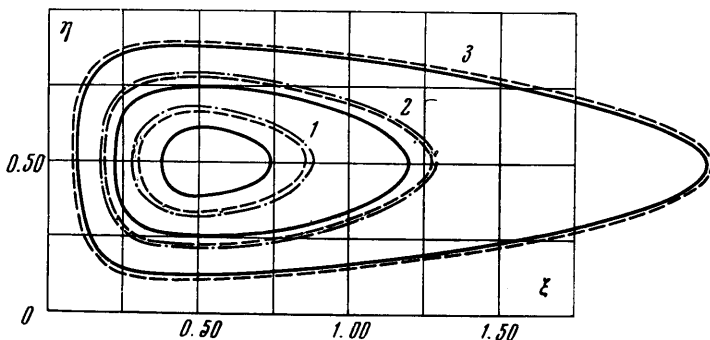
Фиг. 1



Фиг. 2

объеме  $0 < x < L$  стремится к конечной величине. Полученное решение показывает, что при удалении от заземленного источника поверхностей — коллекторов токи выноса могут быть значительно уменьшены. Уменьшение до нуля величины тока выноса при бесконечном расстоянии между сетками объясняется отсутствием в однородном приближении условия замыкания тока.

При  $U(\xi) \neq 1$  решение системы (1.4) легко находится численным интегрированием. На фиг. 2 изображено распределение потенциала (кривая 3) при  $\beta = \infty$  и



Фиг. 3

спадающей в осевом направлении скорости  $U(\xi) = (1 + \xi)^{-1}$  (такое распределение скорости приближенно соответствует продольному изменению скорости на основном участке затопленной турбулентной струи). Учет уменьшения скорости в осевом направлении, как видно из фиг. 2, приводит к увеличению максимума потенциала в области  $0 < \xi < 1$ . Отметим, что при  $U(\xi) \neq 1$  ток насыщения оказывается меньше, чем при постоянной скорости. Этот вывод справедлив и для других зависимостей скорости, монотонно убывающих от значения  $U(0) = 1$ .

2. Известно, что вынос электрического заряда из какого-либо тела может привести к зарядке тела до высокого потенциала. Это повышает вероятность возникновения электрических разрядов на тело (или с тела). Для уменьшения вероятности разряда необходимо снизить потенциал тела или уменьшить токи выноса во время зарядки. Один из способов уменьшения потенциала — помещение в поток металлических пластин, электрически связанных с источником заряженных частиц [5]. В этом случае вектор электрического тока имеет компоненту, направленную нормально к пластинам, что позволяет части тока возвращаться в источник.

Рассмотрим стационарный режим работы такого источника в начальный момент зарядки, когда струя вытекает из источника с нулевым потенциалом. Пусть в плоском канале  $\xi \geq 0, 0 \leq \eta \leq 1$  течет невязкая несжимаемая униполярно заряженная жидкость со скоростью  $U = \{1, 0, 0\}$ . (Здесь характерной длиной является высота канала, а характерной скоростью — величина скорости при  $\xi = 0$ .) В этом случае полубесконечные стенки  $\eta = 0, \eta = 1$  выполняют функции металлических пластин, вносимых в поток, а сечение  $\xi = 0$  моделирует сетку за срезом источника заряженных частиц. Как и в п. 1, будем считать, что в этом сечении выполняется условие  $Q = \beta = \text{const}$  при  $\xi = 0$ . Так как стенки канала идеально проводящие и электрически связаны с сечением  $\xi = 0$ , то потенциал на всей границе канала равен одной и той же постоянной величине, которая в дальнейшем принята равной нулю. Следует отметить существенную двумерность процессов, происходящих в таком канале.

Распределение электрических параметров описывается системой уравнений (1.3), которая в данном случае имеет вид

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \eta^2} = -Q, \quad \frac{\partial Q}{\partial \xi} \left( 1 - \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right) - \frac{\partial Q}{\partial \eta} \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} = -Q^2 \quad (2.1)$$

$$\Phi = 0, \quad Q = \beta \quad (\xi = 0), \quad \Phi = 0 \quad (\eta = 0, 1, \xi \rightarrow \infty)$$

Нелинейная система (2.1) содержит два уравнения, первое из которых эллиптическое, а второе гиперболическое. Решение системы (2.1) проводилось численно с применением метода последовательных приближений. Расчетная схема состояла в следующем: по распределению заряда  $Q = Q^{(k-1)}$  с помощью первого уравнения (2.1) находился потенциал  $\Phi^{(k)}$ , а затем из второго уравнения (2.1), в котором полагалось  $\Phi = \Phi^{(k)}$ , определялся объемный электрический заряд  $Q = Q^{(k)}$  в  $k$ -ом приближении ( $k = 1, 2, 3, \dots$ ). В качестве нулевого приближения для электрического заряда задавалось некоторое «начальное» распределение  $Q^{(0)}$ . Этот процесс продолжался вплоть до удовлетворения обоих уравнений (2.1) с заданной точностью. Уравнение Пуассона интегрировалось методом последовательных смещений Зейделя с ускорением по формуле Люстерника [6]. Разбиение области на ячейки производилось квадратной сеткой. Второе уравнение (2.1) интегрировалось методом обратных характеристик. Уравнение характеристик имеет вид

$$\frac{d\eta}{d\xi} = - \frac{\partial \Phi / \partial \eta}{1 - \partial \Phi / \partial \xi} \quad (2.2)$$

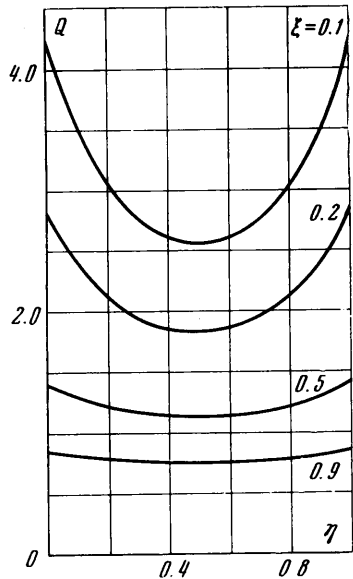
а изменение плотности заряда вдоль характеристик находится из соотношения

$$\frac{dQ}{Q^2} = - \frac{d\xi}{1 - \partial \Phi / \partial \xi} \quad (2.3)$$

причем в формулах (2.2) и (2.3) используются значения производных потенциала, найденного из предыдущего приближения.

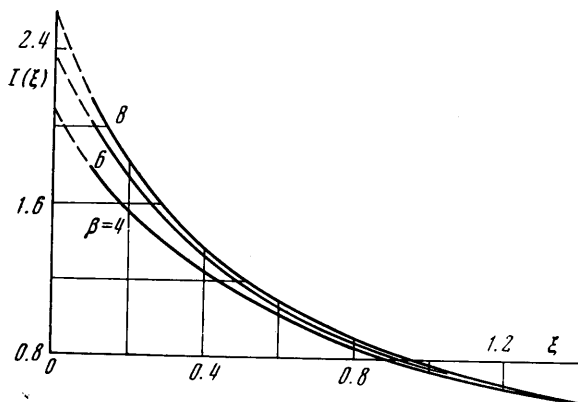
Формула (2.2) определяет траектории движения заряженных частиц, которые вследствие действия поперечных электрических сил отклоняются от прямолинейных.

Некоторые результаты интегрирования системы уравнений (2.1) показаны на фиг. 3—6. На фиг. 3 изображены линии равного потенциала. На линиях 1, 2, 3 потенциал  $\Phi$  соответственно равен 0.1, 0.08, 0.05. Сплошными линиями соответствует  $\beta = 4$ , пунктирными —  $\beta = 6$ , штрих-пунктирными —  $\beta = 8$ . Увеличение параметра  $\beta$  сопровождается ростом максимальной величины потенциала в канале (при  $\beta = 4, 6, 8$  максимум потенциала равен 0.105, 0.109, 0.112 соответственно). Однако положение зоны с максимальным потенциалом изменяется незначительно; эта зона находится на расстоянии порядка половины калибра канала от начального сечения. Следует отметить, что в области максимума потенциала на стенках канала при всех  $\beta$  возникают наибольшие поперечные электрические поля.



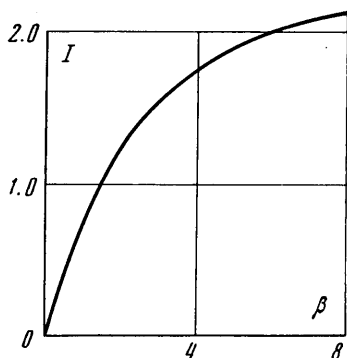
Фиг. 4

На фиг. 4 нанесены эпюры  $Q(\eta)$  в различных сечениях ( $\beta = 8$ ). При любом  $\eta$  плотность электрического заряда уменьшается вдоль канала, причем на оси канала это происходит наиболее быстро. Обратим внимание на качественное отличие полученных эпюр  $Q(\eta)$  от соответствующих поперечных распределений  $Q$  в затопленной струе униполярно заряженной жидкости (см. [2]). Если на оси струи находятся максимумы плотности заряда, то при течении в канале максимумы заряда нахо-



Фиг. 5

дятся на стенках, а минимумы — на оси канала. Это связано с расталкиванием зарядов в канале под действием собственного электрического поля и наличием ограничивающих поток жидкости стенок. Отметим, что хотя проводящие стенки и забирают из потока заряженные частицы, у стенок скапливается значительный заряд, но эта неравномерность становится малой уже на расстоянии порядка калибра канала от начального сечения.



Фиг. 6

На фиг. 5 показана зависимость суммарного продольного тока  $I$  от координаты  $\xi$  при различных значениях  $\beta$ . Величина  $I$  убывает по длине канала вследствие отвода заряженных частиц из основного потока через боковые стенки канала. С ростом  $\beta$  увеличивается скорость уменьшения тока  $I$  в начальной зоне канала, так что при  $\xi \rightarrow \infty$  асимптотика функций  $I(\xi)$  при всех  $\beta$  становится одинаковой. Таким образом, собственные электрические поля «саморегулируют» процессы выноса заряда в осевом направлении и его «отбора» из потока при помощи боковых стенок.

На фиг. 6 изображена зависимость величины  $I$  от параметра  $\beta$  для фиксированного сечения  $\xi = 0.1$ . При увеличении  $\beta$  функция  $I(\beta)$  стремится к некоторому асимптотическому значению. Следует ожидать, что такая же асимптотика имеет место и в сечении  $\xi = 0$ . (Использованный метод расчета не дает возможности вычислить  $I$  при  $\xi = 0$  с достаточной точностью.) Это свидетельствует в пользу возможности существования режима насыщения, который был описан в работе [2]. При  $\beta \rightarrow \infty$  вблизи сечения  $\xi = 0$  возникают большие градиенты величины электрического заряда. В этом случае точность метода характеристик при фиксированном разбиении области канала значительно ухудшается. Поэтому приводимые в статье результаты относятся только к значениям  $\beta < 10$ .

В заключение автор благодарит А. Б. Ватажина за постоянное внимание к работе.

Поступило 14 IV 1971

## ЛИТЕРАТУРА

1. Гогосов В. В., Полянский В. А., Семенова И. П., Якубенко А. Е. Уравнения электрогидродинамики и коэффициенты переноса в сильном электрическом поле. Изв. АН СССР, МЖГ, 1969, № 2.
2. Бортник Ю. С., Рубашов И. Б. Некоторые вопросы исследования систем уравнений электрогазодинамики. Магнитная гидродинамика, 1968, № 2.

3. Гогосов В. В., Полянский В. А., Семенова И. П., Якубенко А. Е. Одномерные течения в электрогидродинамике. ПММ, 1969, т. 33, № 2.
4. Семенова И. П., Якубенко А. Е. Электрогидродинамические течения в каналах при малом параметре взаимодействия. Изв. АН СССР, МЖГ, 1971, № 1.
5. Ватажин А. Б., Лихтер В. А., Шутьгин В. И. Исследования электрогазодинамической струи за источником заряженных частиц. Изв. АН СССР, МЖГ, 1971, № 5.
6. Вазов В., Форсайт Дж. Разностные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных. М., Изд-во иностр. лит., 1963.

УДК 531/534:0.61.3

### ШКОЛА ПО ПРОБЛЕМАМ МЕХАНИКИ СПЛОШНОЙ СРЕДЫ

Школа была организована Советом молодых ученых и Институтом механики МГУ совместно с Институтом математики и механики АН АрмССР (председатель оргкомитета — С. С. Григорян, заместитель председателя — М. А. Задоян) и проходила с 19 по 29 апреля 1971 г. в Дилижане.

Тематика школы определялась научными интересами организаторов и охватывала широкий круг современных проблем механики твердого деформируемого тела, механики горных пород и грунтов и газовой динамики.

В работе школы участвовали около 100 ученых, специализирующихся по ее тематике. Программа школы предусматривала заслушивание 20 докладов и проведение по ним широких дискуссий. Обсуждение протекало очень живо, выходя за рамки программы и время заседаний. Дискуссии оказались очень полезными, стимулирующими развитие затронутых проблем и установление полезных научных контактов. В период работы школы ее участники имели возможность ознакомиться с исследованиями, проводимыми АН АрмССР, а также осмотреть некоторые исторические и архитектурные памятники в Дилижане и Ереване.

Ниже приводится полная программа школы и даются краткие сообщения о докладах по профилю журнала.

С докладом «О некоторых общих вопросах построения моделей в механике сплошных сред» выступил Л. И. Седов.

При научном изучении явлений природы всегда необходима разумная схематизация с выделением существенных объектов и параметров и затем четкая математическая постановка задач. Все теории основаны на рассмотрении моделей. Ценность моделей определяется тем, насколько они соответствуют действительности и позволяют предсказывать свойства объекта. Хорошая модель может оказаться полезной даже и тогда, когда она перестает соответствовать уточненным физическим представлениям. В основе механики тоже лежат схематические модели. Законы Ньютона формулируются для материальной точки в евклидовом пространстве и абсолютном времени. Основное содержание первого закона — введение инерциальной системы отсчета, в которой постулируется равномерное движение изолированной точки. Во втором законе Ньютона, основном уравнении механики, фигурирует понятие силы, которое невозможно определить независимо от этого закона. На практике второй закон часто используется непосредственно только для определения силы, и в частности, так обстоит дело при вычислении так называемых сил реакции связей. Этот вопрос был разъяснен докладчиком еще в 1943 г. в связи с методами теории подобия и размерностей; к сожалению, авторы многих учебников до сих пор не представляют себе ясно сути дела. Для околосветовых скоростей физики использовали новое, неевклидово, пространство — время, уточнили второй закон и вновь согласовали расчеты с наблюдениями.

Непосредственно относящаяся к тематике школы понятие сплошной среды тоже является моделью. Для всех моделей сплошной среды существенно представление о пространстве параметров как о континууме. Например, теория разреженных газов вопреки распространенному мнению тоже имеет дело со сплошной средой, как только в этой теории вводится непрерывная функция распределения. Всем известны простейшие модели сплошной среды, которые успешно используются; однако для многих задач их уже недостаточно, и необходимо вводить — изобретать — новые модели с усложненными свойствами, задаваемыми новыми характерными параметрами. Универсальный аппарат получения уравнений, описывающих движение любой сплошной среды, приведен в книге докладчика «Механика сплошных сред», т. I. Он использует функции внутренней  $U$  или свободной  $F$  энергии и диссипативной функции  $\Phi$  в вариационном уравнении, представляющем собой обобщение принципа Лагранжа.

В случае многокомпонентных жидкостей, нейтральных (смеси) и с зарядом (плазма), новые параметры — концентрации компонент. Основной проблемой явля-