

ДАВЛЕНИЕ В ТРУБКЕ ПИТО, НАХОДЯЩЕЙСЯ В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ РАЗРЕЖЕННОГО ГАЗА

Г. А. КОКИН, Е. В. ЛЫСЕНКО

(Москва)

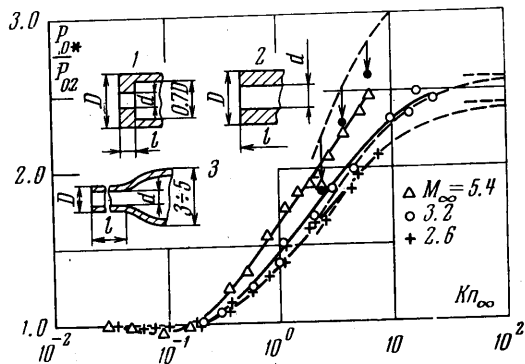
Представлены результаты экспериментального исследования давления в трубке Пито при числах Маха набегающего потока $M_\infty = 2,6, 3,2, 5,4$ и числах Кнудсена в интервалах $0,04-8, 0,2-20$ и $0,04-6$ соответственно. Рассчитаны значения свободно-молекулярных пределов и решена задача о давлении в трубке Пито в почти свободно-молекулярном режиме обтекания в одностолкновительном приближении. Сделана попытка представления полученных данных в универсальном виде, не зависящем от числа M_∞ .

1. Исследование давления в трубке полного напора представляет интерес в связи с тем, что при экспериментах в аэродинамических трубах низкой плотности необходимо знание числа M_∞ , как правило определяемого на основании показаний трубки Пито и величины давления торможения p_0 . Ошибки в определении исходных параметров моделирования (в частности, числа M_∞) приводят к искажению результатов эксперимента. Из анализа работ [1-10] следует, что давление в трубке Пито p_{0*} , помещенной в сверхзвуковой поток разреженного газа, завышено по сравнению с величиной p_{02} , соответствующей давлению торможения за прямым скачком уплотнения, удовлетворяющим соотношению Гюгонио. Это завышение тем больше, чем больше степень разрежения среды. В то же время имеющиеся в литературе экспериментальные работы часто плохо согласуются между собой количественно. Исключение составляют лишь эксперименты для малых чисел Маха ($M_\infty = 1 \div 2$) [5-7]. К тому же при $M_\infty > 2$ эксперименты (за исключением [9, 10]) охватывают небольшие значения вязких поправок ($p_{0*}/p_{02} = 1,0 \div 1,4$) в области течения со скольжением. При этом неосвещенным остается вопрос о значении свободно-молекулярных пределов и характере приближения к ним. Свободно-молекулярные пределы для отдельных значений числа Маха приведены лишь в работах [9, 10], но в [9] их значение вызывает сомнение.

Обычно поправки представляют в виде графической зависимости $p_{0*}/p_{02} = f(\text{Re}_\infty, M_\infty)$ для различных форм насадка. Авторами [1-3, 8-10] предпринимались попытки создания универсальной кривой поправок, не зависящей от числа M_∞ для насадков определенной формы. Моделирование, как правило, осуществлялось по значению p_{0*}/p_{02} и по параметрам течения на бесконечности или за прямым скачком уплотнения, соответствующим соотношению Гюгонио. Использование величины p_{0*}/p_{02} некорректно, так как в пределе при свободно-молекулярном обтекании, эта величина (p_{0F}/p_{02}) различна для различных чисел M_∞ . В работе [9] вводится относительное завышение давления в трубке Пито $(p_{0*} - p_{02})(p_{0F} - p_{02})^{-1}$, которое представляется единственно возможным для сравнения показаний при различных числах M_∞ . Однако в качестве параметра в [9] используется величина $[\text{Re}_2(\rho_2/\rho_\infty)^{1/2}]^{-1}$, введенная в [8], что может иметь смысл лишь для возмущения, которое мало отличается от прямого скачка, удовлетворяющего соотношению Гюгонио, т. е. когда величина p_{0*}/p_∞ мало отличается от значения, вытекающего из соотношения Рэлея.

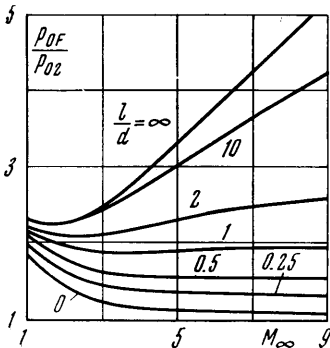
Несмотря на разноречивость работ [1-10], особенно в области значительных вязких поправок, они служат хорошей базой для дальнейших исследований характеристик насадков полного давления.

2. Эксперименты, излагаемые в данной работе, проводились на аэродинамической трубе низкой плотности. Описание трубы, методика эксперимента и измерительная схема приведены в [11]. Трубки полного напора были изготовлены из стекла и представляли собой цилиндры с плоским торцом. Формы использованных трубок показаны на фиг. 1. Внешний диаметр D трубки типа 1 составлял 10 и 15 мм, трубки типа 2 — от 2,97 до 5,35 мм, трубки типа 3 — от 0,085 до 1,41 мм. Параметр d/D изменялся в интервалах 0,1-0,2 для трубок типов 1, 2 и 0,5-0,9 для трубок типа 3; пара-



Фиг. 1

метр l/d равен 1 для трубок типа 1 и 50—100 для трубок типов 2, 3. Давление измерялось манометром Пирани, который вместе с термокомпенсатором приваривался непосредственно к трубке. Тарировка производилась до и после каждого эксперимента по образцовому манометру Мак-Леода. С помощью координатника четыре трубки Пито, одна из которых имела $D = 10 \div 15$ мм, поочередно вводились в поток. Показания исследуемых насадков с учетом отхода скачка уплотнения [12—14] сравнивались



Фиг. 2

с показаниями насадка максимального размера, режим обтекания которого был на основании [1—7] либо континуальным, либо близким к нему (в зависимости от значения M_{∞}). Давление в форкамере и в рабочей камере измерялось манометром Мак-Леода. В качестве рабочего газа применялся осушенный воздух при $T_0 \approx 295^\circ \text{K}$. Использовались четыре осесимметричных сопла, два из которых были профилированными ($M_{\infty} = 2.5$ и 3.2) и два — коническими ($M_{\infty} = 2.6$ и 5.4). Для сопел с $M_{\infty} = 2.5$ и $M_{\infty} = 2.6$ изэнтропические ядра диаметром $20 \div 25$ мм имели место при давлениях в форкамере $p_0 = 5.3 \cdot 10^{-1}$ — $5.7 \cdot 10^{-1}$ и $p_0 = 2.5 \cdot 10^{-1}$ — $3.5 \cdot 10^{-1}$ мм рт. ст. соответственно, для сопла с $M_{\infty} = 3.2$ диаметр ядра составлял $20 \div 30$ мм при $p_0 = 1.6 \cdot 10^{-1}$ — $2.2 \cdot 10^{-1}$ мм рт. ст., а для сопла с $M_{\infty} = 5.4$ — $15 \div 20$ мм при $p_0 = 4.8$ — 6.5 мм рт. ст. Средние длины свободного пробега молекул λ_{∞} в невозмущенном потоке были соответственно равны 0.5, 1.2—0.9, 3.3—2.4, 0.5—0.4 мм.

Коэффициент вязкости рассчитывался с использованием молекулярной модели Леннарда — Джонса [15]. Числа $\text{Kn}_{\infty} = \lambda_{\infty} / D$ изменялись за счет применения трубок Пито различных диаметров. Подбирались различные удаления исследуемых насадков от среза сопла для каждой серии экспериментов с целью обеспечения небольшого разброса чисел Маха от номинальных значений 2.54—2.56, 2.60—2.66, 3.20—3.25 и 5.34—5.42. Зависимость показаний трубок Пито от значений Kn_{∞} при разных M_{∞} представлена на фиг. 1.

В свободно-молекулярном режиме обтекания трубки давление в области анализа согласно [16] равно

$$p_{0F} = p_{\infty} \left(\frac{T_a}{T_{\infty}} \right)^{1/2} \chi(s_{\infty}) \frac{K(s_{\infty}; l/d)}{K(0; l/d)} \quad (2.1)$$

$$s_{\infty} = \frac{u_{\infty}}{v_{\infty}} = \left(\frac{\gamma}{2} \right)^{1/2} M_{\infty}, \quad v_{\infty} = \left(\frac{2kT_{\infty}}{m} \right)^{1/2}$$

$$\chi(s) = \exp(-s^2) + \sqrt{\pi} s (1 + \text{erfs})$$

Здесь u_{∞} — массовая скорость потока, v_{∞} — наиболее вероятная тепловая скорость молекул набегающего потока, l и d — длина и внутренний диаметр трубки, m — масса молекулы, k — постоянная Больцмана, $K(s; l/d)$ — множитель Клаузинга. Значения множителя Клаузинга взяты из работы [17]. Из (2.1) и соотношения Релея следует:

$$\frac{p_{0F}}{p_{02}} = \frac{1}{2B} \left(\frac{T_a}{T_{\infty}} \right)^{1/2} \frac{K(s_{\infty}; l/d)}{K(0; l/d)} \frac{\chi(s_{\infty})}{s_{\infty}^2} \left(1 + \frac{1-\gamma}{4s_{\infty}^2} \right)^{1/(\gamma-1)} \quad (2.2)$$

$$B = \left(\frac{\gamma+1}{2} \right)^{(\gamma+1)/(\gamma-1)} \gamma^{-\gamma/(\gamma-1)}, \quad \gamma = 1.4, \quad B = 0.920$$

На фиг. 2 представлена зависимость свободно-молекулярных пределов от скорости набегающего потока, рассчитанная по соотношению (2.2) для трубок различных удлинений при $T_a = T_0$.

3. Задача об обтекании трубки Пито почти свободно-молекулярным потоком была решена в работе [18]. Предполагалось, что трубка Пито представляет собой полость с отверстием. В данном эксперименте применялась длинная цилиндрическая трубка, для которой, насколько известно авторам, подобных расчетов не имеется. Ниже эта задача рассмотрена для такой трубки.

Предполагается, что молекулы — гладкие, идеально упругие сферы диаметром σ , процессы сорбции на торце и на поверхности внутренней полости трубки отсутствуют, частицы набегающего потока (угол атаки равен нулю) взаимодействуют с поверхностью торца по закону диффузионного отражения, а также реализуется условие полной тепловой аккомодации. Поток из трубки распределяется по закону Кнудсена

отличие состоит в учете проводимости трубки введением множителя Клаузинга [16]. Испускающие поверхности торца и отверстия трубки заменены точечными источниками в фокусе излучающей поверхности. Замена распределенных поверхностных источников точечными оправдана тем, что средняя длина свободного пробега частиц намного превышает D , и поэтому частицы попадают на торец и отверстие трубки под малыми телесными углами.

Распределение молекул по скоростям принято следующим. Для набегающего потока

$$f_{\infty} = n_{\infty} \left(\frac{m}{2\pi k T_{\infty}} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{m w_{\infty}^2}{2k T_{\infty}} \right) \quad (3.1)$$

для молекул, испущенных отверстием трубки

$$f_a = n_a \frac{K(0; l/d)}{K(s_{\infty}; l/d)} \left(\frac{m}{2\pi k T_a} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{m w_a^2}{2k T_a} \right) \frac{\pi r^2}{\rho_a^2} \cos \theta_a \quad (3.2)$$

для молекул, испущенных торцом трубки

$$f_w = n_a \frac{K(0; l/d)}{K(s_{\infty}; l/d)} \left(\frac{T_a}{T_w} \right)^{1/2} \left(\frac{m}{2\pi k T_w} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{m w_w^2}{2k T_w} \right) \frac{\pi (R^2 - r^2)}{\rho_w^2} \cos \theta_w \quad (3.3)$$

Здесь n — числовая плотность; r, R — внутренний и внешний радиусы трубки соответственно; w_{∞}, w_a, w_w — тепловые скорости молекул, принадлежащих указанным потокам; ρ_a, ρ_w — модули радиус-векторов молекул сорта a и w , отсчитываемые от соответствующих фокусов излучающих поверхностей отверстия и торца трубки, θ — угол между вектором тепловой скорости молекулы и продольной осью трубки. Очевидно, что при

$$\rho_a = \sqrt{\pi r}, \quad \rho_w = \sqrt{\pi (R^2 - r^2)}, \quad \theta_{a, w} = 0 \quad (3.4)$$

выражения (3.2) и (3.3) определяют функцию распределения молекул на срезе трубки. Нормировка f_a и f_w произведена по потоку вторичных молекул Q_a , величина которого в плоскости среза трубки согласно [16] связана с параметрами в области анализа соотношением

$$Q_a = \frac{n_a v_a}{2\sqrt{\pi}} \frac{K(0; l/d)}{K(s_{\infty}; l/d)} \quad (3.5)$$

Решение заключалось в расчете числа однократных соударений между молекулами набегающего потока и молекулами, испущенными трубкой. В результате столкновений часть набегающего потока экранируется. В то же время имеют место такие столкновения (когда линия соударения направлена вдоль вектора тепловых скоростей вторичных молекул), которые приводят к возвращению в трубку молекул излучаемого потока. Результирующий поток имеет следующий вид:

$$Q^z = Q_{\infty} - (Q^- - Q^+) \quad (3.6)$$

где Q_{∞} — набегающий поток, Q^- — экранированная часть набегающего потока, Q^+ — возвращающаяся часть экранированной доли потока. Тогда равенство потоков на входе в отверстие трубки

$$Q_a = Q^z \quad (3.7)$$

позволяет определить измеряемое трубкой давление p_{0*} . Для теплоизолированной трубки ($T_a = T_w = T_0$), что соответствует условиям эксперимента, получено соотношение

$$\frac{p_{0*}}{p_{02}} = \frac{p_{0F}}{p_{02}} \left(1 + \frac{s_{\infty}}{2\sqrt{2} \text{Kn}_{\infty}} \left\{ \left[h_1 \left(\frac{T_{\infty}}{T_0} \right)^{1/2} + \frac{h_2}{s_{\infty}} \right] F(s_{\infty}) + \frac{h_1 G(s_{\infty})}{2s_{\infty}} \left(\frac{T_{\infty}}{T_0} \right)^{1/2} \right\} E \left(\frac{r}{R} \right) \right)^{-1} \quad (3.8)$$

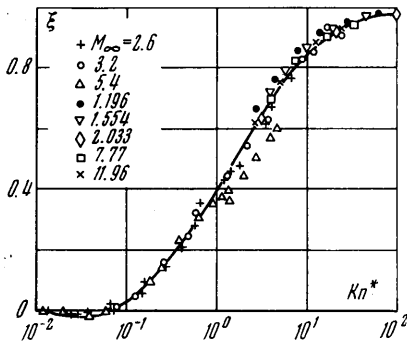
$$h_1 = \frac{3\pi - 2}{6\sqrt{\pi}}, \quad h_2 = \frac{2\pi - 3}{3\pi}, \quad E \left(\frac{r}{R} \right) = \frac{r}{R} + \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]^{1/2}$$

$$F(s) = \frac{1}{2}\sqrt{\pi}(1 + \operatorname{erf} s) - s \exp(-s^2)$$

$$G(s) = (s^2 + 1) \exp(-s^2)$$

Пунктирными кривыми на фиг. 1 показано решение (3.8) для реализованных в эксперименте чисел Маха и отношения $r/R = 0.5$ или $r/R \approx 0.863$.

4. В эксперименте числа Кнудсена, рассчитанные по параметрам невозмущенного потока, для $M_\infty = 2.6, 3.2, 5.4$ достигали $\sim 8, 20$ и 6 соответственно. Поэтому оказалось возможным сравнить измеренные давления в трубке Пито с теоретическими значениями, вычисленными согласно формуле (3.8). Из фиг. 1 видно, что для $M_\infty = 2.6$ и 3.2 наблюдается хорошее согласие теории и эксперимента, несмотря на ряд допущений, заложенных в решение задачи «первых столкновений». Для $M_\infty = 5.4$ экспериментальные данные располагаются ниже теоретических. Это различие, составляющее при больших значениях числа Кнудсена $\sim 15\%$, можно качественно объяснить при помощи поправки на проводимость трубки. При решении задачи первых столкновений предполагалось наличие внутри канала трубки двух не взаимодействующих свободно-молекулярных потоков. При $M_\infty = 2.6-3.2$ указанное предположение реализовалось лучше, так как измеренное давление было в 3-4 раза меньше, чем давление, измеренное при $M_\infty = 5.4$. В переходном режиме течения поток газа в трубке также можно разбить на два направленных навстречу друг другу потока, для которых удельная проводимость трубки (на единицу площади попе-



Фиг. 3

речного сечения) в соответствии с [19] может быть записана в виде для потока из трубки

$$\Phi(0; l/d; p_a) = (1 - \beta)\Phi_K(l/d; p_a) + \beta K(0; l/d)$$

для потока в трубку

$$\Phi(s_\infty; l/d; p_a) = (1 - \beta)\Phi_K(l/d; p_a) + \beta K(s_\infty; l/d) \quad (4.1)$$

Здесь $\beta = \exp(-1/Kn_0)$ — доля молекул, длина свободного пробега которых превышает d , $\Phi_K(l/d; p_a)$ — проводимость трубки в континуальном режиме течения. Число Кнудсена Kn_0 определяется по d и средней длине свободного пробега молекул при давлении p_{0*} . Тогда соотношение (3.5) может быть представлено в виде

$$Q_a = \frac{n_a v_a}{2\sqrt{\pi}} \frac{\Phi(0; l/d; p_a)}{\Phi(s_\infty; l/d; p_a)} \quad (4.2)$$

В результате соотношение (3.8) с учетом (4.2) преобразуется к виду

$$\frac{p_{0*}}{p_{02}} = \frac{C p_{0F}}{p_{02}} \left(1 + \frac{s_\infty}{2\sqrt{2} Kn_\infty} \left\{ \left[h_1 \left(\frac{T_\infty}{T_0} \right)^{1/2} + \frac{h_2}{s_\infty} \right] F(s_\infty) + \frac{h_1 G(s_\infty)}{2s_\infty} \left(\frac{T_\infty}{T_0} \right)^{1/2} \right\} E \left(\frac{r}{R} \right) \right)^{-1} \quad (4.3)$$

Здесь C — поправка на проводимость, определяемая соотношением

$$C = \left[\frac{K(0; l/d)}{K(s_\infty; l/d)} \frac{q}{Kn_0} + \beta \right] \left[\frac{q}{Kn_0} + \beta \right]^{-1} \quad q = (1 - \beta) \frac{\pi}{32} \frac{d/l}{K(0; l/d)} \quad (4.4)$$

На фиг. 1 изображены точки со стрелками, которые характеризуют влияние поправки (4.4). Величина Kn_0 была вычислена по измеренным значениям давления в трубках Пито, использованных в эксперименте. Видно, что поправленные теоретические значения смещаются в сторону меньших значений p_{0*}/p_{02} , что свидетельствует о справедливости принятых допущений.

На основании полученных данных была предпринята попытка построить универсальную кривую поправок, не зависящую от чисел Маха набегающего потока. Степень разрежения, очевидно, могли бы характеризовать числа Кнудсена Kn^* , определенные по параметрам газа в сжатом слое вблизи критической точки. В ли-

нейном приближении к параметрам в сжатом слое

$$Kn^* = Kn_2(1 - \xi) + Kn_\infty \xi, \quad \xi = (p_{0*} - p_{02})(p_{0F} - p_{02})^{-1}$$

При малых числах Кнудсена и числах $M_\infty > 2$ параметр Kn^* совпадает с параметром, полученным в работе [8] на основании анализа уравнений Навье — Стокса. В режиме, близком к свободно-молекулярному, $Kn^* \rightarrow Kn_\infty$ — параметру, подтвержденному структурой соотношения (3.8).

На фиг. 3 представлена зависимость $\xi = \xi(Kn^*)$, полученная по результатам эксперимента и расчетов, произведенных по соотношению (3.8). Значениями $M_\infty = 2.6, 3.2, 5.4$ на фиг. 3 соответствуют данные эксперимента, остальным значениям M_∞ — результаты теоретического расчета. При помощи кривой, представленной на фиг. 3, можно определить число Маха по измеренному значению давления в трубке Пито. При этом нужно учитывать, что при $Kn_0 < 1$ и при $1 < Kn^* < 10$ необходимо вводить поправку на проводимость трубки по формуле (4.4). Вопрос о введении поправки на проводимость при $Kn^* < 1$ пока еще не выяснен, хотя можно предполагать, что при этих условиях внутри трубки устанавливается почти континуальный режим, при котором градиент давления вдоль оси практически отсутствует. Пренебрежение поправкой на проводимость трубки приводит к максимальной ошибке в числе Маха, равной 0.2 для $M_\infty = 5.4$.

Поступило 29 V 1970

ЛИТЕРАТУРА

1. Костерин С. И., Ющенкова Н. И., Белова Н. Т., Камаев Б. Д. Исследование влияния разреженного сверхзвукового потока на показания зондов полного напора. Инж.-физ. ж., 1962, т. 5, № 12.
2. Сухнев В. А. Об определении поправок к показаниям насадков полного напора в сверхзвуковом потоке разреженного газа. Изв. АН СССР, Механика и машиностроение, 1964, № 5.
3. Евсеев Г. А. Экспериментальное исследование течения разреженного газа. Изв. АН СССР, 1965, № 3.
4. Перов С. П. Измерения коэффициентов давления трубок Пито в сверхзвуковых потоках. Тр. Центральной аэрологической обсерватории, 1967, вып. 77.
5. Хэрлбут. Методика измерений, визуализация течений. Сб. «Газодинамика разреженных газов», М., Изд-во иностр. лит., 1963.
6. Клейден. Аэродинамическая труба малой плотности. Сб. «Газодинамика разреженных газов», М., Изд-во иностр. лит., 1963.
7. Touryan K. J., Drake Jr. Flow investigations in delaval supersonic nozzles at very low pressures. In: Rarefied gas dynamics, Suppl. 2, vol. 2; New York, London, Acad. Press., 1963.
8. Поттер, Бейли. Давление в области критической точки затупленных тел, обтекаемых потоком разреженного газа. Ракетная техника и космонавтика, 1964, № 4.
9. Rogers K. W., Wainwright J. B., Touryan K. J. Impact and static pressure measurements in high speed flows with transition Knudsen numbers. In: Rarefied gas dynamics, Suppl. 3, vol. 2; New York, London, Acad. Press., 1966.
10. Pollard M. G., B. Sc., Grad R. A.e. S. Internation of impact pressures in rarefied gas flows. In: Rarefied gas Dynamics, Suppl. 5, vol. 4, New York, London, Acad. Press., 1969.
11. Перов С. П. Измерение коэффициента аккомодации воздуха на металлических нитях. Тр. Центральной аэрологической обсерватории, 1965, вып. 61.
12. Липман Г. В., Рошко А. Элементы газовой динамики. М., Изд-во иностр. лит., 1960.
13. Авдучевский В. С., Иванов А. В. Течение разреженного газа вблизи передней критической точки затупленного тела при гиперзвуковых скоростях. Изв. АН СССР, МЖГ, 1968, № 3.
14. Иванов А. В. Экспериментальное исследование влияния чисел Маха и Рейнольдса на структуру сверхзвукового потока разреженного газа в окрестности передней критической точки затупленного тела. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 3.
15. Гиршфельдер Дж., Кертисс Ч., Берд Р. Молекулярная теория газов и жидкостей. М., Изд-во иностр. лит., 1961.
16. Ивановский А. И. Взаимодействие измерительного прибора с потоком разреженного газа. Тр. Центральной аэрологической обсерватории, 1966, вып. 72.
17. Роте, Лиу. Насадок полного напора произвольной длины для свободно-молекулярного потока. Ракетная техника и космонавтика, 1963, № 1.
18. Лю В. К. О давлении в трубке Пито в почти свободном молекулярном течении. Механика. Период. сб. перев. иностр. статей, 1959, № 4 (56).
19. Девиен М. Течения и теплообмен разреженных газов. М., Изд-во иностр. лит., 1962.