УДК 533.6.011.72 : 534.222.2

УСТОЙЧИВОСТЬ ПЛОСКОЙ ИОНИЗИРУЮЩЕЙ УДАРНОЙ ВОЛНЫ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

О. А. СИНКЕВИЧ

(*Москва*)

Показано, что при наличии постоянного поперечного магнитного поля плоская ионизующая газодинамическая ударная волна становится более устойчивой по отношению к малым смещениям ее фронта от положения равновесия.

Пусть ударная волна, плоскость которой совпадает с плоскостью $Y0Z$, движется в канале МГД устройства в отрицательном направлении оси X. Считается, что коэффициент электропроводности изменяется скачком при переходе через поверхность разрыва от значения $\sigma_1 = 0$ перед фронтом до значения $\infty > \sigma_2 > 0$ за ним. Эффектом Холла, влиянием вязкости и теплопроводности пренебрегаем.

1. Остановимся на случае, когда магнитное поле лежит в плоскости ударной волны и направлено по оси $Z (B_x = B_y = 0)$, внешняя цепь МГД устройства разомкнута. В этом случае в области за фронтом ударной волны электрические токи отсутствуют, а электрическое $\mathbf{E}$ и магнитное $\mathbf{B}$ поля связаны соотношением

$$E_{2y} = U_2 B_{2z} \tag{1.1}$$

На поверхности разрыва газодинамической ударной волны должны выполняться условия

$$\{B\} \equiv B_{2z} - B_{1z} = 0, \qquad \{\mathbf{E}_\tau\} = 0 \tag{1.2}$$

и соотношения, вытекающие из законов сохранения потоков массы, импульса и энергии. Символ $\{A\}$ здесь и ниже обозначает скачок величины A на поверхности разрыва.

Исследуем устойчивость плоского фронта ударной волны относительно малых смещений от положения равновесия. Пусть система координат движется вместе с невозмущенным фронтом ударной волны, а смещение фронта ударной волны от положения равновесия в начальный момент времени выражается в виде

$$\xi = \xi_0 e^{iKy} \tag{1.3}$$

Обозначим через $\mathbf{n}$ вектор, направленный по нормали к возмущенной поверхности разрыва, а $\boldsymbol{\tau}$ — вектор, лежащий в касательной плоскости

$$\mathbf{n} = \left(1, -\frac{\partial\xi}{\partial y}, 0\right), \qquad \tau = \left(\frac{\partial\xi}{\partial y}, 1, 0\right) \tag{1.4}$$

Ионизующая волна движется со сверхзвуковой скоростью по отношению к среде, находящейся перед фронтом волны, поэтому возмущения газодинамических параметров, вызванные смещением плоского фронта от положения равновесия, в область перед фронтом волны не проникают. Возмущения электромагнитного поля туда проникают, но так как среда перед фронтом не проводящая, то электрические токи и в этой области не возникают и не происходит возмущения газодинамических параметров. Ввиду отсутствия электрических токов в невозмущенном состоянии считается, что невозмущенные параметры среды не зависят от координат и времени. Кроме того, будем считать магнитное число Рейнольдса малым (пренебрегать влиянием индуцированного магнитного поля по сравнению с невозмущенным). Параметр взаимодействия произволен.

Линеаризованная система уравнений, описывающая поведение малых возмущений в проводящей области, имеет вид

$$\frac{\partial\rho^{(1)}}{\partial t}+U_2\frac{\partial\rho^{(1)}}{\partial x}+\rho_2\left(\frac{\partial U^{(1)}}{\partial x}+\frac{\partial V^{(1)}}{\partial y}\right)=0$$

$$\rho_2\left(\frac{\partial U^{(1)}}{\partial t}+U_2\frac{\partial U^{(1)}}{\partial x}\right)+\frac{\partial P^{(1)}}{\partial x}-j_y^{(1)}B_2=0 \qquad (1.5)$$

$$\rho_2\left(\frac{\partial V^{(1)}}{\partial t}+U_2\frac{\partial V^{(1)}}{\partial x}\right)+\frac{\partial P^{(1)}}{\partial y}+j_x^{(1)}B_2=0$$

$$\frac{\partial P^{(1)}}{\partial t}-\left(\frac{P_2}{\rho_2}\right)\frac{d\rho^{(1)}}{dt}=-(\gamma-1)P_2\left(\frac{\partial U^{(1)}}{\partial x}+\frac{\partial V^{(1)}}{\partial y}\right)$$

$$\operatorname{rot}\mathbf{E}^{(1)}=0,\qquad \operatorname{div}\mathbf{j}^{(1)}=0,\qquad \mathbf{j}^{(1)}=\sigma_2(\mathbf{E}^{(1)}+\mathbf{U}^{(1)}\times\mathbf{B}_2)$$

Здесь P — давление, $\rho(v=1/\rho)$ — плотность (удельный объем), $\mathbf{U}(U,\ V,\ 0)$ — скорость движения среды, a — скорость звука. Штрихом обозначаются малые возмущения, нижний индекс 1 относится к параметрам перед фронтом ударной волны, индекс 2 — за фронтом. Возмущения электромагнитного поля в области перед фронтом ударной волны описываются системой уравнений Максвелла с учетом тока смещения.

Линеаризуя соотношения на поверхности разрыва, приходим к следующим соотношениям при $x=0$:

$$\rho_2U_2^{(1)}+\rho_2^{(1)}U_2=(\rho_2-\rho_1)(\partial\xi/\partial t)$$

$$U_2^2\rho_2^{(1)}+2mU_2^{(1)}+P_2^{(1)}=0 \qquad (1.6)$$

$$mV_2^{(1)}=(P_2-P_1)(\partial\xi/\partial y)$$

$$P_2^{(1)}=(\partial P/\partial v)v_2^{(1)},\qquad m=\rho_1U_1=\rho_2U_2$$

Производная в последнем соотношении (1.6) берется вдоль ударной адиабаты. Из условия непротекания электрического тока в область, находящуюся перед фронтом ударной волны, получим

$$\{\mathbf{j}^{(1)}\cdot\mathbf{n}\}=0,\qquad j_{2x}^{(1)}=0 \qquad (1.7)$$

Кроме того, считая разрыв бесконечно тонким, имеем следующее соотношение (см. приложение):

$$j_{2y}^{(1)}=\frac{P_2-P_1}{2}\left(U_2^{(1)}-\frac{\partial\xi}{\partial t}\right)+U_2\frac{P_1}{2P_2}P_2^{(1)} \qquad (1.8)$$

2. Будем искать решение исходной системы уравнений в виде

$$P^{(1)}(x,y,t)=P(x,t)e^{iKy} \qquad (2.1)$$

Применяя к уравнениям (1.5) преобразование Лапласа

$$P(x,\omega)=\int_0^\infty P(x,t)e^{-\omega t}\,dt$$

и вводя вектор

$$\mathbf{q} = (P(x, \omega),\ U(x, \omega),\ V(x, \omega),\ j_x(x, \omega),\ j_y(x, \omega)) \tag{2.2}$$

запишем исходную систему уравнений следующим образом:

$$\Omega(d\mathbf{q} / dx) = -(\omega T - \Lambda)\mathbf{q} \tag{2.3}$$

Матрица Ω имеет вид

$$\Omega = \begin{Bmatrix} U_2 & \rho_2 a_2^2 & 0 & 0 & 0 \\ 1/\rho_2 & U_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & U_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \sigma_2 B_2 & 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix} \tag{2.4}$$

Элементы матриц Т, Λ имеют вид

$$\begin{gathered} \mathrm{T}_{11} = \mathrm{T}_{22} = \mathrm{T}_{33} = 1, \qquad \Lambda_{13} = iK\rho_2 a_2^2 \\ \Lambda_{31} = iK\rho_2, \qquad \Lambda_{45} = -\Lambda_{54} = iK \\ \Lambda_{53} = iK\sigma_2 B_2, \qquad \Lambda_{25} = -\Lambda_{34} = -B_2 / \rho_2 \end{gathered} \tag{2.5}$$

Остальные элементы матриц Т, Λ равны нулю.

Граничные условия (1.6) — (1.8) могут быть записаны как

$$\mathbf{q}(0, \omega) = \chi_1 \xi(\omega) + \chi_2 \xi(0) \tag{2.6}$$

Векторы χ_1 и χ_2 имеют вид

$$\chi_1 = \Big(-\frac{2\omega}{U_1}\frac{P_2 - P_1}{U_1}, -\omega\frac{1 + m^+}{1 - m^+}\frac{U_2 - U_1}{U_1}, \tag{2.7}$$

$$iK(U_1 - U_2), 0, -\omega\frac{P_2 - P_1}{2}\frac{\sigma_2 B_2}{\rho_2 a_2^2}\Big[\frac{2U_2 P_1}{P_2 U_1(1 - m^+)} +$$

$$+ \frac{U_2 - U_1}{U_1}\frac{1 + m^+}{1 - m^+} - 1\Big]\Big), m^+ = m^2(\partial v/\partial P)$$

$$\chi_2 = \omega^{-1}(\chi_{11}, \chi_{12}, 0, 0, \chi_{15}) \tag{2.8}$$

Производная в определении m^+ берется вдоль ударной адиабаты.

Решение уравнения (2.3) представим в виде

$$\mathbf{q}(x, \omega) = \mathbf{q}(0, \omega) \exp \Pi x, \qquad \Pi = -\Omega^{-1}(\omega \mathrm{T} + \Lambda) \tag{2.9}$$

Можно показать [1], что решение (2.9) уравнения (2.3) ограничено тогда и только тогда, когда

$$\mathbf{q}^1(0, \omega) \cdot \mathbf{q}(0, \omega) = 0 \tag{2.10}$$

Здесь $\mathbf{q}^1$ собственный вектор матрицы Π^1 (Π^1 — транспонированная матрица Π). Смещение фронта ударной волны от положения равновесия запишется из уравнений (2.6), (2.10) в виде

$$\xi(\omega) = -\zeta(0)\frac{\mathbf{q}^1(0, \omega)\chi_2(\omega)}{\mathbf{q}^1(0, \omega)\chi_1(\omega)} \tag{2.11}$$

После возвращения к функциям-оригиналам, получаем для амплитуды смещения соотношение

$$\frac{\xi(t)}{\xi(0)} = \frac{1}{2\pi i}\int\limits_{-\infty+is}^{+\infty+is} \frac{f(\omega)}{D(\omega)} e^{\omega t} \alpha\omega \tag{2.12}$$

$$f(\omega) = (1-m^+)(\omega - \beta/2\gamma\tau_\sigma^*) + 2l - (M_2^2\beta/\tau_\sigma^*) + \\ + (1+m^+)/2\gamma\tau_\sigma^*)1 - \delta^{-1})$$

$$D(\omega) = [(1-m^+)(\omega^* - \beta/2\gamma\tau_\sigma^*) + 2l - \beta M_2^2/\tau_\sigma^*]\omega^* + \\ + \delta(1+f^+)[1 + \omega^*/2\tau_\sigma^*(\delta-1)]$$

$$l = [M_2^2(\omega^* + {}^1/_2\tau_\sigma^*) + (1-M_2^2)(1 - M_2^2/4\tau_\sigma^{*2})]^{1/2}$$

$$\beta = (P_2 - P_1)/P_2, \quad \delta = U_1/U_2, \quad \omega^* = \omega/U_2K$$

$$\tau_\sigma^* = \rho_2 U_2 K/\sigma_2 B_2^2, \quad \tau_\sigma = \rho_2/\sigma_2 B_2^2, \quad M_2 = U_2/a_2$$

Здесь γ — показатель адиабаты.

3. Зависимость амплитуды смещения от времени определяется особенностями функции $D(\omega)$, которая в общем случае двузначна. Если выбрать два листа римановой поверхности, склеенных вдоль разреза, проходящего между точками ветвления функции $D(\omega)$, то контур интегрирования выбирается на верхнем листе римановой поверхности (перед корнем l в (2.12) выбирается знак плюс).

В том случае, когда все особенности подынтегрального выражения (2.12) лежат на нижнем листе римановой поверхности и вклад в асимптотику дают лишь точки ветвления, произведем дробно-линейное преобразование

$$\omega^* = {}^1/_2(\mu/M_2)(z - z^{-1}) - {}^1/_2\tau_\sigma^* \qquad \mu = [(1-M_2^2)(1 - M_2^2/4\tau_\sigma^{*2})]^{1/2} \tag{3.1}$$

Интеграл (2.12) преобразуется к виду

$$\frac{\xi(t)}{\xi(0)} = \frac{\mu}{2\pi i} e^{-t/2\tau_\sigma} \int\limits_c \exp -\frac{\mu(z - z^{-1})}{2M_2} \frac{f(z)(z^2+1)dz}{zD(z)} \tag{3.2}$$

В качестве контура выбирается окружность единичного радиуса $|z| = 1$. Поведение амплитуды смещения при $t \to \infty$ можно получить из (2.3) методом перевала [2]. После соответствующих вычислений получаем

$$\frac{\xi(t)}{\xi_0} = \frac{\exp - t/2\tau_\sigma}{2\pi i\sqrt{t/\pi}} \sum_{k=1}^{2} e^{\operatorname{th}(z_{0k})} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_{2n}(z_{0k})(2n)!}{t^n 4^n n!} \sim C\varphi(t) e^{-t/2\tau_\sigma} t^{-3/2}$$

$$h(z) = \mu(z - z^{-1})/2M_2, \quad z_{01} = i, \quad z_{02} = -i \tag{3.3}$$

где C_{2n} — коэффициенты асимптотического разложения, $\varphi(t)$ — гармоническая функция, $|\varphi(t)| < 1$.

Когда имеются особенности функции $D(\omega)$, лежащие на верхнем листе римановой поверхности, может измениться вид асимптотического разложения уравнения (2.13). Положение нулей функции $D(\omega)$ зависит от газодинамических параметров M_2, m^+ и величины магнитного поля $1/\tau_\sigma^* = R_\sigma$ (R_σ — параметр взаимодействия).

Рассмотрим расположение границ устойчивости. Когда магнитное поле стремится к нулю ($\tau_\sigma^{-1} \to 0$), из уравнения (2.3) приходим к хорошо известному в газовой динамике результату [3]

$$\xi(t) \sim t^{-3/2} \tag{3.4}$$

Исследованию устойчивости плоской ударной волны в газовой динамике посвящен ряд работ [3–9], в которых установлено, что если производная $\partial v / \partial P$ вдоль ударной адиабаты удовлетворяет условию

$$-1 < m^+ < [1 - M_2{}^2(1 + \delta)][1 - M_2{}^2(1 - \delta)]^{-1} \tag{3.5}$$

то плоская ударная волна устойчива. Если $m^+ < -1$ или $m^+ > 1 + 2M_2$, то она неустойчива. Если имеет место соотношение

$$[1 - M_2{}^2(1 + \delta)] / [1 - M_2{}^2(1 - \delta)] < m^+ < 1 + 2M_2$$

то возможно излучение звука колеблющимся разрывом (затухание отсутствует). При выполнении условия (3.5) асимптотический закон затухания возмущений имеет вид $\xi \sim t^{-3/2}$. Для $m^+ = [1 - M_2{}^2(1 + \delta)][1 - M_2{}^2(1 - \delta)]^{-1}$ затухание происходит по закону $\xi \sim t^{-1/2}$. Если имеет место неустойчивость, то амплитуда возмущений возрастает по экспоненциальному закону.

Исследуем влияние магнитного поля на границы областей устойчивости. Прежде всего рассмотрим частный случай, когда

$$\tau_\sigma{}^* = {}^1/{}_2 M_2. \tag{3.6}$$

При выполнении этого условия $D(\omega)$ является многочленом второй степени и его корни $(1 - m^+ + 2M_2 \neq 0)$ определяются как

$$\omega_{1,2} = \frac{k \pm [k^2 - \delta(1 + m^+)(1 - m^+ + 2M^2)]^{1/2}}{1 - m^+ + 2M_2} \tag{3.7}$$

$$k = \frac{1}{4\tau_\sigma{}^*}\left[\frac{m^+(2\delta - 1) + 1}{\delta - 1}\left(\frac{\beta}{\gamma}\right) - 2M_2(\beta M_2 - 1)\right] \tag{3.8}$$

Можно показать, что при выполнении условий

$$\Gamma < m^+ < 1 + 2M_2 \tag{3.9}$$

плоская волна устойчива

$$\Gamma = \max(-1, \Gamma_1), \quad \Gamma_1 = \frac{1 + 2M_2(\delta - 1)(1 - \beta M_2)\gamma/\beta}{2\delta - 1}$$

Если же имеет место неравенство

$$m^+ < -1 \quad \text{или} \quad m^+ > 1 + 2M_2 \tag{3.10}$$

то плоская ударная волна неустойчива. Когда $\Gamma_1 > -1$, существует единственное значение параметра m^+ (при этом $k = 0$), при котором поверхность разрыва колеблется по гармоническому закону.

Проведенный анализ показывает, что при наличии магнитного поля изменяется положение границ области устойчивости. Положение границ зависит также от интенсивности ударной волны. Для слабой ударной волны ($M_1 \to 1$) устойчива вся область $-1 < m^+ < 1 + 2M_2$, для сильной ударной волны ($M_1 \gg 1$) устойчива область

$$-1 < \Gamma < m^+ < 1 + 2M_2 \tag{3.11}$$

При наличии магнитного поля область нейтральных колебаний вырождается в точку или полностью исчезает.

При произвольном значении параметра взаимодействия $\tau_\sigma{}^{*-1}$ для оценки числа корней функции $D(\omega)$, лежащих в правой полуплоскости, использован принцип аргумента. Точки ветвления функции $D(\omega)$ всегда лежат в левой полуплоскости, причем при $\tau_\sigma{}^* < {}^1/{}_2M_2$ они находятся на отрицательной части действительной оси и при $\tau_\sigma{}^* \to \infty$ одна точка стремится к $-\infty$, а другая — к нулю слева. Можно показать, что как при $\tau_\sigma{}^* \gg {}^1/{}_2M_2$, так и при $\tau_\sigma{}^* < M_2 / 2$ функция $D(\omega)$ имеет в правой полуплоскости хотя бы один корень, если выполнено условие (3.10).

Для малых значений параметра взаимодействия ($\tau_\sigma{}^* \ll {}^1/{}_2M_2$) область устойчивости определяется **неравенствами**

$$-1 < m^+ < 1 + 2M_2 \tag{3.12}$$

При превышении критического значения параметра взаимодействия

$$\frac{1}{\tau_\sigma^*} > \frac{1}{\tau_-} = \frac{2\gamma(1-M_2^2)}{\beta(1+\gamma M_2^2)} \tag{3.13}$$

область устойчивости сужается.

Положение левой границы области устойчивости (правая граница от τ_σ не зависит и равняется $1+2M_2$) найдем при условии $\tau_\sigma^* \ll {}^1/{}_2 M_2$. В этом случае можно показать, что при выполнении неравенства

$$\max(-1, \Gamma_2) < m^+ < 1 + 2M_2 \tag{3.14}$$

$$\Gamma_2 = [1 + 2\gamma M_2^2(1-\beta)(\delta-1)/\gamma](2\delta-1)^{-1} \tag{3.15}$$

функция $D(\omega)$ не имеет корней, лежащих в правой полуплоскости.

Из уравнения (3.15) следует, что положение границ области устойчивости при больших параметрах взаимодействия определяется только интенсивностью ударной волны и не зависит от величины самого параметра взаимодействия.

Длина волны возмущения влияет на положение границы области устойчивости только через величину параметра взаимодействия. При заданном значении индукции магнитного поля и интенсивности ударной волны область устойчивости для коротких длин волн возмущения включает в себя область устойчивости длинных волн.

Когда в начальный момент времени задано возмущение параметров потока (давления, скорости, плотности среды, плотности электрического тока), поведение амплитуды смещения по-прежнему определяется особенностями функции $D(\omega)$. Сложнее обстоит дело, когда в начальный момент времени в области за фронтом ударной волны протекают электрические токи (соотношение (1.1) не выполняется) и невозмущенные параметры среды представляют собой функции координаты x. Если распределение параметров невозмущенного потока таково, что при $x \to +\infty$ они стремятся к стационарным значениям, а коэффициент электропроводности постоянен, то можно показать существование асимптотики типа (3.4). Если коэффициент электропроводности представляет собой функцию термодинамических параметров среды, плоская ударная волна может быть неустойчивой. Это — неустойчивость перегревного типа, которая может возникать даже для параметра m^+, соответствующего совершенному газу [10].

Полученные результаты показывают, что при малых магнитных числах Рейнольдса наличие магнитного поля приводит к тому, что границы области устойчивости определяются как величиной производной от удельного объема по давлению вдоль ударной адиабаты, так и величиной параметра взаимодействия. Область устойчивости смещается, вбирая в себя область, являющуюся областью нейтральных колебаний при отсутствии магнитного поля. Область устойчивости для малых параметров значений взаимодействия несколько шире, чем область устойчивости для больших значений параметра взаимодействия. При наличии магнитного поля изменяется вид асимптотического разложения в области устойчивости и амплитуда возмущения может затухать гораздо быстрее, чем в отсутствие магнитного поля. Физически этот факт объясняется влиянием джоулевой диссипации, эффект которой аналогичен влиянию вязкости и теплопроводности [3].

Автор благодарит А. Г. Куликовского и А. А. Бармина за полезное обсуждение результатов данной работы.

Приложение. Рассмотрим вывод граничного условия (1.8). Из уравнений (1.5) приходим к следующему соотношению:

$$\frac{\partial j_y}{\partial x} - \frac{\partial j_x}{\partial y} = \frac{\sigma B}{\rho a^2}\left(\frac{\partial P}{\partial t} + U\frac{\partial P}{\partial x}\right) \tag{1}$$

Будем считать, что область перед фронтом разрыва обладает малой, но конечной проводимостью σ_1. Пусть возмущение поверхности разрыва имеет вид $\xi(t, y)$. Перейдем к новой системе координат путем замены переменных

$$\chi = x - \xi(y_0, t) - \frac{\partial\xi}{\partial y}(y - y_0), \qquad \eta = (x - \xi)\frac{\partial\xi}{\partial y} + y - y_0, \qquad \tau = t \tag{2}$$

В результате замены уравнение (1) примет вид

$$\frac{\partial j_y}{\partial\chi} + \frac{\partial\xi}{\partial y}\frac{\partial j_y}{\partial\eta} + \frac{\partial j_x}{\partial\chi}\frac{\partial\xi}{\partial y} = \frac{\sigma B}{\rho a^2}\left[\frac{\partial P}{\partial\tau} - \frac{\partial\xi}{\partial t}\frac{\partial P}{\partial\chi} + \right.$$

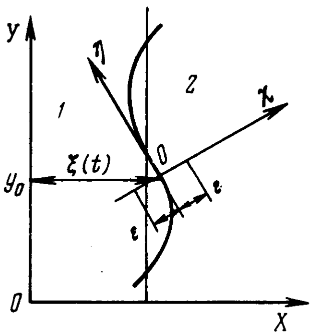
$$+\frac{\partial^2\xi}{\partial t\,\partial y}\left((x-\xi)\frac{\partial P}{\partial\eta}-(y-y_0)\frac{\partial P}{\partial\chi}\right)+U\left(\frac{\partial P}{\partial\chi}+\frac{\partial\xi}{\partial y}\frac{\partial P}{\partial\eta}\right)\Bigg] \qquad (3)$$

Умножая уравнение (3) на $d\chi$ и интегрируя от $-\varepsilon$ до $+\varepsilon$ (фигура), а затем устремляя ε к нулю, получим

$$\lim_{\varepsilon\to0}\int\limits_{-\varepsilon}^{+\varepsilon}\frac{\partial j_y}{\partial\chi}d\chi=\{j_y\}\equiv j_{y2}-j_{y1},\qquad \lim_{\varepsilon\to0}\int\limits_{-\varepsilon}^{+\varepsilon}\frac{\partial\xi}{\partial y}\frac{\partial j_x}{\partial\chi}d\chi=\frac{\partial\xi}{\partial y}(j_{x2}-j_{x1}) \qquad (4)$$

$$\lim_{\varepsilon\to0}\int\limits_{-\varepsilon}^{+\varepsilon}\frac{\sigma B}{\rho a^2}\left(U-\frac{\partial\xi}{\partial t}\right)\frac{\partial P}{\partial\chi}d\chi=\left\langle\frac{\sigma B}{\rho a^2}\left(U-\frac{\partial\xi}{\partial t}\right)\right\rangle(P_2-P_1) \qquad (5)$$

Здесь скобки $\langle\ \rangle$ означают среднее значение на отрезке интегрирования. При равной нулю проводимости в области перед поверхностью разрыва соотношение (5) может быть записано в виде



$$\left\langle\frac{\sigma B}{\rho a^2}\left(U-\frac{\partial\xi}{\partial t}\right)\right\rangle(P_2-P_1)=$$

$$=\frac{\sigma_2 B}{2\gamma_2 P_2}\left(U_2-\frac{\partial\xi}{\partial t}\right)(P_2-P_1) \qquad (6)$$

Остальные интегралы при $\varepsilon\to0$ стремятся к нулю, например

$$\lim_{\varepsilon\to0}\int\limits_{-\varepsilon}^{+\varepsilon}\frac{d\xi}{\partial y}\frac{\partial j_y}{\partial\eta}d\chi=\left\langle\frac{\partial\xi}{\partial y}\frac{\partial j_y}{\partial\eta}\right\rangle 2\varepsilon=0 \qquad (7)$$

$$\lim_{\varepsilon\to0}\int\limits_{-\varepsilon}^{+\varepsilon}\frac{\sigma B}{\rho a^2}\frac{\partial P}{\partial\tau}d\chi=\left\langle\frac{\sigma B}{\rho a^2}\frac{\partial P}{\partial\tau}\right\rangle 2\varepsilon=0 \qquad (8)$$

Проведя линеаризацию полученных соотношений и учитывая, что в области перед поверхностью разрыва электрические токи отсутствуют и $j_{2x}^{(1)}=0$, приходим к уравнению (1.8). Когда необходимо учитывать влияние индуцированного магнитного поля (магнитное число Рейнольдса произвольно), вид граничного условия изменяется [1].

Поступило 29 IV 1971

ЛИТЕРАТУРА

1. Erpenbeck J. J. Stability of step shock. Phys. Fluids, 1962, vol. 5, No. 10, p. 1181.
2. Эрдйн А. Асимптотические разложения. М., Физматгиз, 1962.
3. Зайдель Р. М. Развитие возмущений в плоских ударных волнах. ПМТФ, 1967, № 4, стр. 30.
4. Дьяков С. П. Об устойчивости ударных волн. ЖЭТФ, 1954, т. 27, № 3(9).
5. Freeman N. C. Theory of stability of the plane shock waves. Proc. Roy. Soc. A, 1955, vol. 228, No. 1174, p. 341.
6. Иорданский С. В. Об устойчивости плоской стационарной ударной волны. ПММ, 1957, т. 21, вып. 4, стр. 465.
7. Конторович В. М. К вопросу об устойчивости ударных волн. ЖЭТФ, 1957, т. 33, № 6(12), стр. 1525.
8. Асланов С. К. Об устойчивости одного разрывного решения уравнений в газовой динамике. Дифференциальные уравнения, 1966, т. 2, № 8, стр. 1115.
9. Плешанов А. С. Об абсолютной устойчивости ударных волн. Физика горения и взрыва, 1968, т. 4, № 1, стр. 95.
10. Синкевич О. А. Устойчивость фронта плоской ударной волны при малых магнитных числах Рейнольдса. Теплофизика высоких температур, 1969, т. 7, № 6, стр. 1126.

[1] Вывод граничного условия на поверхности ионизующей ударной волны при учете влияния индуцированного магнитного поля был проделан И. А. Вишневецкой (Дипломная работа МЭИ, 1971).