

УДК 533.6.011.55:533.6.011.72

ИЗЛУЧЕНИЕ УДАРНОГО СЛОЯ ПРИ ГИПЕРЗВУКОВОМ ОБТЕКАНИИ СФЕРИЧЕСКОГО СЕГМЕНТА ВОЗДУХОМ

Е. Г. ШАПИРО

(Москва)

Решена задача об обтекании сферического сегмента излучающим воздухом. Проведено сравнение полученных результатов с исследованиями обтекания сферы излучающим газом и обтекания сферического сегмента без учета излучения. Рассмотрено влияние излучения в окрестности точки скругления на течение в ударном слое и показано, что оно не оказывает существенного влияния на поля газодинамических параметров, поскольку последние из-за явления радиационного замораживания определяются процессами, происходящими вблизи оси симметрии.

Эта работа представляет собой продолжение исследований [1, 2], в которых рассматривалось течение воздуха за фронтом сильной ударной волны с учетом излучения. В работе [2] было показано, что среди физических факторов, определяющих течение газа в ударном слое при полете на высотах $60 \leq h \leq 80$ км и скоростях полета $10 \leq V_\infty \leq 16$ км/сек, излучение играет главную роль. Было выяснено влияние выхода излучения на величины газодинамических параметров в ударном слое, на значения отходов ударной волны. Было показано, что распределение лучистых потоков вдоль поверхности сферы при различных значениях V_∞ и R аппроксимируется однопараметрическим семейством кривых с параметром, зависящим только от скорости набегающего потока, и что при удалении от критической точки радиационный поток уменьшается значительно быстрее конвективного. Представляет интерес провести аналогичные исследования для обтекания скругленного сегмента.

1. Система уравнений движения излучающего газа и метод решения.

Будем рассматривать обтекание затупленного сферического сегмента гиперзвуковым потоком воздуха при наличии излучения в ударном слое. Вязкость, теплопроводность и диффузией пренебрегаем и считаем, что воздух находится в состоянии термодинамического равновесия.

Контур сферического сегмента зададим в виде [3]

$$F(r, \vartheta) = \left[\frac{1}{R^2} (r^2 + l^2 + 2lr \cos \vartheta) \right]^{n/2} + \left[\frac{1}{\beta} \operatorname{arctg} \frac{r \sin \vartheta}{r \cos \vartheta + l} \right]^m - 1 = 0 \quad (1.1)$$

где R — радиус сегмента, r, ϑ — сферические координаты в системе, смещенной на расстояние l от центра сегмента.

Здесь ограничимся одним видом контура, выбрав сегмент с полураствором, равным

$$\beta = \pi/6, \quad m = n = 70, \quad l = 0,65R$$

Положение ударной волны и система линий тока для этого сегмента при $V_\infty = 15$ км/сек, $R = 1$ м представлены на фиг. 1. Номера линий тока соответствуют значениям ϑ на ударной волне ($I - \vartheta = 0,1$, $II - \vartheta = 0,3$, $III - \vartheta = 0,5$, $IV - \vartheta = 0,7$, $V - \vartheta = 0,9$).

Система интегро-дифференциальных уравнений, описывающих течение в ударном слое, имеет вид

$$\begin{aligned} \nabla \rho \mathbf{V} &= 0, & (\mathbf{V} \nabla) \mathbf{V} + \rho^{-1} \nabla p &= 0 \\ \rho \mathbf{V} \nabla (h + 1/2 V^2) + Q &= 0, & h &= h(p, T), & \rho &= \rho(p, T) \end{aligned} \quad (1.2)$$

Здесь Q — дивергенция интегрального по спектру лучистого потока. Функции h , ρ вычисляются по аппроксимационным формулам А. Н. Крайко [4].

Модель излучающего воздуха заимствована из работы [1], в ней учитывается энергия, переносимая и в спектральных линиях и в непрерывном спектре частот. При этом в исследуемом диапазоне давлений и скоростей контур линий считался дисперсионным. Выражения для дивергенции лучистого потока Q и лучистых потоков на тело также приведены в работе [1].

Система уравнений (1.2) записывалась в сферической системе координат, переход к безразмерным переменным осуществлялся по формулам

$$U^* = V_\infty U, \quad V^* = V_\infty V, \quad p^* = \rho_\infty V_\infty^2 p, \quad T^* = T_\infty T, \quad r^* = Rr \quad (1.3)$$

Система интегро-дифференциальных уравнений (1.2) решалась методом итераций, в каждой итерации величина дивергенции лучистого потока считалась известной, и решалась задача об обтекании затупленного тела равновесным воздухом при наличии распределенного стока тепла.

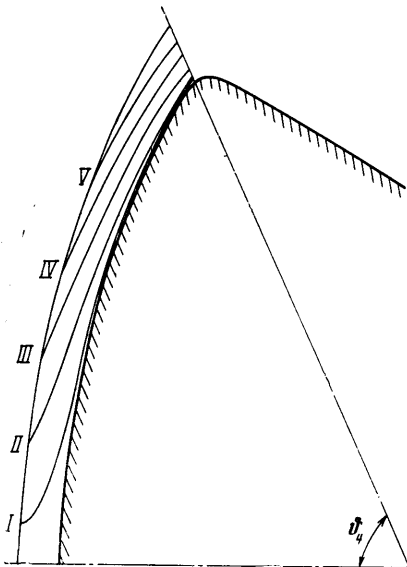
При решении газодинамической задачи использовался метод Г. Ф. Теленина [5], успешно применявшийся во многих задачах, связанных со сверхзвуковым обтеканием затупленных тел.

Как обычно, за независимую переменную выбираем

$$\xi = (r - r_b)(r_s - r_b)^{-1} \quad (1.4)$$

где r_s — контур ударной волны, r_b — контур тела. Интегрирование велось от ударной волны к телу $1 \geq \xi \geq 0$.

Все газодинамические параметры и контур ударной волны аппроксимировались полиномами Лагранжа по пятилучевой схеме. Лучи располагались в узлах Чебышева $\varphi^{\max} = \varphi_4 = 1,141$. Граничными условиями для газодинамических перемен-



Фиг. 1

ных служат условия Гюгонио на ударной волне и условие непроницаемости на поверхности тела.

В работе [2] был подробно обсужден вопрос о граничных условиях для излучения и о применимости представления плоского слоя.

В случае обтекания сферы толщина излучающего слоя оказывалась равной вычисленному отходу ударной волны ϵ , поскольку в этом случае радиус нормален к контуру сферы.

Для сферического сегмента при начале координат, смещенном на расстояние l от центра сегмента, толщина излучающего слоя равна отрезку нормали к контуру

$$L = [r_b^2(\vartheta_b) + r_s^2(\vartheta_s) - 2r_s(\vartheta_s)r_b(\vartheta_b)\cos(\vartheta_s - \vartheta_b)]^{1/2} \quad (1.5)$$

Чтобы определить дивергенцию лучистого потока, следовало бы брать значения газодинамических параметров на нормалях L , в то время как решение газодинамической задачи непосредственно дает значения этих параметров на лучах $\vartheta = \vartheta_s$. Именно эти значения брались во всех расче-

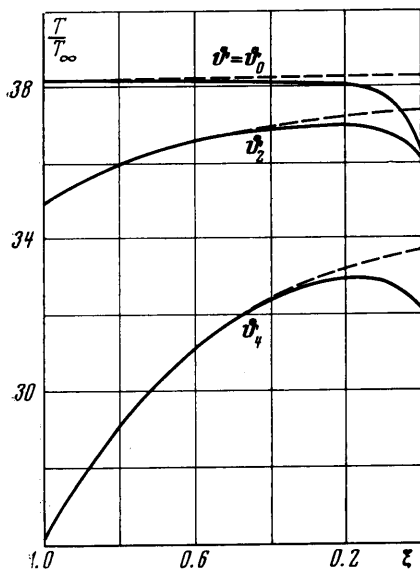
тах, так как максимальное отличие полярного угла ϑ , на нормали от ϑ_0 , не превышало 4%.

Итерационная схема была построена так же, как и для случая обтекания сферы, т. е. вначале при заданном распределении $Q(\xi, \vartheta)$ производился подбор положения ударной волны так, чтобы выполнялось граничное условие на теле, и при этом строились поля газодинамических параметров в ударном слое газа, а затем вычислялись новые значения $Q(\xi, \vartheta)$ и снова подбирались новые положение ударной волны.

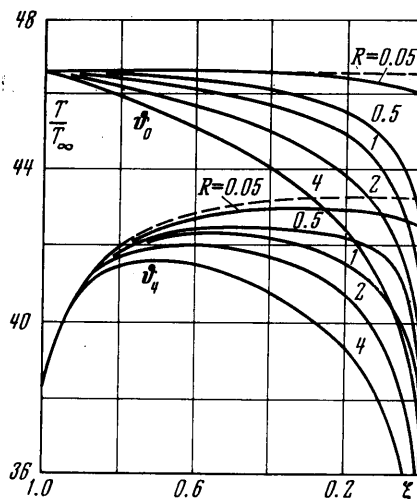
2. Влияние излучения на течение в ударном слое. Были проведены расчеты для обтекания сферического сегмента радиуса $0 \leq R \leq 4$ м потоком воздуха со скоростью $10 \leq V_\infty \leq 16$ км/сек. Температура перед ударной волной в большинстве расчетов считалась равной $T_\infty = 250^\circ$ и $p_\infty = 10^{-4}$ атм во всех расчетах.

Основные явления, которые наблюдались при обтекании сферы гиперзвуковым потоком воздуха, имеют место и при обтекании сегмента. Так же как и в случае обтекания сферы, излучение практически не оказывает влияния на поля давлений и скоростей и слабо влияет на распределение компоненты скорости v , причем наибольшее расхождение между случаями течения с излучением и без излучения имеет место, как и при обтекании сферы, у поверхности тела.

Наиболее сильно выход излучения из ударного слоя влияет на распределение температур. На фиг. 2 представлено распределение температур (значения T отнесены к $T_\infty = 250^\circ$) при $V_\infty = 9,85$ км/сек, $R = 1$ м с учетом (сплошные кривые) и без учета (пунктир) излучения на лучах ($\vartheta_0 = 0, \vartheta_2 = 0.747, \vartheta_4 = 1.141$). Видно, что даже при такой сравнительно небольшой скорости излучение влияет на поле температур, но это влияние ограничено окрестностью поверхности тела.



Фиг. 2



Фиг. 3

При увеличении скорости полета излучение начинает оказывать все более заметное влияние на распределение температур. Это связано с тем, что с ростом скорости увеличивается температура в ударном слое и, следовательно, увеличивается и выход излучения. Увеличение радиуса сегмента также ведет к увеличению радиационного охлаждения, так как оно приводит к увеличению вклада от переноса тепла излучением.

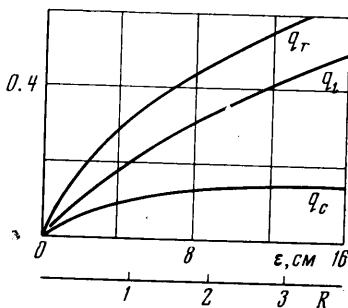
На фиг. 3 представлено распределение температур на нулевом $\vartheta_0 = 0$ и четвертом $\vartheta_4 = 1.141$ лучах при различных радиусах сегмента для $V_\infty = 12$ км/сек. Номера кривых соответствуют радиусу сегмента, пунктирные кривые — распределению температуры при течении без учета излучения (последнее не зависит от радиуса).

Сравнение кривых фиг. 3 позволяет выяснить влияние радиуса сегмента. Так, при $R = 4$ м выход излучения начинает сказываться на значениях температуры около ударной волны. Сравнение кривых фиг. 2 и фиг. 3 иллюстрирует влияние скорости обтекания.

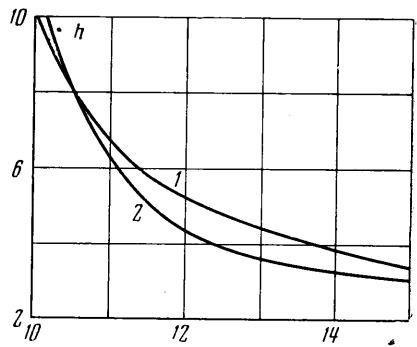
Уменьшение температуры в ударном слое приводит к увеличению плотности, в результате чего толщина ударного слоя уменьшается. Ударная волна при наличии излучения приближается к телу практически без изменения формы, поэтому значения всех газодинамических параметров на волне не зависят от радиуса сегмента. На фиг. 3 кривые семейства $\phi = 0$, $\phi = 1.141$ выходят из одной точки.

3. Излучение ударного слоя. В работе [2] было показано, что пренебрежение радиационным охлаждением при высоких скоростях обтекания ведет к существенному завышению радиационного потока на тело q_r .

Как уже говорилось, при расчете дивергенции лучистого потока использовалась модель излучающего воздуха, описанная в работе [1], там же были приведены формулы для расчета q_r , толщина излучающего слоя вычислялась по формуле (1.5).



Фиг. 4



Фиг. 5

В [6, 7] было показано, что в диапазоне температур и давлений, представляющих интерес в этой работе, перенос излучения в линиях существен. Кроме того, было указано, что суммарный лучистый поток можно представить в виде

$$q_r = q_c + q_e \quad (3.1)$$

где q_c — поток лучистой энергии за счет излучения в непрерывном спектре частот, а $q_l = \sum q_{li}$ — суммарный поток энергии за счет излучения в линиях, причем вклад от каждой линии учитывается отдельно.

На фиг. 4 приведена зависимость лучистых потоков q_{r0} ккал/сек² от толщины ударного слоя. Вторая шкала на оси абсцисс дает радиус сферического сегмента в метрах. С увеличением радиуса поток энергии в критическую точку возрастает, причем возрастание происходит главным образом за счет излучения в линиях, тогда как вклад от непрерывного спектра практически не меняется. Это обстоятельство согласуется с данными теоретической спектроскопии о том, что при больших оптических толщинах энергия от изолированной линии с ударным уширением пропорциональна корню квадратному из толщины слоя и стремится к постоянной величине для непрерывного спектра (см., например, [8]).

В работе [2] было обнаружено, что отношение лучистого потока на тело к значению лучистого потока в критической точке хорошо описывается универсальной зависимостью вида

$$q_r / q_{r0} = \cos^2 \phi \quad (3.2)$$

Эта зависимость с высокой степенью точности выполняется и для сферического сегмента, если положить

$$\phi = \arctg \frac{r_b \sin \theta}{r_b \cos \theta + l} \quad (3.3)$$

Так же как и в случае обтекания сферы, показатель n в соотношении (3.2) не зависит от R и представляет собой функцию только скорости набегающего потока. На фиг. 5 приведена зависимость n от V_∞ для сферы (кривая 1) и для сегмента (кривая 2).

Поскольку радиационный поток спадает быстрее конвективного, распределение которого удовлетворительно описывается формулой [9]

$$q_c / q_{c0} = \cos^2 \theta \tag{3.4}$$

для сферического сегмента сохраняется важный вывод, сделанный в работе [2], а именно область поверхности, в которой радиационный нагрев превышает конвективный, сосредоточена в передней части обтекаемого тела.

4. Влияние учета излучения в окрестности скругления на распределение газодинамических параметров в ударном слое. Запишем уравнение энергии в координатах Ψ, X_1

$$\frac{\rho u_1}{1 + (X_2/R_1)} \frac{\partial}{\partial X_1} \left(h + \frac{u_1^2 + u_2^2}{2} \right) + Q = 0 \tag{4.1}$$

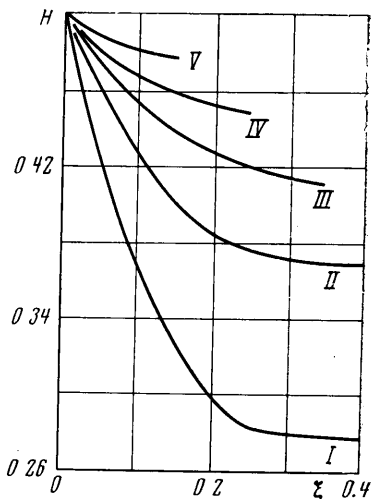
Здесь Ψ — функция тока, X_1 отсчитывается вдоль поверхности тела, X_2 — нормально к телу, R_1 — радиус кривизны тела, u_1, u_2 — проекции скорости на X_1, X_2, h — энтальпия.

Если излучения нет, то полная энтальпия $H = h + 1/2(u_1^2 + u_2^2)$ вдоль линии тока сохраняется. Так как при переходе через скачок энтальпия сохраняется, а набегающий поток имеет постоянную энтальпию, то при отсутствии излучения полная энтальпия на всех линиях тока одинакова. Учет излучения приводит к появлению процесса, вызывающего перераспределение энергии между различными линиями тока. Уравнение (4.1) показывает, что, если $Q \rightarrow 0$, полная энтальпия будет сохранять постоянное значение вдоль линии тока, однако это значение H будет отличаться от полной энтальпии набегающего потока, если частица прошла область, где излучение значительно. В областях, заполненных такими линиями тока, течение будет отличаться от соответствующего течения без учета излучения не только там, где лучистые потоки значительны, но и там, где они малы.

Фиг. 2 и фиг. 3 показывают, что отличие в распределении температур особенно велико у поверхности тела. Именно прилегающие к поверхности тела линии тока проходят через зону наибольшего радиационного охлаждения. По мере удаления от критической точки и от поверхности тела полная энтальпия будет стремиться к значению энтальпии набегающего потока.

На фиг. 6 приведено распределение полной энтальпии H , отнесенной к V_∞^2 , вдоль различных линий тока (номера кривых соответствуют номерам линий тока на фиг. 1, по оси абсцисс отложено расстояние, пройденное частицей от ударной волны). Так как изменение энтальпии связано с радиационным переносом тепла, по фиг. 6 можно судить о роли этого процесса в различных областях ударного слоя.

Эффективность процесса лучистого переноса тепла вдоль линии тока описывается величиной $Q(\rho u_1)^{-1}(1 + X_2/R_1)$ и зависит, таким образом, не только от величины дивергенции лучистого потока, но и от скорости частицы. Вблизи оси симметрии, где температуры велики, скорости u_1 малы. Поэтому изменения, связанные с радиационными процессами, значительны, так что и на начальных участках тех линий тока (I, II, III), которые не слишком удалены от оси симметрии, имеем резкое падение энтальпии. В областях, удаленных от оси симметрии, скорости



Фиг. 6

частиц велики, дивергенция лучистого потока мала, поэтому по мере движения вдоль линии тока частица перестает терять энергию. При этом эффективность радиационного переноса тепла падает в гораздо большей степени, чем величина дивергенции лучистого потока.

Например, энтальпия частицы, проходящей вдоль линии тока III от $s = 0.2$ до $s = 0.3$, меняется на 4%, тогда как дивергенция лучистого потока в соответствующих точках отличается на 20% и на 20% возрастает скорость в этих точках ударного слоя. Таким образом, частица выносится из тех областей, где радиационные процессы существенны, в более холодные области раньше, чем ее энергия успеет претерпеть значительные изменения. Это явление будем называть радиационным замораживанием.

Как уже упоминалось в п. 1, при расчете тепловых потоков и дивергенции лучистого потока принималась концепция плоского слоя, причем толщина слоя вычислялась по формуле (1.6). В окрестности скругления происходило резкое расширение и охлаждение газа. Будем пренебрегать вкладом в баланс энергии излучением, поступающим от холодных областей, расположенных вниз по потоку от крайнего луча ($\vartheta = \vartheta_4 = 1.141$). Это означает, что на последнем луче рассматривается не излучение от плоского слоя с заданным распределением температур $T(\xi)$, а излучение от полуслоя с тем же распределением температур. При расчетах такое рассмотрение сводится к тому, что вычисленные на последнем луче радиационный поток и дивергенция лучистого потока от слоя толщины (1.6) с заданным распределением температур учитываются с коэффициентом $1/2$.

Вообще говоря, значение $1/2$ этого коэффициента в известной степени произвольно. Видимо, истинный вклад излучения на последнем луче больше вклада излучения от полуслоя и меньше вклада от полного слоя. Были проведены расчеты $V_\infty = 12$ км/сек, $V_\infty = 15$ км/сек, в которых учитывалось излучение от полного слоя для последнего луча. В обоих случаях поля газодинамических параметров практически не менялись, в частности изменение температуры нигде не превышало 0,5%. Более того, полное пренебрежение излучением на последнем луче $Q_4 = 0$ не привело к существенному изменению параметров течения.

Приведенные выше расчеты показывают, что нет необходимости точно учитывать геометрию излучающего объема в окрестности скругления, так как поля газодинамических параметров из-за радиационного охлаждения определяются процессами, происходящими вблизи оси симметрии.

Поступило 24 V 1971

ЛИТЕРАТУРА

1. Биберман Л. М., Воробьев В. С., Лагарьков А. Н., Стулов В. П., Теленин Т. Ф., Шапиро Е. Г., Якубов П. Т. Течение воздуха за фронтом сильной ударной волны с учетом неравновесной ионизации и излучения. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 6.
2. Стулов В. П., Шапиро Е. Г. Излучение ударного слоя при гиперзвуковом обтекании затупленных тел воздухом. Изв. АН СССР, МЖГ, 1970, № 1.
3. Лебедев М. Г., Миносцев В. Б., Теленин Г. Ф., Тиняков Г. П. Приближенный метод учета влияния реальности газа при гиперзвуковом обтекании сегментальных тел. Изв. АН СССР, МЖГ, 1969, № 2.
4. Крайко А. Н. Аналитическое представление термодинамических функций воздуха. Инж. ж., 1964, т. 4, вып. 3.
5. Стулов В. П., Теленин Г. Ф. Неравновесное обтекание сферы сверхзвуковым потоком воздуха. Изв. АН СССР, МЖГ, 1965, № 1.
6. Биберман Л. М., Воробьев В. С., Норман Г. Е. Энергия, излучаемая равновесной плазмой в спектральных линиях. I. Оптика и спектроскопия, 1963, т. 14, № 3.
7. Воробьев В. С., Норман Г. Е. Энергия, излучаемая равновесной плазмой в спектральных линиях. II. Оптика и спектроскопия, 1964, т. 17, № 2.
8. Пеннер С. С. Количественная молекулярная спектроскопия и излучательная способность газов. М., Изд-во иностр. лит., 1963.
9. Мурзинов И. Н. Ламинарный пограничный слой на сфере в гиперзвуковом потоке равновесного диссоциирующего воздуха. Изв. АН СССР, МЖГ, 1966, № 2.