

УДК 532.526.3

ТЕПЛООБМЕН В ОБЛАСТИ ПЕРЕХОДА ЛАМИНАРНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ В ТУРБУЛЕНТНЫЙ

Р. А. САФИУЛЛИН

(Москва)

При помощи модели переходной зоны с образованием турбулентных пятен [1] развит метод расчета теплового потока в известной переходной области. Учет перемежающегося характера течения в переходной области и использование в методе интегральных соотношений [2, 3] склейки толщин потери энергии ламинарного и турбулентного пограничных слоев для оценки теплового потока в отдельном турбулентном пятне позволили получить выражение для теплового потока, обнаружившее хорошее совпадение с экспериментальными данными. Существенным моментом в предложенном методе является выбор положения фактического начала турбулентного пограничного слоя относительно переходной области. Фактическое начало не фиксируется в какой-либо точке, а оказывается распределенным по всей зоне перехода.

Обозначения: x, y — продольная и поперечная к телу координаты; u, H, h — скорость газа, полная и статическая энтальпии; p, ρ, μ, σ — давление, плотность, вязкость и число Прандтля; $r(x)$ — форма поверхности тела; θ — толщина потери энергии; S — число Стантона; M — число Маха невозмущенного потока.

Степени $\nu = 0$ и 1 относятся к плоским и осесимметричным течениям, индексы δ, w — к величинам на внешней границе пограничного слоя и на поверхности тела; l и t — к величинам в ламинарной и турбулентной области; индексы минус и плюс относятся к началу и концу области перехода.

1. В теории перехода пограничного слоя большое развитие получила модель перехода с образованием в ламинарном пограничном слое турбулентных областей (турбулентных пятен), внутри которых распределение параметров по толщине пятна почти такое же, как в полностью развитом турбулентном пограничном слое. Течение во всей переходной области представляется как перемежающаяся смена ламинарного и турбулентного состояний течения.

Если считать, что месторасположение мгновенного возникновения турбулентного пятна x_0 представляет собой случайную величину, имеющую плотность распределения вероятности $P(x_0)$, то коэффициент перемежаемости γ может быть представлен как вероятность нахождения места возникновения турбулентного пятна в интервале от 0 до x

$$\gamma(x) = \int_0^x P(x_0) dx_0, \quad \int_0^{\infty} P(x_0) dx_0 = 1 \quad (1.1)$$

Пусть $q_t(x, x_0)$ есть турбулентный тепловой поток в точке $x > x_0$ через пограничный слой, который в точке x_0 мгновенно переходит от ламинарного к турбулентному. Вклад таких мгновенных переходов в интервале от 0 до x представляется интегралом

$$\int_0^x q_t(x, x_0) P(x_0) dx_0$$

Вкладом ламинарного состояния течения в величину удельного теплового потока является $[1 - \gamma(x)] q_l(x)$.

Величина удельного теплового потока в точке x будет

$$q(x) = (1 - \gamma) q_l(x) + \int_0^x q_t(x, x_0) P(x_0) dx_0 \quad (1.2)$$

или в безразмерной форме

$$S(x) Z = (1 - \gamma) S_l Z_l + \int_0^x S_t(x, x_0) Z_l P(x_0) dx_0 \quad (1.3)$$

где

$$S = \frac{q}{\rho_\delta u_\delta (h_r - h_w)}, \quad Z = \frac{h_r - h_w}{H - h_w}, \quad h_r = H - (1 - r) \frac{u^2 \delta}{2}$$

$r = \sigma^{1/2}$ — в ламинарном пограничном слое, $r = \sigma^{1/3}$ — в турбулентном пограничном слое.

Формулы (1.2) и (1.3) являются основными формулами расчета теплообмена в переходной области.

2. Для определения теплового потока $q_t(x, x_0)$ используем метод интегральных соотношений [3]. При этом, как и в [2], примем, что местная теплопередача есть функция только числа Рейнольдса R_θ , основанного на местной толщине потери энергии, и что для произвольной поверхности функциональная зависимость $S = S(R_\theta)$ остается такой же, как в случае плоской пластины с постоянными параметрами на внешней границе пограничного слоя.

При таких предположениях интегральное уравнение энергии

$$\frac{1}{r^v} \frac{d}{dx} [r^v \rho_\delta u_\delta (H - h_w) \theta] = q, \quad \theta = \int_0^\infty \frac{\rho(y) u(y)}{\rho_\delta u_\delta} \left(\frac{H - H(y)}{H - h_w} \right) dy \quad (2.1)$$

сводится к дифференциальному уравнению относительно θ , которое интегрируется в квадратурах для случаев ламинарного и турбулентного пограничного слоев.

Нетрудно доказать, что на пластине

$$S(R_\theta) = (F\sigma^{-2/3})^{1/m} \left(\frac{mR_\theta}{Z} \right)^{1-1/m}, \quad R_\theta = \frac{\rho_\delta u_\delta \theta}{\mu_\delta} \quad (2.2)$$

Согласно Эккерту [4], для ламинарного ($m = 0.5$) и турбулентного ($m = 0.8$) пограничных слоев можно принять соответственно

$$F_l = 0.332 \left(\frac{\rho_* \mu_*}{\rho_\delta \mu_\delta} \right)^{0.5}, \quad F_t = 0.0296 \left(\frac{\rho_*}{\rho_\delta} \right)^{0.8} \left(\frac{\mu_*}{\mu_\delta} \right)^{0.2} \quad (2.3)$$

Плотность ρ_* и вязкость μ_* определяются по местному значению давления и определяющей энтальпии

$$h_* = 0.28 h_\delta + 0.22 h_r + 0.5 h_w \quad (2.4)$$

Уравнение (2.1), используя (2.2), можно представить в виде

$$m \frac{d}{dx} \theta^{1/m} + \theta^{1/m} \frac{d}{dx} \ln(r^v \rho_\delta u_\delta) = \frac{m}{(mr^v \rho_\delta u_\delta)^{1/m}} G(x) \quad (2.5)$$

$$G(x) = \left(\frac{\rho_\delta u_\delta}{\mu_\delta} \right)^{1-1/m} (F\sigma^{-2/3} Z r^v \rho_\delta u_\delta)^{1/m} \quad (2.6)$$

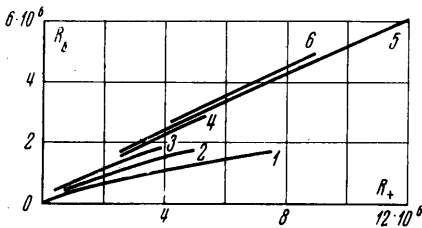
Решение уравнения (2.5) при начальном условии $\theta(x_0) = \theta_0$ есть

$$\theta = \frac{1}{(mr^v \rho_\delta u_\delta)} \left[\int_{x_0}^x G(x) dx + (mr^v \rho_\delta u_\delta \theta_0)^{1/m} \right]^m \quad (2.7)$$

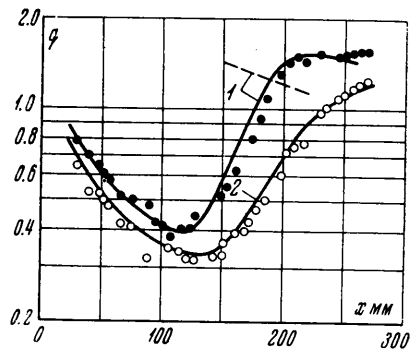
Теперь из (2.2) получаем выражение для определения теплопередачи через пограничный слой с произвольными параметрами на внешней границе

$$S = F \sigma^{-2/3} \left\{ \frac{\rho_\delta u_\delta}{\mu_\delta G(x)} \left[\int_{x_0}^x G(x) dx + (mr^v \rho_\delta u_\delta \theta_0)^{1/m} \right] \right\}^{m-1} \quad (2.8)$$

Примем x_0 за точку мгновенного перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный. Тогда для расчета теплопередачи в турбулентной об-



Фиг. 1



Фиг. 2

ласти можно использовать формулы (2.7) и (2.8) при $m = 0.8$, полагая, что θ_0 является значением толщины потери энергии ламинарного пограничного слоя в месте расположения турбулентного пятна

$$\theta_0 = \theta_{0l} = \frac{1}{0.5r^v \rho_\delta u_\delta} \left(\int_0^{x_0} G_l(x) dx \right)^{0.5} \quad (2.9)$$

В результате приходим к следующей формуле:

$$S_l(x, x_0) = F_l \sigma^{-2/3} \left\{ \frac{\rho_\delta u_\delta}{\mu_\delta G_l(x)} \left[\left(\frac{\theta_{0l}}{\theta_0} \right)^{1.25} \int_0^{x_0} G_l(x) dx + \int_{x_0}^x G_l(x) dx \right] \right\}^{-0.2},$$

$$\theta_{0l} = \frac{1}{0.8r^v \rho_\delta u_\delta} \left(\int_0^{x_0} G_l(x) dx \right)^{0.8} \quad (2.10)$$

Здесь θ_{0l} — толщина потери энергии турбулентного слоя при $x = x_0$.

Из (2.10) следует, что в турбулентном пятне тепловой поток будет в $(\theta_l / \theta_0)^{0.25}$ раз больше теплового потока, рассчитанного в том же месте в предположении турбулентного закона теплообмена на всей поверхности.

3. На основании статистического анализа закономерности возникновения и развития турбулентных пятен на пластине для различных условий эксперимента было установлено [5], что коэффициент перемежаемости $\gamma(x)$ и плотность вероятности $P(x_0)$, определяемые в (1.1), подчиняются нор-

мальному закону распределения. Коэффициент перемежаемости был представлен в следующем виде:

$$\gamma(x) = 0.5 + 0.5 \operatorname{erf}\left(\frac{x - x_*}{D}\right) \quad (3.1)$$

Здесь x_* — среднее положение точки перехода, соответствующее значению $\gamma = 0.5$, D — дисперсия величины x_0 , являющаяся мерой протяженности области перехода.

Использование γ в виде (3.1) затруднительно из-за невозможности прямого определения дисперсии D в каждом случае расчета. Для целей инженерной практики при расчете теплопередачи вполне приемлемым оказывается выбор функции плотности, задающей так называемое треугольное распределение:

$$P(x_0) = \frac{2}{x_+ - x_-} \left(1 - \frac{2|x_0 - x_*|}{x_+ - x_-}\right)$$

Коэффициент перемежаемости при таком распределении имеет вид

$$\begin{aligned} \gamma &= 0 & (x < x_-) \\ \gamma &= \frac{1}{2} \left[\frac{2(x - x_*)}{x_+ - x_-} + 1 \right]^2 & (x_- < x < x_*) \\ \gamma &= 1 - \frac{1}{2} \left[\frac{2(x - x_*)}{x_+ - x_-} - 1 \right]^2 & (x_* < x < x_+) \\ \gamma &= 1.0 & (x > x_+) \end{aligned}$$

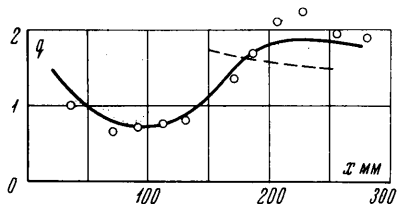
4. Результаты вычисления сравниваются с экспериментальными данными по теплообмену на гладкой пластине [6, 7], остром и затупленном конусах [8]. Для пластины во всех расчетах задавалось только число Рейнольдса R_+ конца перехода. При заданном числе Маха на внешней границе пограничного слоя число Рейнольдса R_Δ , рассчитываемое по протяженности зоны перехода, определялось из фиг. 1, взятой из работы [9] и дополненной данными других авторов. На этой фигуре графики 1, 2, 3, 4, 5, 6 соответствуют значениям $M = 0, 2, 3.5, 5, 6, 8$.

На фиг. 2 представлены результаты расчета тепловых потоков на пластине при $M = 6$ для двух условий эксперимента [6]: единичное число Рейнольдса набегающего потока $R = 2.7 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$ (кривая 1) и $R = 1.9 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$ (кривая 2).

Приведенные данные показывают, что результаты расчетов и эксперимента хорошо совпадают на ламинарном, переходном и турбулентном участках¹. На фиг. 3 сравниваются данные расчета и эксперимента [7] при $M = 8.2$.

Особенностью полученных результатов является удовлетворительное совпадение с экспериментальными данными в начале турбулентного участка (для условий эксперимента [7] максимальное отличие составляет 15%). В начале турбулентного участка пограничного слоя экспериментальные значения тепловых потоков существенно превышают значения тепловых потоков, рассчитанные в предположении турбулентного пограничного слоя на всей пластине. На фиг. 2 и фиг. 3 эти значения показаны пунктиром. Существующие методы расчета, связанные с выбором фактического начала турбулентного пограничного слоя, фиксированного относительно переходной области, не дают приемлемых результатов для этого участка.

Таким образом, принятое при использовании выражения (2.8) предположение, что на границе турбулентного пятна толщина потери энергии равна толщине потерь

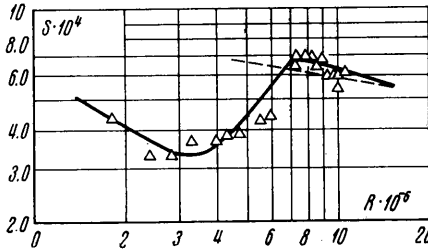


Фиг. 3

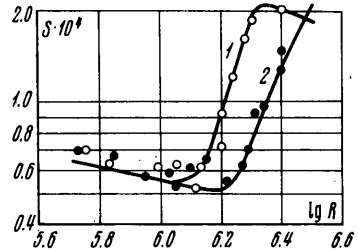
¹ На фиг. 2 и ниже на фиг. 3 для величины теплового потока принята английская мера удельного теплового потока, Б.Т.Е./фут²·сек, как это сделано в оригинальных работах [6, 7].

энергии ламинарного слоя, вместе с распределением фактического начала турбулентного слоя по всей зоне перехода приводит к результатам, позволяющим рассчитать наблюдаемое в экспериментах увеличение тепловых потоков в начале турбулентного участка.

Приведенные на фиг. 4 и фиг. 5 примеры сравнения расчетных и экспериментальных данных на остром и затупленном конусах также показывают, что результаты расчета и эксперимента удовлетворительно согласуются на ламинарном, переходном и турбулентном участках пограничного слоя. Данные фиг. 4 получены при $M = 10$ для острого конуса с полууглом раствора 5° [8], фиг. 5 — при $M = 6$ для затупленно-



Фиг. 4



Фиг. 5

го конуса с полууглом раствора 10° , радиусом затупления 8 мм при двух значениях числа R : $9 \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}$ (кривая 1) и $1.3 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$ (кривая 2). Заметим, что в обоих случаях при расчете задавались значения чисел R_* и R_+ , полученные в экспериментах. Автор искренне благодарит В. В. Лунова за советы и замечания.

Поступило 13 XI 1970

ЛИТЕРАТУРА

1. Шлихтинг Г. Возникновение турбулентности. М., Изд-во иностр. лит., 1962.
2. Murphy T., Rubesin M. W. A re-evaluation of heat transfer data obtained in flight tests of heat sink shielded reentry vehicles. J. Space. and Rockets, 1966, vol. 3, No. 1, pp. 53—60.
3. Авдеевский В. С. Метод расчета пространственного турбулентного пограничного слоя в сжимаемом газе. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1962, № 4.
4. Эккерт. Инженерные методы расчета ламинарного и турбулентного теплообмена и трения при обтекании поверхностей с постоянным давлением и температурой потоком газа большой скорости. Вопр. ракетн. техн. 1957, № 4.
5. Schubauer G. B., Klebanoff P. S. Contributions on the mechanics of boundary layer transition, NASA, TN 3489, 1955.
6. Sterrett I. R., Holloway P. F. Effects of controlled roughness on boundary layer transition at a Mach number of 6.0 AIAA Journal, 1963, vol. 1, No. 8.
7. Richards B. E. Transitional and turbulent boundary layers on a cold flat plate in hypersonic flow. Aeronaut. Quart., 1967, vol. 18, No. 3.
8. Sanator R. I., de Carlo I. P., Torriolo D. T. Hypersonic boundary layer transition data for a cold wall slender cone. AIAA Journal, 1965, vol. 3, No. 4, pp. 758—760.
9. Potter I. L., Whitfield I. D. Effects of slight nose bluntness and roughness on boundary layer transition in supersonic flows. J. Fluid Mech., 1962, vol. 12, pt 4, pp. 501—535.