№ 6 МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗА 1971

УДК 534.222.2

ИССЛЕДОВАНИЕ «ВИСЯЧЕГО» СКАЧКА УПЛОТНЕНИЯ ВБЛИЗИ ТОЧКИ ЗАРОЖДЕНИЯ

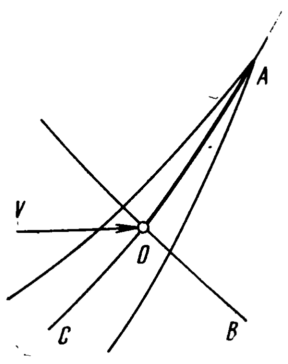
Э. Г. ШИФРИН

(*Москва*)

Методом годографа производится построение «висячего» скачка уплотнения в плоском неравномерном сверхзвуковом потоке идеального газа. Рассматривается «общий» случай аналитичности решения в плоскости годографа в точке зарождения скачка. Исследуются условия возникновения скачка в сверхзвуковой точке потока. Устанавливается тип предельной линии, допускающей построение скачка (оказывается, что скачок можно провести не во всяком течении со складкой в физической плоскости).

Задача решается в трансзвуковом приближении, когда изменения энтропии на ударной волне несущественны, а потенциал Лежандра $\varphi(u, v) = ux + vy - \vartheta(x, y)$ описывается уравнением Трикоми

$$\varphi_{uu} = u\varphi_{vv} \tag{1}$$



Фиг. 1

Здесь $u = (k+1)^{1/3}(\lambda - 1)$, v — угол наклона вектора скорости, λ — коэффициент скорости, k — показатель адиабаты, x, y — декартовы координаты в физической плоскости, ось x направлена по вектору скорости в точке O возникновения скачка, $\vartheta(x, y)$ — потенциал скорости.

Пусть возникающий скачок вблизи точки O отклоняет вектор скорости вверх, т. е. касается в точке O характеристики первого семейства OC. На фиг. 1 OA — скачок, OB — характеристика второго семейства.

Потенциал Лежандра φ перед скачком (в области вверх по потоку от линии AOB) считается известной аналитической функцией переменных u, v. В физической плоскости течение не является простой волной.

Обозначим через $\Phi(u, v)$ потенциал Лежандра за скачком уплотнения (вниз по потоку от линии AOB); $\Phi(u, v)$ также удовлетворяет уравнению (1) и связан с $\varphi(u, v)$ условиями на скачке OA и на характеристике OB.

Введем характеристические переменные

$$L = v - {}^2/_3 u^{3/2}, \quad M = v + {}^2/_3 u^{3/2}, \quad \lambda = L + a/2, \quad \mu = M - a/2$$

$$a = {}^4/_3 (u^0)^{3/2} \tag{2}$$

Градусом сверху отмечены значения в точке O.

Сохраним за потенциалом Лежандра в переменных L, M прежнее обозначение $\varphi(L, M)$, $\Phi(L, M)$.

Уравнение (1) преобразуется в уравнение Эйлера — Дарбу

$$\varphi_{LM} = \frac{1}{6(M-L)}(\varphi_M - \varphi_L) \qquad (3)$$

Положим $\varphi^0 = \Phi^0 = 0$. Так как точка O в физической плоскости — начало координат, то из (3) и соотношений

$$x = \varphi_u, \qquad y = \varphi_v \qquad (4)$$

следует:

$$\varphi_\lambda{}^0 = \varphi_\mu{}^0 = \varphi_{\lambda\mu} = \Phi_\lambda{}^0 = \Phi_\mu{}^0 = \Phi_{\lambda\mu}{}^0 = 0 \qquad (5)$$

На характеристике OB ($\mu = 0$) из условия непрерывности решения следует:

$$\Phi(\lambda, 0) = \varphi(\lambda, 0) \qquad (6)$$

Скачок уплотнения в плоскости годографа изображается кривыми *1*, *2* на фиг. 2 до и после скачка

$$u = u_1(s), \quad v = v_1(s), \quad u = u_2(s), \quad v = v_2(s)$$

где s — параметр на скачке. В преобразованной плоскости годографа им соответствуют кривые

$$\lambda = \lambda_1(s), \quad \mu = \mu_1(s); \quad \lambda = \lambda_2(s), \quad \mu = \mu_2(s)$$

Из условия непрерывности x, y на скачке с учетом (4) следует:

$$\varphi_u(u_1(s), \ v_1(s)) = \Phi_u(u_2(s), \ v_2(s)), \quad \varphi_v(u_1(s), \ v_1(s)) =$$
$$= \Phi_v(u_2(s), \ v_2(s))$$

Используя (2), получим (в граничных условиях для краткости вместо $u_1(s)$, $\varphi(\lambda_1(s), \mu_1(s))$ будем писать u_1, φ и т. д.)

$$2\Phi_\mu = \left[1 + \left(\frac{a+\mu_1-\lambda_1}{a+\mu_2-\lambda_2}\right)^{1/3}\right]\varphi_\mu + \left[1 - \left(\frac{a+\mu_1-\lambda_1}{a+\mu_2-\lambda_2}\right)^{1/3}\right]\varphi_\lambda \qquad (7)$$
$$2\Phi_\lambda = \left[1 - \left(\frac{a+\mu_1-\lambda_1}{a+\mu_2-\lambda_2}\right)^{1/3}\right]\varphi_\mu + \left[1 + \left(\frac{a+\mu_1-\lambda_1}{a+\mu_2-\lambda_2}\right)^{1/3}\right]\varphi_\lambda$$

На скачке уплотнения касательные составляющие скорости непрерывны. Это равносильно непрерывности потенциала скорости

$$-\varphi + u_1\varphi_u + v_1\varphi_v = -\Phi + u_2\Phi_u + v_2\Phi_v$$

С учетом (2), (7) отсюда получим

$$\Phi = \varphi + {}^3/_4[(a+\mu_2-\lambda_2)^{2/3} - (a+\mu_1-\lambda_1)^{2/3}](a+\mu_1-\lambda_1)^{1/3}\cdot$$
$$\cdot(\varphi_\mu - \varphi_\lambda) + {}^1/_2(\mu_2-\mu_1+\lambda_2-\lambda_1)(\varphi_\mu+\varphi_\lambda) \qquad (8)$$

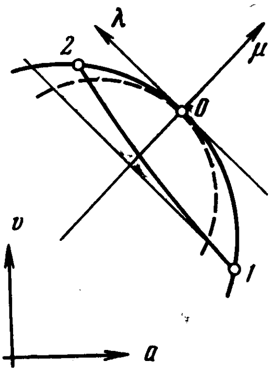
Связь между нормальными к волне составляющими скорости записывается в виде уравнения ударной поляры

$$v_2 - v_1 = [(u_1 + u_2)/2]^{1/2}(u_1 - u_2)$$

В переменных λ, μ получим

$$8(\mu_2 - \mu_1 + \lambda_2 - \lambda_1)^2 = 9[(a + \mu_1 - \lambda_1)^2 - (a + \mu_2 - \lambda_2)^2] \cdot$$
$$\cdot [(a + \mu_1 - \lambda_1)^{2/3} + (a + \mu_2 - \lambda_2)^{2/3}] \tag{9}$$

Будем исходить из того, что область определения решения в плоскости годографа однолистна. Используя известное свойство взаимного расположения характеристик и скачка уплотнения (угол Маха до скачка меньше угла наклона скачка, а за скачком — наоборот), получим, что каждая из кривых *1*, *2* в плоскости годографа пересекается характеристиками не более одного раза; кривые *1*, *2* лежат по одну сторону от характеристики $\mu = 0$, в разных квадрантах точки 0. Без ограничения общности будем считать, что на этих кривых $\mu < 0$ (фиг. 2).



Фиг. 2

Учитывая, что $v_2 - v_1 > 0$ и $u_2 - u_1 < 0$, получим

$$\lambda_2 - \lambda_1 > 0, \quad \lambda_1 < 0, \quad \lambda_2 > 0,$$
$$\mu_1 < 0, \quad \mu_2 < 0 \tag{10}$$

Если считать μ_1 параметром, то кривые *1*, *2* определяются тремя функциями:

$$\lambda = \lambda_1(\mu_1), \quad \lambda = \lambda_2(\mu_1), \quad \mu = \mu_2(\mu_1)$$

Таким образом, получается следующая задача: найти решение $\Phi(\lambda, \mu)$ уравнения (3), которое на характеристике $\mu = 0$ удовлетворяет условию (6), а на скачке уплотнения вместе с неизвестными функциями $\lambda_1(\mu_1)$, $\lambda_2(\mu_1)$, $\mu_2(\mu_1)$ подчиняется условиям (7) — (9). Кроме того, должны выполняться неравенства (10) и условия (5).

Решение в окрестности точки O будем строить методом асимптотических разложений. Целесообразно использовать решение задачи Гурса для уравнения Эйлера — Дарбу (3), выражаемое с помощью функции Римана (см., например, [1])

$$V(\xi, \eta; M, L) = \frac{(\eta - \xi)^{1/3}}{(L - \xi)^{1/6}(\eta - M)^{1/6}} F\left(\frac{1}{6}, \frac{1}{6}, 1, \frac{(\xi - M)(\eta - L)}{(\xi - L)(\eta - M)}\right)$$

Здесь $F(a, b, c, z)$ — гипергеометрическая функция.

Так как в граничные условия (7), (8) входят значения решений и их производных по λ, μ, понадобятся соответствующие асимптотические формулы. Их нетрудно получить из точных выражений для φ, φ_λ, φ_μ, пользуясь аналитичностью функции Римана при $M = M_0$, $L = L_0$, $L_0 \neq M_0$.

Функции $\varphi(M, L_0) = g(M)$, $\varphi(M_0, L) = p(L)$ перед скачком уплотнения представляются степенными рядами. В первом приближении получим

$$\varphi(M, L) = g(M) V(M, L_0; M, L) + p(L) V(M_0, L, M, L) +$$
$$+ \int\limits_{M_0}^{M} g(\xi)\left[\frac{V(\xi, L_0; M, L)}{6(\xi - L_0)} - V_\xi(\xi, L_0, M, L)\right] d\xi - \int\limits_{L_0}^{L} p(\eta)\left[\frac{V(M_0, \eta; M, L)}{6(M_0 - \eta)} +\right.$$
$$\left. + V_\eta(M_0, \eta; M, L)\right] d\eta = g(M) + p(L) + \ldots \qquad (11)$$

$$\varphi_M(M, L) = g^{\cdot}(M) V(M, L_0; M, L) + p(L) V_M(M_0, L, M, L) +$$
$$+ g(M)\left[\frac{V(M, L_0; M, L)}{6(M - L_0)} + V_\xi(M, L_0; \xi, L)|_{\xi=M}\right] + \int\limits_{M_0}^{M} g(\xi)\left[\frac{V_M(\xi, L_0; M, L)}{6(\xi - L_0)} -\right.$$
$$\left.- V_{\xi M}(\xi, L_0, M, L)\right] d\xi - \int\limits_{L_0}^{L} p(\eta)\left[\frac{V_M(M_0, \eta; M, L)}{6(M_0 - \eta)} + V_{\eta M}(M_0, \eta; M, L)\right] d\eta =$$
$$= g^{\cdot}(M) - a p(L) + \ldots, \qquad \alpha^{-1} = 6(M_0 - L_0) = 6a > 0 \qquad (12)$$

Аналогично получим

$$\varphi_L(M, L) = p^{\cdot}(L) + \alpha g(M) + \ldots \qquad (13)$$

Если принять, что асимптотическое разложение функции $G(M) = \Phi(M, L_0)$ в области за скачком уплотнения допускает почленное дифференцирование и что $G(M)$ — знакопостоянная монотонная функция, то для Φ, Φ_L, Φ_M получим аналогичные асимптотические выражения. (Учитывается, что по (6) $P(L) = \Phi(M_0, L) = p(L)$).

Оставляя в уравнении ударной поляры и граничных условиях (7), (8) только главные члены (при $\mu, \lambda \to 0$), получим

$$\mu_2 = \mu_1, \qquad \Phi_\mu = \varphi_\mu - \alpha(\lambda_2 - \lambda_1)\varphi_\lambda \qquad (14)$$

$$\Phi_\lambda = \varphi_\lambda - \alpha(\lambda_2 - \lambda_1)\varphi_\mu, \qquad \Phi = \varphi + (\lambda_2 - \lambda_1)\varphi_\lambda -$$
$$- (^1/_2\alpha)(\lambda_2 - \lambda_1)^2\varphi_\mu \qquad (15)$$

Принято считать, что скачок возникает только при наличии складки в физической плоскости. Край складки является огибающей характеристик (скачок начинается в точке возврата огибающей и касается ее в этой точке); в плоскости годографа ей соответствует предельная линия, на которой якобиан $\partial(x, y) / \partial(u, v)$ меняет знак.

В координатах L, M уравнение предельной линии имеет вид

$$y_L y_M = 0$$

где $y = \varphi_v$ — также решение уравнения (3). Нетрудно установить, что огибающей характеристик первого семейства соответствует предельная линия $y_L = 0$.

По формулам (11) — (13) имеем

$$y = q(M) + r(L) + \ldots, \qquad y_M = q^{\cdot}(M) - ar(L) + \ldots,$$
$$y_L = r^{\cdot}(L) + aq(M) + \ldots$$

Легко видеть, что

$$q(M) = g^{\cdot}(M) + \ldots, \qquad r(L) = p^{\cdot}(L) + \ldots$$

В соответствии с фиг. 1, 2 имеем

$$q(M) = -Am\mu^{m-1} + \ldots, \quad r(L) = -Bl\lambda^{l-1} + \ldots,$$

где m, l — четные числа, $m \geqslant 2$, $l \geqslant 2$; A, B — положительные постоянные.

Из условия наличия только одной предельной линии $y_L = 0$ получим $m = 2$, $l \geqslant 4$ и уравнение предельной линии имеет вид

$$\mu = -\frac{Bl(l-1)}{2A\alpha}\lambda^{l-2} + \ldots \qquad (l = 4, 6, 8, 10, \ldots) \tag{16}$$

Переходим к отысканию решения $\Phi(L, M)$ по условиям (6), (14), (15).

Пусть $\Phi(L_0, M) = G(M) = C(-\mu)^n + \ldots$. Подставляя в (14), (15) вместо Φ, Φ_L, Φ_M, φ, φ_L, φ_M их асимптотические выражения (в первом приближении), получим

$$-Cn(-\mu_1)^{n-1} + \alpha B\lambda_2{}^l = -2A\mu_1 + \alpha B\lambda_1{}^l - (\lambda_2 - \lambda_1)\alpha(Bl\lambda_1^{l-1} + \alpha A\mu_1{}^2) \tag{17}$$

$$-Bl(\lambda_2^{l-1} - \lambda_1^{l-1}) + C\alpha(-\mu_1)^n = -A\alpha\mu_1{}^2 - (\lambda_2 - \lambda_1)\alpha(-2A\mu_1 + \alpha B\lambda_1{}^l) \tag{18}$$

$$C(-\mu_1)^n - B(\lambda_2{}^l - \lambda_1{}^l) = -A\mu_1{}^2 - (\lambda_2 - \lambda_1)(Bl\lambda_1^{l-1} + A\alpha\mu_1{}^2) + \\ +(\lambda_2 - \lambda_1)^2(2A\mu_1 - \alpha B\lambda_1{}^l)\alpha / 2 \tag{19}$$

Интерес представляют только те случаи, когда после образования скачка складка в физической плоскости исчезает, т. е. кривые *1*, *2* «вырезают» предельную линию в плоскости годографа. Из (16) следует, что при этом должно быть

$$\mu_1 = O(\lambda_1^{l-2}), \qquad \mu_2 = O(\lambda_2^{l-2}), \qquad \mu_{1,2} < 0 \tag{20}$$

Обозначим через ε наименьший порядок функций $\lambda_1(\mu_1)$, $\lambda_2(\mu_1)$ при $\mu_1 \to 0$. Так как $l \geqslant 4$, из (19) следует, что

$$\mu_1{}^n = O(\varepsilon^l) \tag{21}$$

Используя эту оценку и учитывая, что по (10) $\lambda_1 \neq \lambda_2$, получим из (18)

$$\mu_1 = -\frac{Bl}{2A\alpha}\frac{\lambda_2^{l-1} - \lambda_1^{l-1}}{\lambda_2 - \lambda_1} = -\frac{Bl}{2A\alpha}\sum_{i=0}^{i=l-2}\lambda_1{}^i\lambda_2^{l-2-i} \tag{22}$$

Таким образом, оценки (20) могут быть усилены: $\mu_1 = K\varepsilon^{l-2} + \ldots$, где K — некоторая постоянная.

Подставляя эту оценку в (17), получим (как и в области перед скачком)

$$n = 2, \qquad C = -A \tag{23}$$

Подставляя (22) в (19) и отбрасывая члены более высокого порядка малости, получим

$$2(\lambda_1{}^l - \lambda_2{}^l) = (\lambda_1{}^l - \lambda_2\lambda_1^{l-1} + \lambda_1\lambda_2^{l-1} - \lambda_2{}^l)\,l \tag{24}$$

Уравнения (22), (24) определяют функции $\lambda_1(\mu_1)$, $\lambda_2(\mu_1)$. Обозначив $x = \lambda_1 / \lambda_2$, получим из (24)

$$F(x) = x^l - kx^{l-1} + kx - 1 = 0, \qquad k = l/(l-2) > 0$$

Интерес представляют только отрицательные решения этого уравнения. Анализ функции $F(x)$ при четном l показывает, что существует единственный отрицательный корень, $x = -1$. Из (22) получим

$$\mu_1 = -\frac{Bl}{2A\alpha}\lambda_1^{l-2} \quad (\lambda_1 < 0), \qquad \mu_1 = -\frac{Bl}{2A\alpha}\lambda_2^{l-2} \quad (\lambda_2 > 0) \tag{25}$$

Кривые *1*, *2* лежат в области между характеристикой $\mu = 0$ и предельной линией и, следовательно, вырезают ее.

Нетрудно убедиться, что в случае отсутствия предельной линии ($l = 2$, оценка (20) не принимается во внимание) система (17)—(19) имеет только решение $\lambda_1 = \lambda_2$, соответствующее непрерывному течению.

Приведенное исследование доказывает справедливость обычно принимаемого положения (являющегося развитием метода «простой волны» К. Фридрихса [2, 3]), гласящего, что характеристика второго семейства OB, исходящая из начала скачка, не несет разрыва первых производных составляющих скорости.

Таким образом, независимо от типа предельной линии, указываемого числом l в первом приближении, скачок представляет собой линию склеивания первого и третьего листов складки (в физической плоскости) невозмущенного скачком течения; склеивание производится единственным образом.

Чтобы найти величину слабого разрыва, испытываемого потенциалом Лежандра на характеристике OB, построим второе приближение. Оставляя в уравнениях (7), (8) члены первого и второго порядка малости, получим вместо (15)

$$\begin{aligned}
\Phi_\mu &= [1 + \alpha(\lambda_2 - \lambda_1)]\varphi_\mu - \alpha(\lambda_2 - \lambda_1)\varphi_\lambda \\
\Phi_\lambda &= [1 + \alpha(\lambda_2 - \lambda_1)]\varphi_\lambda - \alpha(\lambda_2 - \lambda_1)[1 + 2\alpha(\lambda_1 + 2\lambda_2)]\varphi_M \\
\Phi &= \varphi + (\lambda_2 - \lambda_1)[1 + {}^1\!/_2\alpha(\lambda_2 - \lambda_1)]\varphi_\lambda - {}^1\!/_2\alpha(\lambda_2 - \lambda_1)^2 \cdot \\
&\quad \cdot [1 + {}^1\!/_2\alpha(7\lambda_1 + 5\lambda_2)]\varphi_\mu
\end{aligned} \tag{26}$$

Оставляя члены второго порядка малости в уравнении ударной поляры (9), получим

$$\mu_2 = \mu_1 + {}^1\!/_{12}\alpha^2(\lambda_2 - \lambda_1)^3 = \mu_1 + (\lambda_2 - \lambda_1)^3 R^{-1} \tag{27}$$

Отсюда и из (25) следует:

$$\mu_2 = \mu_1 + \frac{8}{R}\left(\frac{2A\alpha}{Bl}\right)^{3/(l-2)} |\mu_1|^{3/(l-2)} \tag{28}$$

Ниже понадобятся асимптотические формулы второго приближения для φ, φ_μ, φ_λ на скачке уплотнения.

Чтобы избежать громоздких выкладок, составим их следующим образом (используем линейность уравнения (3)).

1. В точных выражениях для φ, φ_μ, φ_λ (11), (12), соответствующих решению задачи Гурса с условиями

$$\varphi(M, L_0) = -A\mu^2, \qquad \varphi(M_0, L) = -B\lambda^l$$

функция Римана и ее производные разлагаются в ряды Тейлора (при $M_0 \neq L_0$ эти функции аналитические). На кривых *1*, *2*, т. е. при $\mu_{1,2} \sim \sim \lambda_{1,2}^{l-2}$, производятся оценки членов разложения и оставляются члены первого и второго порядка малости.

2. В полученные выражения добавляются члены первого порядка малости, порожденные решением $\Delta\varphi$, $\Delta\Phi$ задачи Гурса с условиями

$$\Delta\varphi(M, L_0) = Q_1\mu^{2+t_1}, \quad \Delta\varphi(M_0, L) = \Delta\Phi(M_0, L) = E\lambda^{l+p_1},$$
$$\Delta\Phi(M, L_0) = Q_2|\mu|^{2+t_2}$$

где $t_1, p_1 \geqslant 1$, $t_2 > 0$; t_1, p_1 — целые числа.

3. На кривых *1*, *2* производится сравнение добавленных членов с имевшимися ранее; отбрасываются члены более высокого порядка малости.

В результате получим

$$\begin{gathered}\varphi = [-B\lambda^l - A\mu^2] + E\lambda^{l+p} + \alpha A\mu^2\lambda + Q_1|\mu|^{2+t_1} \\ \varphi_M = [-2A\mu] - 2A\alpha\mu\lambda - (2+t_1)Q_1|\mu|^{1+t_1}, \\ \varphi_L = [-Bl\lambda^{l-1}] + (l+p)E\lambda^{l+p-1} - A\alpha\mu^2\end{gathered} \tag{29}$$

Здесь в квадратные скобки заключены члены первого порядка малости. Для Φ, Φ_μ, Φ_λ получаются аналогичные выражения при замене $Q_1 \to Q_2$, $t_1 \to t_2$.

Под μ, λ в (29) понимаются μ_1, $\lambda_1(\mu_1)$ и соответственно $\mu_2(\mu_1)$, $\lambda_2(\mu_1)$, рассматриваемые с учетом членов второго порядка малости

$$\lambda_1 = \lambda_1^{(1)}(\mu_1) + \lambda_1^{(2)}(\mu_1), \qquad \lambda_2 = \lambda_2^{(1)}(\mu_1) + \lambda_2^{(2)}(\mu_1) \tag{30}$$

Зависимости $\lambda_1^{(1)}(\mu_1)$, $\lambda_2^{(1)}(\mu_1)$, $\mu_2(\mu_1)$ определяются формулами (25), (28).

Подставим выражения (29), (30) в первое уравнение (26). Отбросив члены высших порядков малости, получим после взаимного уничтожения членов первого порядка

$$\begin{gathered}(2+t_2)Q_2|\mu_1|^{1+t_2} + 2AR^{-1}(\lambda_2^{(1)} - \lambda_1^{(1)})^3 + 2A\alpha\mu_1\lambda_2^{(1)} = \\ = 2A\alpha\mu_1\lambda_1^{(1)} + \alpha(\lambda_2^{(1)} - \lambda_1^{(1)})2A\mu_1\end{gathered}$$

Так как $l \geqslant 4$, наинизший порядок членов этого уравнения будет $[\lambda_i^{(1)}]^3$, $i = 1, 2$. Отсюда получим

$$l = 4, \quad t_2 = {}^1/_2, \quad Q_2 = {}^{32}/_5 AS^3/R, \quad S = \sqrt{A\alpha/2B} \tag{31}$$

Таким образом, если при решении какой-либо задачи методом годографа в некоторой сверхзвуковой точке физической плоскости образуется складка, то такое течение может быть реализовано введением скачка, выходящего из этой точки, только в случае, когда соответствующая предельная линия в плоскости годографа имеет вид квадратной параболы (вблизи этой точки). (При этом, конечно, имеется в виду только «общий» случай, когда точка зарождения складки не лежит на линии слабого разрыва решения.)

Это условие имеет простое геометрическое объяснение. В характеристических переменных ударная поляра вблизи точки нулевой интенсивности скачка представляет собой кубическую параболу (27), поэтому соответствующие одна другой точки на кривых *1*, *2*, лежащих по разные стороны от характеристики $\lambda = 0$ (фиг. 2), могут быть соединены полярой, только если на этих кривых

$$\lambda_i = O(\mu_i^{1/3})$$

С другой стороны, условие (20) гласит (условие вырезания предельной линии скачком)

$$\mu_i = O(\lambda_i^{l-2})$$

поэтому из всех случаев $l = 4, 6, 8, \ldots$ может реализоваться только случай $l = 4$.

Подстановка формул (28) — (31) во второе и третье уравнения (26) дает возможность однозначно определить $\lambda_1^{(2)}$, $\lambda_2^{(2)}$, которые оказываются пропорциональными μ_1.

Отметим, что $\lambda_1^{(2)}$, $\lambda_2^{(2)}$ не зависят от Q_1, а от E зависят линейно (при $p = 1$; при $p > 1$ следует положить $E = 0$).

Поступило 13 II 1971

ЛИТЕРАТУРА

1. Кошляков Н. С., Глинер Э. Б., Смирнов М. М. Основные дифференциальные уравнения математической физики. М., Физматгиз, 1962.
2. Friedrichs K. O. Formation and decay of shock waves. Communs Pure and Appl. Math., 1948, vol. 1, pp. 211—245.
3. Общая теория аэродинамики больших скоростей. М., Воениздат, 1962.