

Отсюда следует, что $\varphi(m)$ определяет связь пространственной и массовой координат. Этот профиль диктуется полученным решением и, вообще говоря, отличается от начального профиля. Это обстоятельство подчеркивает, что метод разделения переменных и автомодельный метод не могут дать правильного профиля при малых временах. Метод разделения переменных позволяет получить, в частности, автомодельные решения, представленные в форме (32), где, например, $\rho_2(r/R)$ является функцией-представителем автомодельного решения от автомодельной переменной $\eta = r/R$.

Необходимым условием автомодельности является степенная зависимость от времени закона движения границы $R(t) \sim t^s$. Из уравнения (13) получается следующее выражение для параметра автомодельности:

$$s = (3 - 2k) / (2 + \nu l - 2k) \tag{36}$$

Постоянные R_0 и R_0^* в таком решении, конечно, отсутствуют. Все газодинамические функции выражаются через две размерные постоянные: газодинамическую M с размерностью массы (коэффициент пропорциональности определяется из закона сохранения полной массы облака взрыва) и излучательную B (в общем случае величина B может быть представлена степенной зависимостью $B = bt^n$, $b = \text{const}$, что изменяет лишь выражение s). Подчеркнем, что входящие в систему уравнений две постоянные A и B фактически объединяются в одну, что следует уже из сноски на стр. 128.

Если $B \rightarrow 0$, то движение становится адиабатическим, постоянная B выпадает. Решение, полученное методом разделения переменных, остается в силе, тогда как автомодельное решение должно быть пересмотрено, поскольку одна из определяющих его постоянных выпадает.

При учете коэффициента поглощения система газодинамических уравнений должна быть дополнена уравнением для интенсивности излучения $I(r, \Omega)$, распространяющегося в направлении Ω , или уравнениями для ее моментов по углам. Поскольку в такую задачу вводится вторая размерная постоянная, связанная с коэффициентом поглощения, автомодельное движение полностью определяется излучательными характеристиками. Газодинамические параметры с независимыми размерностями не могут быть введены, а параметры с зависимыми размерностями не являются определяющими, и вообще говоря, не могут быть выражены через упомянутые две основные постоянные. Более того, система уравнений, включающая в себя уравнение для интенсивности излучения, становится интегро-дифференциальной с частными производными и не допускает в общем случае автомодельных решений, даже если вещественные характеристики излучения (излучательная способность и коэффициент поглощения), определяющие правую часть уравнения энергии, представлены в степенном виде относительно r и ρ [2].

Поступило 3 IX 1970

ЛИТЕРАТУРА

1. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике, Изд. 6. М., «Наука», 1967.
2. Александров В. В. Об одном классе автомодельных течений излучаемого газа. Изв. АН СССР, МЖГ, 1970, № 4.

УДК 534.222.2:533.697

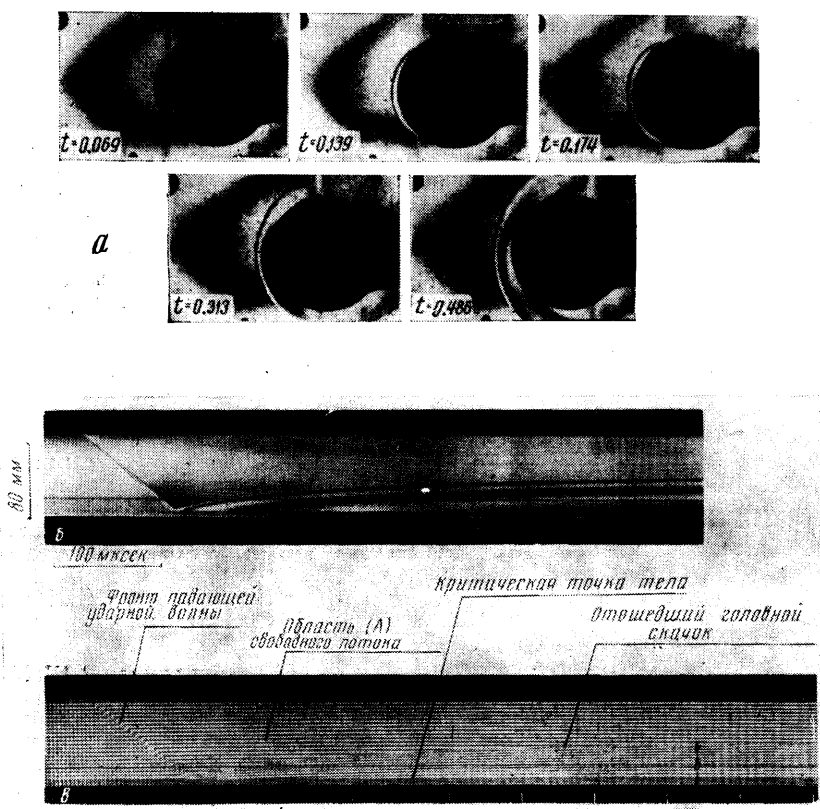
ФОРМИРОВАНИЕ ГОЛОВНОГО СКАЧКА ОКОЛО ЗАТУПЛЕННЫХ ТЕЛ,
ПОМЕЩЕННЫХ В УДАРНОЙ ТРУБЕ

Е. А. ЖМАЕВА, А. И. ХАРИТОНОВ

(Москва)

При помощи интерферометра с лазерным источником света и высокоскоростными оптическими регистраторами [1] проведены экспериментальные исследования процесса взаимодействия ударной волны с затупленными телами. Получены формулы, позволяющие определять отход и скорость движения головного скачка, а также время установления стационарного отхода в зависимости от числа Маха ударной волны.

Задача определения отхода головного скачка для случая стационарного обтекания тел рассмотрена ранее в теоретических [2, 3] и экспериментальных [4-7] работах. Движение головного скачка от сферы в процессе нестационарного обтекания теоретически рассмотрено в работе [8], где получена аналитическая зависимость величины отхода от времени для сильной набегающей волны. Оптические методы исследования движения головного скачка применялись в работах [9-11]. Визуализация газовых неоднородностей осуществлялась в ударной трубе с помощью теневого прибора. Нестационарность параметров набегающего потока приводила к тому, что отход, достигнув некоторой максимальной величины, непрерывно уменьшался. Это затрудняло исследование процесса нестационарного обтекания тел.



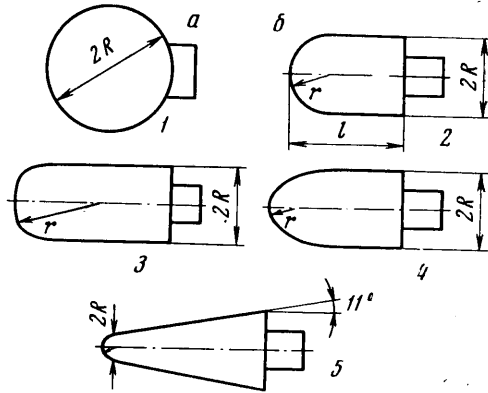
Фиг. 1

Введем следующие обозначения основных величин: u_1 — скорость фронта ударной волны, u_2 — скорость потока за фронтом ударной волны, a_1 — скорость звука в невозмущенном газе, M_1 и M_2 — числа Маха фронта волны и потока, γ — показатель адиабаты, V_0 — скорость отраженной волны при отражении от бесконечной стенки, t^* — текущее время, δ^* — текущая величина отхода головного скачка на нулевой линии тока, R — радиус тела (сферы, цилиндра), r — радиус затупления тела, ρ_2 и ρ_3 — плотность газа в набегающем потоке и за отошедшим головным скачком, $t = t^* u_2 / 2R$, $\delta = \delta^* / R$, δ_∞ и t_∞ — величина стационарного отхода головного скачка и время его установления соответственно.

1. В данной работе исследования проводились с потоком, параметры которого за время установления стационарного обтекания тел изменялись (как будет показано ниже) несущественно. Использовался интерферометр Маха — Цендера типа ИЗК-454 с источником света — импульсным ОКГ на рубине. Регистрация интерференционной картины осуществлялась одновременно в обеих приемных частях интерферометра высокоскоростной кинокамерой типа ССКС-3 и фоторегистратором ждущего типа. Методика использования ОКГ в интерферометре, стыковка интерферометра с ОКГ и оптическими регистраторами, юстировка оптической аппаратуры описаны ранее в [1]. По кинограммам определялись координаты и форма головного скачка уплотне-

ния. Фоторазвертки (щель фоторегистратора располагалась вдоль оси потока, проходящей через критическую точку тела) позволяли уточнять движение головного скачка в выбранном сечении исследуемого поля и определять равномерность и длительность набегающего потока.

Испытания проводились в однодиафрагменной ударной трубе с $L/D = 280$, где L — расстояние от диафрагмы до модели, D — диаметр трубы (в опытах $^{[9-11]}$ $L/D = 36-62$). Рабочим газом служил воздух при начальном давлении 9–80 мм рт. ст., $u_1 = 850-1500$ м/сек. Расчет параметров потока проводился по измеренным величинам u_1 и низкому давлению в канале трубы. Скорость фронта волны определялась при помощи датчиков давления, а также расчета кинограмм и фоторазверток. Как показали эксперименты, в пределах примерно 3% эти методы дают одинаковые результаты. О равномерности потока в ударной трубе судили прежде всего по изменению числа Маха M_2 , которое определялось, с одной стороны, по плотности, полученной из расчета фоторазверток, и, с другой стороны, по величине стационарного отхода δ_∞ у сферы $^{[2, 9-11]}$. Полученные таким образом экспериментальные и расчетные $^{[3, 12]}$ значения M_2 практически совпали, что свидетельствует о постоянстве параметров потока по крайней мере за время регистрации ($t^* \approx 1$ мсек) нестационарного процесса.



Фиг. 2

На фиг. 1, а, 1, б, 1, в показаны типичные кинограммы и фоторазвертки, зарегистрированные в потоке с числом Маха $M_1 = 2.57$. Картины получены с бесконечно широкими интерференционными полосами. Скорость киносъемки составляла 200 000 к/сек, фоторазвертки — 265 м/сек. В число исследуемых моделей (фиг. 2) входили также модели цилиндрической формы с различным затуплением и затупленный конус. Для моделей 1 и 2 — $r/R = 1$ 3 — $r/R = 1.5$, 4 — $r/R = 0.5$, 5 — $r/R = 1.2$ (для конуса R — расстояние от оси до точки сопряжения боковой поверхности с поверхностью носового затупления).

Экспериментальные данные по отходу головной ударной волны при нестационарном обтекании указанных тел для нескольких значений числа Маха M_1 набегающего потока представлены в виде отдельных точек на фиг. 3: светлые треугольники — $M_1 = 4.4$, модель 4; светлые квадраты — $M_1 = 3.2$, модель 4; темные кружочки — $M_1 = 3.31$, модель 1; темные квадраты — $M_1 = 3.18$, модель 2; кружочки со штрихом — $M_1 = 4.32$, модель 3; светлые кружочки — $M_1 = 2.57$, модель 1; темные треугольники — $M_1 = 3.24$, модель 3; полусветлые квадраты — $M_1 = 2.78$, модель 5 (аппроксимирующие кривые 1–8 соответственно). Отход измерялся при помощи инструментального микроскопа с погрешностью $\Delta\delta = 0.005-0.007$; $t = 0$ соответствует моменту соприкосновения фронта набегающей ударной волны с критической точкой тела. Экспериментально полученное изменение отхода со временем по своему характеру одинаково для всех рассматриваемых тел и потоков. В отличие от работы $^{[11]}$ отход, достигнув своего стационарного значения δ_∞ , существенно не изменялся с течением времени (фиг. 1, б и 1, в): $\Delta\delta / \delta_\infty < 0.01$, что соответствует изменению числа Маха потока на $\sim 0.5\%$ $^{[11]}$. То же значение $\Delta M_2 / M_2$ получено и по определенной (из расчета фоторазверток) величине $\Delta\rho_2 / \rho_2 \approx 0,01$.

2. Экспериментальная зависимость отхода от времени аппроксимируется функцией вида

$$\delta = Ct(1 + Bt)^{-1} \tag{2.1}$$

B и C — коэффициенты, подлежащие определению.

Заметим, что такая функция удовлетворяет граничным условиям, а именно: при $t = 0$ отход $\delta = 0$ при $t \rightarrow \infty$ отход δ стремится к некоторому пределу, т. е. $\delta \rightarrow C/B$.

Найдем коэффициенты B и C , используя экспериментальное значение δ_1 в некоторый момент нестационарного обтекания t_1 и выражение для скорости отхода головной ударной волны в начальный момент времени, которая равна $^{[12]}$

$$V_0 = a_1 \{ 2(\gamma - 1)(\gamma + 1)^{-1} M_1 + [1 + 2(\gamma - 1)(\gamma + 1)^{-1}] \cdot 0.5 M_1^{-1} \} \tag{2.2}$$

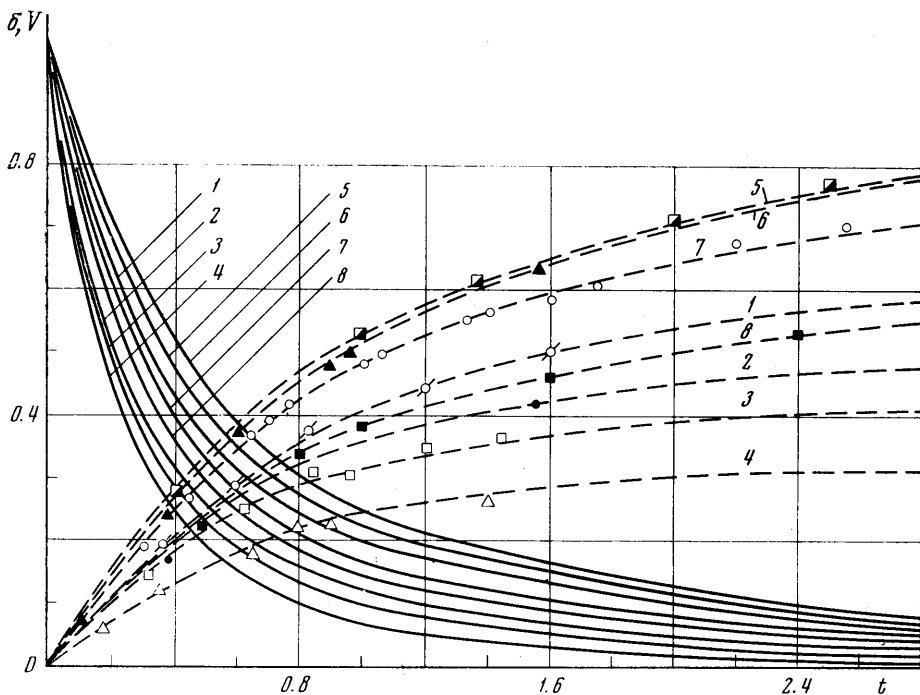
Подставляя δ_1 и t_1 в (2.1) и V_0 в выражение, полученное после дифференцирования (2.1) по t^* , будем иметь два уравнения, из которых определим коэффициенты B и C :

$$B = 2V_0 / u_2 \delta_1 - 1 / t_1, \quad C = 2V_0 / u_2 \quad (2.3)$$

Выражения для отхода δ и скорости изменения отхода V запишутся в виде

$$\delta = (u_2 / 2V_0 t + 1 / \delta_1 - u_2 / 2V_0 t_1)^{-1}, \quad V = [1 + (2V_0 / u_2 \delta_1 - 1 / t_1) t]^{-2} \quad (2.4)$$

Кривые зависимости δ (пунктирные линии) и скорости отхода V (сплошные линии) от времени, построенные на основе (2.4), показаны на фиг. 3. Аппроксимирую-



Фиг. 3

щие кривые достаточно точно описывают экспериментальную зависимость изменения отхода со временем для всех рассматриваемых тел при различных числах Маха набегающей ударной волны.

Когда $t \rightarrow \infty$, отход δ стремится к своему стационарному значению δ_∞ . Полагая закон изменения δ при t_∞ таким же, как и при $t \leq t_1$ из выражения (2.4) будем иметь

$$\delta_\infty = (1 / \delta_1 - u_2 / 2V_0 t_1)^{-1} \quad (2.5)$$

С учетом (2.5) формулы (2.4) запишутся так:

$$\delta = (u_2 / 2V_0 t + 1 / \delta_\infty)^{-1}, \quad V = (1 + 2V_0 t / \delta_\infty u_2)^{-2} \quad (2.6)$$

В случае нестационарного обтекания сферы, используя выражение для δ_∞ , полученное в работе [4]

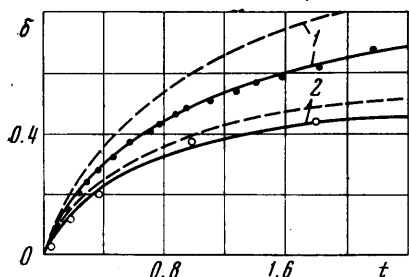
$$\delta_\infty = 0.52(\rho_3 / \rho_2 - 1)^{-0.861}$$

имеем следующие формулы для определения δ и V :

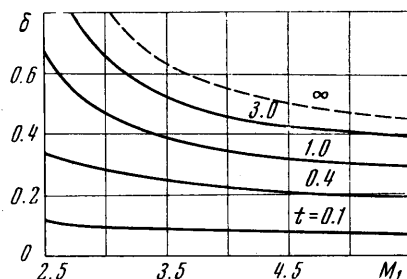
$$\delta = [u_2 / 2V_0 t + 1.92(\rho_3 / \rho_2 - 1)^{-0.861}]^{-1}, \quad V = [1 + 3.84V_0 / u_2 (\rho_3 / \rho_2 - 1)^{-0.861}]^{-2} \quad (2.7)$$

На фиг. 4 показаны кривые изменения нестационарного отхода со временем для сферы (сплошные линии), построенные по формуле (2.6) с использованием экспериментальных значений стационарного отхода и скорости фронта ударной волны. Там же представлены кривые (пунктир), построенные для сферы по экспериментальной

скорости u_1 и стационарному отходу, вычисленному по формуле Амброзио — Уортмана [4] (кривые 1 — $M_1 = 2.57$, кривые 2 — $M_1 = 3.31$). В первом случае имеем хорошее совпадение экспериментальных и рассчитанных по формуле (2.6) значений нестационарного отхода в широком диапазоне изменения времени. Во втором случае расчетные значения нестационарного отхода лежат выше экспериментальных величин; причем при меньшем числе Маха наблюдается большее расхождение между ними. Это говорит о том, что формула Амброзио — Уортмана при малых числах Маха ударной волны дает недостаточно точные значения величины стационарного отхода. Поэтому для определения отхода в нестационарной фазе обтекания при малых числах



Фиг. 4



Фиг. 5

Маха набегающей волны необходимо иметь экспериментальное значение стационарного отхода, величина которого может быть достаточно точно измерена по оптическим картинам.

Результаты расчета отхода по формуле (2.7) с учетом того, что ρ_3 / ρ_2 и u_2 / V_0 — функции числа Маха M_1 ударной волны, представлены на фиг. 5. Из рассмотрения графиков, в частности, следует, что величина отхода головной ударной волны от сферы в нестационарной фазе процесса обтекания очень чувствительна при малых числах M_1 к изменениям параметров в набегающем потоке. В связи с этим имеется возможность перехода от величины отхода головной ударной волны на сфере к числу Маха потока, когда процесс формирования обтекания еще не закончился. Последнее замечание расширяет возможности использования сферы как модели — зонда, позволяя определять число Маха потока вблизи фронта набегающей ударной волны. Заметим, что ранее [7, 11] зондирование потока при помощи сферы проводилось лишь с момента установления стационарного обтекания.

Если обозначить (как это принято в работе [10]) через t_∞ — время установления стационарного обтекания, при котором отход δ достигает величины, равной $0.8 \delta_\infty$, то из формул (2.6) и (2.7) получим

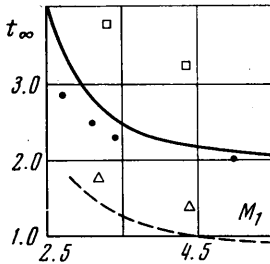
$$t_\infty = 2\delta_\infty u_2 / V_0 \tag{2.8}$$

$$t_\infty = 1.04 u_2 / V_0 (\rho_3 / \rho_2 - 1)^{-0.861} \quad (\text{для сферы}) \tag{2.9}$$

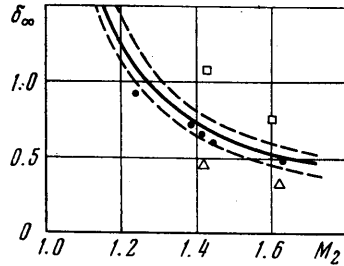
На фиг. 6 представлена кривая (сплошная линия) зависимости t_∞ от числа Маха M_1 для сферы, рассчитанная по формуле (2.9). Точками отмечены значения t_∞ , рассчитанные по формуле (2.8) на основе измеренных величин δ_∞ , которые получены в экспериментах со сферой (черные кружочки — $r/R = 1$) и затупленными цилиндрами (светлые квадраты — $r/R = 1.5$; светлые треугольники — $r/R = 0.5$). Там же приведена экспериментальная кривая (пунктирная линия), взятая из работы [10], которая лежит значительно ниже кривой, полученной в данных исследованиях. Такое расхождение результатов можно объяснить непостоянством параметров потока в ударной трубе, использованной авторами работы [10]. Сравнение экспериментальных значений t_∞ для тел с различным затуплением позволяет заключить, что с увеличением величины r/R время установления стационарного обтекания также возрастает.

На фиг. 7 дана зависимость стационарного отхода от числа Маха потока M_2 . Сплошная линия — расчет отхода по работе [3]. Пунктирными линиями обозначена полоса разброса экспериментальных данных, взятых из работ [5, 6, 11]. Точками (обозначения те же, что и на фиг. 6) нанесены величины, рассчитанные по формуле (2.5) на основе экспериментальных значений δ_1 , измеренных в некоторый момент времени t_1 процесса нестационарного обтекания тела. Для сферы и цилиндра со сферическим притуплением ($r/R = 1$) значения δ_∞ , вычисленные по величинам δ_1 и t_1 , находятся в удовлетворительном согласии с данными по стационарному отходу других авторов. Из рассмотрения фиг. 7 следует также, что значение стационарного отхода растет с увеличением затупленности цилиндра.

Итак, в результате проведенных исследований получены уточненные экспериментальные данные по изменению отхода головного скачка в нестационарной фазе процесса обтекания затупленных тел (сферы, затупленных цилиндров, затупленного конуса) в ударной трубе. Предложены формулы, позволяющие по известному экспериментальному значению отхода δ_1 в некоторый момент времени t_1 , или по значению



Фиг. 6



Фиг. 7

стационарного отхода δ_∞ (полученного либо экспериментально, либо теоретически), определять отход и скорость движения головного скачка в любой момент времени нестационарного обтекания тела, а также величину времени установления стационарного отхода головного скачка в зависимости от числа Маха набегающей ударной волны.

Достаточно удовлетворительное совпадение экспериментальных и расчетных данных для рассмотренных моделей и чисел Маха потока позволяет надеяться, что предложенные формулы найдут свое применение при изучении нестационарного обтекания и более широкого класса затупленных тел.

Поступило 26 XI 1969

ЛИТЕРАТУРА

1. Ершов И. В., Овечкин А. П., Федюшин Б. Т., Харитонов А. И. Применение импульсных ОКГ в качестве источников света к теньвым и интерференционным приборам. Докл. АН СССР, Сер. физ., 1969, т. 189, № 2.
2. Белоцерковский О. М., Булекбаев А., Голомазов М. М., Грудницкий В. Г., Душин В. К., Иванов В. Ф., Лунькин Ю. П., Попов Ф. Д., Рябинков Г. М., Тимофеева Г. Я., Толстых А. И., Фомин В. Н., Шугаев Ф. В. Обтекание затупленных тел сверхзвуковым потоком газа. М., Тр. ВЦ АН СССР, 1966.
3. Гилянский С. М., Лебедев М. Г. Исследование обтекания плоских и осесимметричных тел с отшедшей ударной волной потоком с малой сверхзвуковой скоростью. Изв. АН СССР, Механика, 1965, № 1.
4. Ambrosio A., Wortman A. Stagnation — point shock — detachment distance for flow around spheres and cylinders in air. J. Aeronaut. sci., 1962, vol. 29, No. 876.
5. Масленников В. Г., Студенков А. И. О положении головной волны при числе Маха, близком к единице. Сб. «Аэродинамические исследования сверхзвуковых течений», М.—Л., «Наука», 1967.
6. Van Dyke M. D., Gordon A. U. Supersonic flow past a family of blunt axisymmetric bodies. NASA, Techn. Rept. R-1, 1959.
7. Баженова Т. В., Гвоздева Л. Г., Лобастов Ю. С., Набоко И. М., Немков Р. Г., Предводителева О. А. Ударные волны в реальных газах. М., «Наука», 1968.
8. Киреев В. Т. Об отражении сильной ударной волны от сферы и цилиндра. Изв. АН СССР, МЖГ, 1969, № 3.
9. Сыщикова М. П., Березкина М. К., Семенов А. Н. Некоторые методы исследования нестационарных явлений в ударных трубах. ПМТФ, 1964, № 5.
10. Сыщикова М. П., Березкина М. К., Семенов А. Н. Формирование головной ударной волны перед телом в ударной трубе. Ж. техн. физ., 1964, т. 34, вып. 11.
11. Сыщикова М. П., Березкина М. К., Семенов А. Н. Формирование течения около модели в ударной трубе и др. Сб. «Аэрофизические исследования сверхзвуковых течений», М.—Л., «Наука», 1967, стр. 7—27.
12. Ударные трубы. М., Изд-во иностр. лит., 1962.