

УДК 532.542 / .517.4

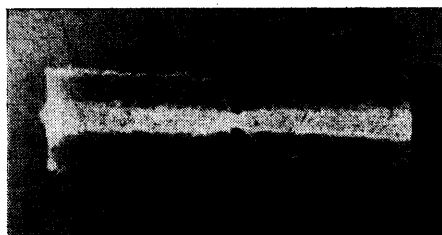
## ИССЛЕДОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ В ТРУБОПРОВОДЕ ПРИ ПОМОЩИ ЯДЕРНОГО МАГНИТНОГО РЕЗОНАНСА

А. И. ЖЕРНОВОЙ

(Ленинград)

Рассматриваются результаты исследования продольной турбулентной диффузии методом магнитной отметки ядер и способ нахождения функции распределения частиц жидкости по скорости в сечении трубопровода.

**1. Исследование продольной турбулентной диффузии.** В установке для исследования продольной турбулентной диффузии при помощи ядерного магнитного резонанса [1] жидкость поляризуется, протекая через межполюсное пространство магнита и поступает в участок трубопровода длиной  $l$ , в начале которого, в месте, где градиент внешнего поля направлен вдоль струи, одета катушка датчика нутации, а в конце — катушка датчика сигнала ядерного магнитного резонанса, присоединенная к схеме детектора. Когда в катушке нутации нет резонансного осциллирующего поля, на выходе схемы детектора имеется сигнал с амплитудой  $A_0$ , пропорциональной намагниченности ядер  $m_0$ , возникающей в поляризаторе.



Фиг. 1

В момент времени  $t = 0$  на катушку нутации начинает подаваться от генератора напряжение с частотой, равной частоте прецессии ядер в одном из сечений этой катушки, вызывающее изменение намагниченности ядер до величины  $m_1$ . При этом в начале участка  $l$  появляется резкая граница, разделяющая жидкость с разной намагниченностью.

Для теории турбулентной диффузии представляет интерес закон, по которому происходит размытие этой границы при движении жидкости. Его можно найти из зависимости амплитуды сигнала  $A$  от времени  $t$ , пример которой приведен на фотографии фиг. 1, полученной с экрана осциллографа при  $l = 1.25$  м, средней скорости жидкости  $W = 1.96$  м/сек и диаметре трубопровода  $d = 3$  мм.

Амплитуда сигнала  $A(t)$  пропорциональна намагниченности ядер  $m$  в сечении струи, расположенном в момент  $t$  на расстоянии  $l$  от места отметки жидкости. Центр фронта отметки находится в этот момент от места отметки на расстоянии  $Wt$ , т. е. амплитуда сигнала  $A(t)$  пропорциональна намагниченности  $m(x)$  в сечении струи, удаленном от центра фронта отметки на расстоянии  $x = W(T - t)$  ( $T = l/W$  — момент прохождения через датчик центра фронта отметки).

Из теории и опыта известно, что при турбулентной диффузии зависимость вероятности перемещения частиц жидкости от расстояния перемещения  $x$  подчиняется нормальному закону [2]. Поэтому в момент  $t$  на рас-

стоянии  $x$  от центра фронта отметки намагниченность должна иметь величину

$$m(x) = \frac{m_0 + m_1}{2} + \frac{m_0 - m_1}{2} \Phi\left(\frac{x}{X}\right) \text{sign}(T - t) \quad (1.1)$$

Здесь  $X$  — дисперсия распределения,  $\Phi$  — интеграл вероятности.

Так как коэффициенты пропорциональности амплитуд  $A_0$ ,  $A(t)$ ,  $A_1$  и соответствующих намагниченностей  $m_0$ ,  $m(x)$ ,  $m_1$  одинаковы, из выражения (1.1) имеем

$$\frac{2A(t) - A_0 - A_1}{A_0 - A_1} = \Phi\left(\frac{T-t}{X}W\right) \text{sign}(T-t) \quad (1.2)$$

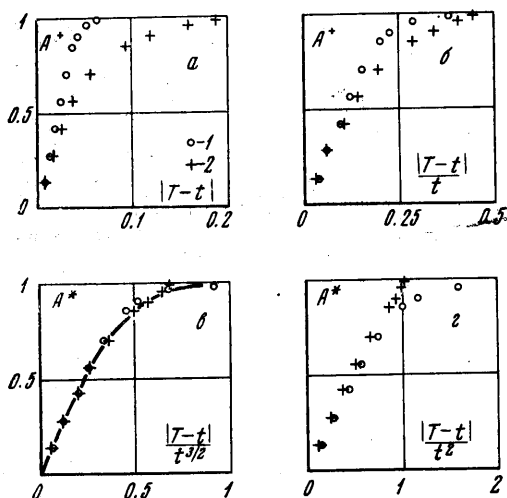
Если применяется отметка жидкости размагничиванием [1, 3, 4], то  $m_1 = 0$  и зависимость (1.2) принимает вид

$$2A^*(t) - 1 = \Phi\left(\frac{T-t}{X}W\right) \text{sign}(T-t) \quad \left(A^*(t) = \frac{A(t)}{A_0}\right) \quad (1.3)$$

В данной работе применяется отметка жидкости переманчиванием, при этом  $m_1 = -m_0$  и выражение (1.2) принимает вид

$$A^*(t) = \Phi\left(\frac{T-t}{X}W\right) \text{sign}(T-t) \quad (1.4)$$

На фиг. 2, а приведена экспериментальная зависимость  $|A^*|$  от величины  $|T-t|$  для  $t < T$  (точки 1) и  $t > T$  (точки 2) при  $W = 2.76 \text{ м/сек}$



Фиг. 2

$|T-t|t^{-2}$ . При этом задний фронт отметки получился более крутым, чем передний. Следовательно, дисперсия пропорциональна  $t$  в степени, меньшей второй. На фиг. 2, в точками приведена экспериментальная зависимость  $A^*$  от  $|T-t|t^{-3/2}$ , а сплошной линией — теоретическая зависимость  $\Phi [2.9 (T-t)t^{-3/2}]$ , которая хорошо согласуется с экспериментальной. Следовательно, распределение намагниченности вдоль струи подчиняется гауссовскому закону, если аргумент функции распределения имеет вид

$$\frac{x}{X} = \frac{T-t}{t^{3/2}} K$$

где множитель  $K$  не зависит от времени.

$l = 0.64 \text{ м}$ ,  $d = 3 \text{ мм}$ . За  $T$  принят момент времени, когда  $A = 0$ . Из этой зависимости видно, что передний фронт круче заднего, так как дисперсия распределения по  $x$  растет со временем.

Из теории Тейлора [5] известно, что дисперсия  $X$  может быть пропорциональной  $t^{1/2}$  и  $t$ . Однако зависимость  $A^*$  от функции  $|T-t|t^{-1}$ , приведенная на фиг. 2, б, показывает, что предположение о пропорциональности дисперсии времени  $t$  не объясняет отклонения зависимости  $A^*(t)$  от гауссовского закона (задний фронт на фиг. 2, б остается менее крутым, чем передний). На фиг. 2, в приведена зависимость  $A^*$  от функции

(Аналогичный результат получается из зависимостей  $|2A^* - 1|$  от функции  $|T - t|t^{-n}$ , построенных по фотографиям фронтов турбулентной диффузии, приведенным в работах [3, 4].)

Таким образом, дисперсия распределения по  $x$  пропорциональна  $t^{3/2}$

$$X = K^{-1}Wt^{3/2} \quad (1.5)$$

Коэффициенты  $K$ , при которых теоретические функции  $\Phi(K|T - t|t^{-3/2})$  совпадают с экспериментальными зависимостями  $A^*(t)$ , полученные для различных комбинаций  $l$ ,  $W$  и  $l = 3$  мм, приведены в таблице.

Величины коэффициентов могут быть представлены эмпирической формулой  $K \approx 7.5lW^{-1/2}$ . Подставив эту формулу в выражение (1.5), получаем

$l$   $м$	2.47	1.25			0.64	
$W$   $\frac{м}{сек}$	2.84	2.81	1.96	1.37	2.76	1.37
$K$	12	5.6	6.6	7.9	2.9	3.8

$$X \approx 0.13l^{-1}(Wt)^{3/2} \quad (1.6)$$

От распределения частиц по  $x$  можно перейти к распределению по скорости, осредненному на расстояние  $l$ . Дисперсия этого распределения

$$\sigma \approx 0.13l^{-1}W^{3/2}t^{1/2} \quad (1.7)$$

**2. Исследование распределения по скорости частиц жидкости в сечении трубопровода.** Экспериментальная установка, так же как и при исследовании турбулентной диффузии, содержит поляризатор, датчик нутации и датчик сигнала ядерного магнитного резонанса, но магнитное поле в датчике нутации однородно. При этом намагниченность частицы жидкости, прошедшей через катушку нутации за время  $t$  при напряженности резонансного осциллирующего поля  $2H_1$ , определяется выражением

$$m(t) = m_0 \cos \gamma H_1 t \quad (2.1)$$

Здесь  $\gamma$  — гиромангнитное отношение,  $m_0$  — величина  $m$  при  $H_1 = 0$ .

Средняя намагниченность на выходе катушки нутации  $M$ , которой пропорциональна амплитуда сигнала ядерного магнитного резонанса  $A$ , зависит от функции распределения  $f(t)$  частиц по времени  $t$

$$M = m_0 \int_0^{\infty} f(t) \cos \gamma H_1 t dt \quad (2.2)$$

или от функции распределения  $f(w)$  частиц по скорости  $w$ , осредненной на длине датчика  $L$

$$M = m_0 \int_0^{\infty} f(w) \cos \gamma H_1 \frac{L}{w} dw \quad (2.3)$$

Из опыта известно, что функция распределения скоростей турбулентных пульсаций близка к нормальной [2], поэтому предположим, что функция  $f(w)$  является гауссовской с дисперсией  $\sigma$

$$f(w) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2}\sigma} \exp \frac{-(W - w)^2}{2\sigma^2} \quad (2.4)$$

Подставив это выражение в формулу (2.3), произведя разложение в ряд

$$w^{-1} \approx W^{-1} [1 - (W - w)W^{-1} + (W - w)^2 W^{-2}]$$

и воспользовавшись табличным интегралом [6], получаем

$$M = \frac{m_0}{(1 + \alpha^2)^{1/4}} \exp \frac{-\alpha^2}{4(1 + \alpha^2)} \cos \left[ \frac{\arctg \alpha}{2} + \theta \left( 1 - \frac{\alpha^2}{4(1 + \alpha^2)} \right) \right] \quad (2.5)$$

$$\theta = \gamma H_1 \frac{L}{W} = \frac{\gamma I N}{2W}, \quad \alpha = \frac{2\theta\sigma^2}{W^2}$$

Здесь  $N$  — число витков катушки.

Для оценки  $\sigma$  достаточно измерить минимальный ток  $I$  в катушке нутации, при котором  $A = 0$ . Из выражения (2.5), приравняв аргумент косинуса  $1/2\pi$ , получаем

$$\arctg \alpha + \frac{\gamma I N}{W} \left( 1 - \frac{\alpha^2}{4(1 + \alpha^2)} \right) = \pi$$

Отсюда при малых  $\alpha$  следует, что

$$\frac{\sigma}{W} \approx \left( \frac{\pi W}{\gamma I N} - 1 \right)^{1/2} \quad (2.6)$$

Другим способом интенсивность турбулентности можно оценить, измерив амплитуды экстремальных сигналов  $A_n$ , соответствующих углам нутации  $\theta = n\pi$ , так как согласно выражению (2.5) эти амплитуды однозначно связаны с величиной  $\sigma$

$$a_n = \frac{1}{4(1 + \alpha^2)^{1/4}} \exp \frac{-\alpha^2}{4(1 + \alpha^2)} \quad \left( a_n = \frac{|A_n|}{A_0} \right) \quad (2.7)$$

Если принятая гауссовская функция распределения  $f(w)$  является верной, то величины  $\sigma$ , полученные первым и вторым способами должны совпадать. Для оценки  $\sigma$  первым способом был использован датчик нутации с трубкой диаметром 2.1 мм и цилиндрической катушкой нутации с  $N = 7$ . Ток  $I$  измерялся термомиллиамперметром  $T-13$ , а расход жидкости — объемным методом. В результате из 17 опытов было получено среднее значение  $\sigma / W = 0.08 \pm 0.1$ .

Для оценки  $\sigma$  вторым способом, при постоянной скорости жидкости  $W = 4.9$  м/сек,  $L = 7$  мм и  $d = 2$  мм были измерены амплитуды экстремальных сигналов нутации. Чтобы исключить влияние радиационного затухания [7], амплитуды определялись при  $m_0 > 0$  и  $m_0 < 0$ . В результате были получены следующие значения:  $a_1 = 0.8$ ,  $a_3 = 0.51$  и  $a_5 = 0.28$ .

При сравнении этих результатов с выражением (2.7) получаются величины  $\sigma / W \approx 0.7$ . Таким образом, предположение о нормальном распределении частиц по скорости  $w$  не соответствует действительности.

Малую величину  $\sigma$ , получаемую при оценке первым способом, можно объяснить тем, что частицы жидкости имеют симметричную функцию распределения  $f(t)$ , так как тогда минимальный ток  $I$ , при котором  $A = 0$ , определяется выражением:

$$I = \pi W / \gamma N.$$

В случае нормального распределения с дисперсией  $\tau$

$$M = m_0 \exp \frac{-\gamma^2 H_1^2 \tau^2}{2} \cos \gamma H_1 T \quad \left( T = \frac{L}{W} \right) \quad (2.8)$$

Из формулы (2.8) следует, что амплитуды экстремумов с ростом порядка  $n$  должны убывать по закону

$$a_n = \exp (-n^2 \pi^2 \tau^2 T^{-2}).$$

Следовательно, их отношения должны удовлетворять условиям

$$a_3 = a_1^9, \quad a_5 = a_1^{25}$$

На самом деле из приведенных выше экспериментальных результатов получается

$$a_3 \approx 4a_1^9, \quad a_5 \approx 10^4 a_1^{25}$$

Таким образом, предположение о гауссовском распределении опытом не подтверждается.

Рассмотрим случай лорентцевского распределения. При этом

$$f(t) = \frac{\tau}{\pi[\tau^2 + (t - T)^2]}, \quad M = m_0 \exp(-\gamma H_1 \tau) \cos \gamma H_1 T \quad (2.9)$$

Из формулы (2.9) следует, что амплитуды экстремумов с ростом  $n$  должны убывать по закону  $a_n = \exp(-n\pi\tau T^{-1})$ . Следовательно, отношения амплитуд должны удовлетворять условиям

$$a_3 = a_1^3, \quad a_5 = a_1^5$$

Это соответствует приведенным выше экспериментальным результатам, согласно которым  $a_3 = 0.51$ ,  $a_1^3 = 0.512$  и  $a_5 = 0.28$ ,  $a_1^5 = 0.327$ .

Таким образом, выражение (2.9) подтверждается опытом. Дисперсию распределения  $\tau$  можно оценить по формуле

$$\frac{\tau}{T} = \frac{1}{\pi l} \ln \frac{A_0}{A_n} \quad (2.10)$$

Для выяснения зависимости  $\tau$  от скорости жидкости  $W$  и диаметра трубки  $d$  были произведены измерения при  $d = 2, 3$  и  $4$  мм (зависимости 1—3 соответственно), результаты которых представлены на графике фиг. 3.

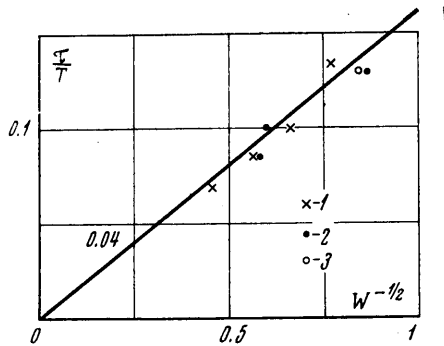
Из этого графика следует, что величину  $\tau$  с погрешностью 5% можно представить выражениями

$$\frac{\tau}{T} \approx \frac{0.16}{W^{1/2}}, \quad \tau \approx \frac{0.16L}{W^{1/2}} \quad (2.11)$$

Аналогичные измерения при  $L$ , равном 2, 5, 10, 30 мм и  $d = 2$  мм, показали, что в этих пределах изменения  $L$  величина  $\tau/T$  от  $L$  практически не зависит.

Сопоставим выражения (1.7) и (2.11). Отклонение от  $W$  скоростей частиц, осредненных на расстоянии  $l$ , можно связать с отклонением от  $T = l/W$  времен прохождения ими этого расстояния, соотношением  $\Delta w / W \approx \Delta t / T$ . Подставив в него  $\Delta w = \sigma$  из (1.7) и  $\Delta t = \sigma t$  из (2.11), получаем  $c = 0.8 t^{-1/2}$ .

Таким образом, величина  $\Delta t$  пропорциональна  $\tau t^{-1/2}$ . Это показывает, что гауссовское распределение частиц по скоростям, осредненным на расстоянии  $l$ , является результатом статистического усреднения распределения частиц по временам  $t = L/w$  в сечении трубопровода.



Фиг. 3

## ЛИТЕРАТУРА

1. Жерновой А. И. Новый метод исследования продольной турбулентной диффузии в трубопроводе. *Инж.-физ. ж.*, 1961, № 5, стр. 91.
2. Бай Ши-и. Турбулентное течение жидкостей и газов. М., Изд-во иностр. лит., 1962, стр. 204, 224.
3. Жерновой А. И., Латышев Г. Д. Ядерный магнитный резонанс в проточной жидкости. М., Атомиздат, 1964, стр. 216.
4. Рухин А. Б., Павлов О. В. Уточнение распределения диффундирующей субстанции в осесимметричном турбулентном потоке. *Вестн. АН КазССР*, 1969, № 3 стр. 52.
5. Хинце И. О. Турбулентность. М., Изд-во иностр. лит., 1963, стр. 59.
6. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., 1962.
7. Benoit H. Etude de l'amortissement par rayonnement cohérent en résonance magnétique nucléaire. *J. Phys. et radium*, 1960, vol. 21, No. 4, pp. 212—216.