

УДК 621.4/6:533.6

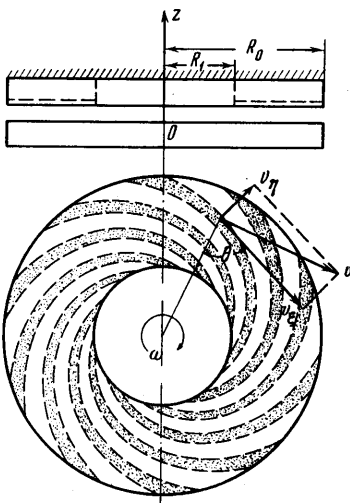
## ТЕОРИЯ ГАЗОВОГО ПОДШИПНИКА СО СПИРАЛЬНЫМИ КАНАВКАМИ, УЧИТЫВАЮЩАЯ ЭФФЕКТЫ СКОЛЬЖЕНИЯ И МЕСТНОЙ СЖИМАЕМОСТИ

А. В. ЕМЕЛЬЯНОВ, Л. С. ЕМЕЛЬЯНОВА

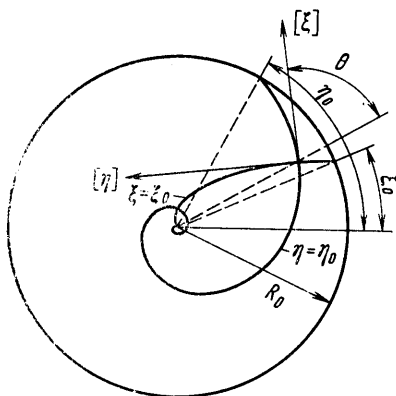
(Красноярск)

Теория спирального подшипника с квазинесжимаемой смазкой, предложенная Уипплом [1] и расширенная в работах [2-4], расходится с экспериментальными исследованиями [5], особенно при больших значениях параметра сжимаемости и средних числах Кнудсена. Исследования, проведенные на упрощенных моделях спирального подшипника [6, 7], показали, что сжимаемость газового слоя снижает его несущую способность. Этот эффект еще сильнее проявляется при средних числах Кнудсена. Поэтому попытки учесть эффект скольжения в рамках теории квазинесжимаемого слоя [8] не достигают цели. Предлагаемая теория спирального подшипника учитывает совместное влияние обоих эффектов и согласуется с экспериментом.

1. Уравнения газовой смазки в спиральных координатах. Основным элементом любого подшипника со спиральными канавками служит компрессор, образованный двумя параллельными поверхностями, на одной



Фиг. 1



Фиг. 2

из которых, имеющей форму кольца, вырезаны спиральные канавки (фиг. 1). Анализ течения газа в зазоре спирального компрессора удобно вести в специальной криволинейной системе координат  $(\xi, \eta, z)$ , которая отличается от цилиндрической  $(r, \varphi, z)$  первыми двумя координатами (фиг. 2)

$$\xi = \varphi + \operatorname{ctg} \theta \ln r / R_0, \quad \eta = \varphi - \operatorname{tg} \theta \ln r / R_0 \quad (1.1)$$

Линии  $\xi = \operatorname{const}$  и  $\eta = \operatorname{const}$  образуют два ортогональных семейства логарифмических спиралей. На фиг. 2 представлено по одной спирали из каждого семейства.

Из соотношений (1.1) вытекает равенство

$$r = R_0 \exp [1/2(\xi - \eta) \sin 2\theta] \quad (1.2)$$

Параметры Ляме  $H_\xi$  и  $H_\eta$  имеют вид

$$H_\xi = r \sin \theta, \quad H_\eta = r \cos \theta$$

В спиральной системе координат уравнения газовой смазки запишутся [3] так:

$$\begin{aligned} \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial p}{\partial \xi} &= \mu \frac{\partial^2 v_\xi}{\partial z^2}, & \frac{1}{r \cos \theta} \frac{\partial p}{\partial \eta} &= \mu \frac{\partial^2 v_\eta}{\partial z^2}, & \frac{\partial p}{\partial z} &= 0 \\ \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \xi} (p v_\xi r) &+ \frac{1}{\cos \theta} \frac{\partial}{\partial \eta} (p v_\eta r) &+ r^2 \frac{\partial}{\partial z} (p v_z) &= 0 \end{aligned} \quad (1.3)$$

Здесь  $p$  — давление,  $\mu$  — динамический коэффициент вязкости,  $v_\xi$ ,  $v_\eta$ ,  $v_z$  — проекции скорости на координатные оси. Смазочный слой считается изотермическим по протяженности.

Если гладкая поверхность спирального компрессора вращается с угловой скоростью  $\omega$ , а поверхность с канавками неподвижна (фиг. 1), то составляющие скорости твердых стенок, ограничивающих слой газовой смазки, в спиральных координатах оказываются такими:

$$\begin{aligned} v_\xi &= -\omega r \sin \theta, & v_\eta &= -\omega r \cos \theta, & v_z &= 0 & \text{при } z = 0 \\ v_\xi &= 0, & v_\eta &= 0, & v_z &= 0 & \text{при } z = H \end{aligned} \quad (1.4)$$

Число Кнудсена вводится как отношение местной средней длины свободного пробега молекул газа к местной толщине  $H$  смазочного слоя

$$\text{Kn} = l/H$$

При  $\text{Kn} < 0.01$  можно считать, что на границе с твердой поверхностью газ приобретает ее скорость. Однако при средних числах Кнудсена ( $0.01 \leq \text{Kn} \sim 0.1$ ) граничные условия (1.4) должны быть заменены более сложными [3]

$$\begin{aligned} v_\xi &= -\omega r \sin \theta + l \left( \frac{\partial v_\xi}{\partial z} \right)_{z=0}, & v_\eta &= -\omega r \cos \theta + l \left( \frac{\partial v_\eta}{\partial z} \right)_{z=0}, \\ v_z &= 0 & \text{при } z = 0 \end{aligned} \quad (1.5)$$

$$\begin{aligned} v_\xi &= -l \left( \frac{\partial v_\xi}{\partial z} \right)_{z=H}, & v_\eta &= -l \left( \frac{\partial v_\eta}{\partial z} \right)_{z=H}, \\ v_z &= 0 & \text{при } z = H \end{aligned}$$

После интегрирования системы (1.3) по толщине смазочного слоя при граничных условиях (1.5) можно получить следующие соотношения:

$$v_z = -\frac{lH + z(H-z)}{2\mu r \sin \theta} \frac{\partial p}{\partial \xi} - \omega r \left( 1 - \frac{z+l}{H+2l} \right) \sin \theta \quad (1.6)$$

$$v_\eta = -\frac{lH + r(H-z)}{2\mu r \cos \theta} \frac{\partial p}{\partial \eta} - \omega r \left( 1 - \frac{z+l}{H+2l} \right) \cos \theta$$

$$\Delta Q_\xi = -\frac{1}{2} k p \left( \frac{H^2(H+6l)}{6\mu} \frac{\partial p}{\partial \xi} + H\omega r^2 \sin^2 \theta \operatorname{ctg} \theta d\eta \right) \quad (1.7)$$

$$\Delta Q_{\eta} = -\frac{1}{2} k p \left( \frac{H^2(H+6l)}{6\mu} \frac{\partial p}{\partial \eta} + H\omega r^2 \cos^2 \theta \right) \operatorname{tg} \theta d\xi$$

$$\frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ (H+6l)p \frac{\partial p}{\partial \xi} \right] + \frac{1}{\cos^2 \theta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[ (H+6l)p \frac{\partial p}{\partial \eta} \right] +$$

$$+ \frac{6\mu\omega r^2}{H} \left( \frac{\partial p}{\partial \xi} + \frac{\partial p}{\partial \eta} \right) = 0 \quad (1.8)$$

Здесь  $\Delta Q_{\xi}$  — массовый расход газа в направлении оси  $\xi$  через элемент  $d\eta$  координатной линии  $\eta$ ;  $\Delta Q_{\eta}$  — массовый расход газа в направлении оси  $\eta$  через элемент  $d\xi$  координатной линии  $\xi$ ;  $k$  — отношение плотности газа к давлению при температуре смазочного слоя.

**2. О представлении давлений в слое газовой смазки спирального компрессора.** Ввиду того, что течение газа в каждой паре канавка — выступ совершенно равнозначно, достаточно определить давление в одной такой паре (фиг. 3).

Если  $p_a$  — давление на внешней границе спирального компрессора, то давления в канавке  $p_1$  и на выступе  $p_2$  можно представить при помощи безразмерных давлений  $P_1$  и  $P_2$  следующим образом:

$$p_1 = p_a P_1, \quad p_2 = p_a P_2 \quad (2.1)$$

Пусть далее  $P$  — безразмерное давление вдоль границы канавки с выступом. Тогда безразмерные давления  $P_1$  и  $P_2$  можно представить в виде суммы

$$P_1 = P + \Delta P_1, \quad P_2 = P + \Delta P_2 \quad (2.2)$$

При такой записи  $P$  является функцией только координаты  $\xi$ , а  $\Delta P_1$  и  $\Delta P_2$  зависят и от  $\xi$  и от  $\eta$ .

На фиг. 3 кривая  $\eta = 0$  отделяет канавку от выступа, в то время как кривые  $\eta = \eta_1$  и  $\eta = -\eta_2$  образуют внешние границы соответственно канавки и выступа. Линия  $AOB$  является дугой окружности, центр которой совпадает с центром компрессора. Спиральные координаты точек  $A$ ,  $O$  и  $B$  следующие:

$$A(\xi = \xi_0 - \eta_2, \eta = -\eta_2), \quad O(\xi = \xi_0, \eta = 0), \quad B(\xi = \xi_0 + \eta_2, \eta = \eta_1) \quad (2.3)$$

Сравнивая пределы изменения переменных  $\xi$  и  $\eta$  в окрестности точки  $O$ , ограниченной координатными кривыми, выходящими из точек  $A$  и  $B$

$$\xi_0 - \eta_2 \leq \xi \leq \xi_0 + \eta_1, \quad -\eta_2 \leq \eta \leq \eta_1 \quad (2.4)$$

с пределами изменения этих переменных в области всей пары канавка — выступ

$$-\left( \eta_2 + \frac{2}{\sin 2\theta} \ln \frac{R_0}{R_1} \right) \leq \xi \leq \eta_1, \quad -\eta_2 \leq \eta \leq \eta_1 \quad (2.5)$$

нетрудно заметить, что в направлении координаты  $\xi$  область (2.4) значительно уже области (2.5), в то время как в направлении координаты  $\eta$  обе области имеют одинаковую протяженность.

Учитывая это обстоятельство, можно давление в окрестности точки  $O$  разложить в двойной ряд по степеням  $(\xi - \xi_0)$  и  $\eta$ , и затем отбросить все

члены второго порядка малости и выше, за исключением двух

$$\frac{1}{2} \frac{\partial^2 P_1}{\partial \eta^2} \eta^2, \quad \frac{1}{2} \frac{\partial^2 P_2}{\partial \eta^2} \eta^2$$

Тогда с учетом соотношений (2.2) получаются два равенства (2.6)

$$P_1 = P + \frac{dP}{d\xi}(\xi - \xi_0) + \frac{\partial \Delta P_1}{\partial \xi}(\xi - \xi_0) + \frac{\partial \Delta P_1}{\partial \eta} \eta + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \Delta P_1}{\partial \eta^2} \eta^2$$

$$P_2 = P + \frac{dP}{d\xi}(\xi - \xi_0) + \frac{\partial \Delta P_2}{\partial \xi}(\xi - \xi_0) + \frac{\partial \Delta P_2}{\partial \eta} \eta + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \Delta P_2}{\partial \eta^2} \eta^2$$

Так как  $\Delta P_1 = 0$  и  $\Delta P_2 = 0$  при  $\eta = 0$ , то в окрестности начала координатной линии  $\eta$  каждая из этих функций может быть представлена рядом по степеням  $\eta$ ; поэтому

$$\frac{\partial \Delta P_1}{\partial \xi} = \frac{\partial^2 \Delta P_1}{\partial \xi \partial \eta} \eta + \dots + \frac{1}{n!} \frac{\partial^{(n+1)} \Delta P_1}{\partial \xi \partial \eta^{(n)}} \eta^n + \dots$$

$$\frac{\partial \Delta P_2}{\partial \xi} = \frac{\partial^2 \Delta P_2}{\partial \xi \partial \eta} \eta + \dots + \frac{1}{n!} \frac{\partial^{(n+1)} \Delta P_2}{\partial \xi \partial \eta^{(n)}} \eta^n + \dots$$

Отсюда видно, что в точке  $O(\xi_0, 0)$

$$\frac{\partial \Delta P_1}{\partial \xi} = 0, \quad \frac{\partial \Delta P_2}{\partial \xi} = 0$$

и, следовательно, соотношения (2.6) упрощаются

$$P_1 = P + \frac{dP}{d\xi}(\xi - \xi_0) + \frac{\partial \Delta P_1}{\partial \eta} \eta + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \Delta P_1}{\partial \eta^2} \eta^2$$

$$P_2 = P + \frac{dP}{d\xi}(\xi - \xi_0) + \frac{\partial \Delta P_2}{\partial \eta} \eta + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \Delta P_2}{\partial \eta^2} \eta^2$$

Если ввести сокращенные обозначения для производных в точке  $O$

$$a_1 = \frac{\partial \Delta P_1}{\partial \eta}, \quad a_2 = \frac{\partial^2 \Delta P_1}{\partial \eta^2}, \quad b_1 = \frac{\partial \Delta P_2}{\partial \eta}, \quad b_2 = \frac{\partial^2 \Delta P_2}{\partial \eta^2} \quad (2.8)$$

то равенства (2.7) запишутся

$$P_1 = P + \frac{dP}{d\xi}(\xi - \xi_0) + a_1 \eta + \frac{1}{2} a_2 \eta^2$$

$$P_2 = P + \frac{dP}{d\xi}(\xi - \xi_0) + b_1 \eta + \frac{1}{2} b_2 \eta^2$$

**3. Установление связи между коэффициентами  $a_1, a_2, b_1, b_2$ .** Так как давление в точках  $A$  и  $B$  одинаково, то, зная спиральные координаты этих точек (2.3), можно на основе равенств (2.9) получить уравнение

$$(\eta_1 + \eta_2) \frac{dP}{d\xi} + a_1 \eta_1 + b_1 \eta_2 + \frac{1}{2} a_2 \eta_1^2 - \frac{1}{2} b_2 \eta_2^2 = 0 \quad (3.1)$$

Соотношения (1.7) и (2.9) позволяют найти значения локальных расходов газа в направлении оси  $\eta$  для канавки и выступа в точке  $O(\xi_0, 0)$

$$(\Delta Q_{\eta})_0 = -\frac{1}{2} k p_a^2 P \left[ \frac{h_1^2 (h_1 + 6l_0)}{6\mu} a_1 + \frac{\omega r^2 h_1}{p_a} \cos^2 \theta \right] \operatorname{tg} \theta d\xi$$

$$(\Delta Q_{\eta_2})_0 = -\frac{1}{2} k p_a^2 P \left[ \frac{h_2^2 (h_2 + 6l_0)}{6\mu} b_1 + \frac{\omega r^2 h_2}{p_a} \cos^2 \theta \right] \operatorname{tg} \theta d\xi$$

Вследствие неразрывности потока

$$(\Delta Q_{\eta_1})_0 = (\Delta Q_{\eta_2})_0$$

Отсюда вытекает второе уравнение, связывающее коэффициенты, содержащиеся в равенствах (2.9)

$$\frac{h_1^2 (h_1 + 6l_0)}{6\mu} a_1 + \frac{\omega r^2 h_1}{p_a} \cos^2 \theta = \frac{h_2^2 (h_2 + 6l_0)}{6\mu} b_1 + \frac{\omega r^2 h_2}{p_a} \cos^2 \theta \quad (3.2)$$

Здесь  $l_0$  — значение  $l$  в точке  $O$ ,  $h_1 = h_2 + \delta$  — зазор в области канавки,  $h_2$  — зазор в области выступа,  $\delta$  — глубина канавки.

При изотермическом процессе  $l = l_0 p_a / p$ , где  $l_0$  — длина свободного пробега молекул при давлении  $p_a$ .

Пусть  $m = l_0 / h_2$  — число Кнудсена на внешней границе компрессора в области выступа, а  $\gamma = \delta / (h_2 + \delta)$  — относительная глубина канавки. Тогда

$$h_1 + 6l = h_1 \left[ 1 + 6(1 - \gamma) \frac{m}{P_1} \right] \quad h_2 + 6l = h_2 \left( 1 + 6 \frac{m}{P_2} \right) \quad (3.3)$$

При помощи соотношений (2.1) и (3.3) уравнение (1.8) для канавки и выступа соответственно принимает вид

$$\begin{aligned} [P_1 + 6m(1 - \gamma)] \left[ \frac{\partial^2 P_1}{\partial \xi^2} \operatorname{ctg}^2 \theta + \frac{\partial^2 P_1}{\partial \eta^2} \right] + \left( \frac{\partial P_1}{\partial \xi} \right)^2 \operatorname{ctg}^2 \theta + \left( \frac{\partial P_1}{\partial \eta} \right)^2 + \\ + \frac{6\mu\omega r^2}{p_a h_1^2} \left( \frac{\partial P_1}{\partial \xi} + \frac{\partial P_1}{\partial \eta} \right) \cos^2 \theta = 0 \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned} (P_2 + 6m) \left[ \frac{\partial^2 P_2}{\partial \xi^2} \operatorname{ctg}^2 \theta + \frac{\partial^2 P_2}{\partial \eta^2} \right] + \left( \frac{\partial P_2}{\partial \xi} \right)^2 \operatorname{ctg}^2 \theta + \left( \frac{\partial P_2}{\partial \eta} \right)^2 + \\ + \frac{6\mu\omega r^2}{p_a h_2^2} \left( \frac{\partial P_2}{\partial \xi} + \frac{\partial P_2}{\partial \eta} \right) \cos^2 \theta = 0 \end{aligned} \quad (3.5)$$

Как уже отмечалось, из вторых производных давления по спиральным координатам наибольший порядок должна иметь производная по переменной  $\eta$ . Если, кроме этого, учесть, что в спиральном подшипнике оптимальное значение угла  $\theta$  близко к  $74^\circ$ , то становится ясно, что в уравнениях (3.4), (3.5) члены  $\operatorname{ctg}^2 \theta (\partial^2 P / \partial \xi^2)$  пренебрежимо малы по сравнению с членами  $\partial^2 P / \partial \eta^2$ .

Из уравнений (3.4) и (3.5) вытекают следующие приближенные соотношения:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 P_1}{\partial \eta^2} = -\frac{1}{P_1 + 6m(1 - \gamma)} \left\{ \left( \frac{\partial P_1}{\partial \eta} \right)^2 + \left( \frac{\partial P_1}{\partial \xi} \right)^2 \operatorname{ctg}^2 \theta + \right. \\ \left. + \frac{6\mu\omega r^2}{p_a h_1^2} \left( \frac{\partial P_1}{\partial \xi} + \frac{\partial P_1}{\partial \eta} \right) \cos^2 \theta \right\} \\ \frac{\partial^2 P_2}{\partial \eta^2} = -\frac{1}{P_2 + 6m} \left\{ \left( \frac{\partial P_2}{\partial \eta} \right)^2 + \left( \frac{\partial P_2}{\partial \xi} \right)^2 \operatorname{ctg}^2 \theta + \right. \\ \left. + \frac{6\mu\omega r^2}{p_a h_2^2} \left( \frac{\partial P_2}{\partial \xi} + \frac{\partial P_2}{\partial \eta} \right) \cos^2 \theta \right\} \end{aligned}$$

Подставив в эти равенства значения давления и его производных в точке  $O$ , можно получить еще два уравнения относительно неизвестных коэффициентов

$$a_2 = -\frac{1}{P + 6m(1 - \gamma)} \left\{ a_1^2 + \left( \frac{dP}{d\xi} \right)^2 \operatorname{ctg}^2 \theta + \frac{6\mu\omega r^2}{p_a h_1^2} \left( \frac{dP}{d\xi} + a_1 \right) \cos^2 \theta \right\} \quad (3.6)$$

$$b_2 = -\frac{1}{P + 6m} \left\{ b_1^2 + \left( \frac{dP}{d\xi} \right)^2 \operatorname{ctg}^2 \theta + \frac{6\mu\omega r^2}{p_a h_2^2} \left( \frac{dP}{d\xi} + b_1 \right) \cos^2 \theta \right\} \quad (3.7)$$

В безразмерном виде уравнения (3.1), (3.2), (3.6) и (3.7) запишутся так:

$$\frac{dP}{d\xi} + \lambda a_1 + (1 - \lambda) b_1 + \frac{\pi}{n} [\lambda^2 a_2 - (1 - \lambda)^2 b_2] = 0 \quad (3.8)$$

$$a_1 = \frac{\Psi_2}{\Psi_1} (1 - \gamma)^3 b_1 - \Lambda \Psi_2 \gamma (1 - \gamma)^2 \chi^2 \cos^2 \theta \quad (3.9)$$

$$a_2 = -\frac{\Psi_2}{P} \left\{ a_1^2 + \left( \frac{dP}{d\xi} \right)^2 \operatorname{ctg}^2 \theta + \Lambda \chi^2 (1 - \gamma)^2 \left( \frac{dP}{d\xi} + a_1 \right) \cos^2 \theta \right\} \quad (3.10)$$

$$b_2 = -\frac{\Psi_1}{P} \left\{ b_1^2 + \left( \frac{dP}{d\xi} \right)^2 \operatorname{ctg}^2 \theta + \Lambda \chi^2 \left( \frac{dP}{d\xi} + b_1 \right) \cos^2 \theta \right\} \quad (3.11)$$

Здесь

$$\lambda = \frac{\eta_1}{\eta_1 + \eta_2}, \quad \Lambda = \frac{6\mu\omega R_0^2}{p_a h_2^2}$$

$$\chi = r/R_0, \quad \Psi_1 = \frac{1}{1 + 6m/P}, \quad \Psi_2 = \frac{1}{1 + 6m(1 - \gamma)/P}$$

$\lambda$  — относительная ширина канавки,  $\Lambda$  — параметр сжимаемости,  $\chi$  — безразмерная радиальная координата,  $n$  — число канавок в спиральном компрессоре.

**4. Вывод основного уравнения.** Выражения (1.7) позволяют найти локальные массовые расходы газа в направлении координатных линий спиральной системы для канавки и выступа

$$\Delta Q_{\xi_1} = -\frac{1}{2} k p_a^2 P_1 \left[ \frac{h_1^2 (h_1 + 6l)}{6\mu} \frac{\partial P_1}{\partial \xi} + \frac{\omega r^2 h_1}{p_a} \sin^2 \theta \right] \operatorname{ctg} \theta d\eta$$

$$\Delta Q_{\eta_1} = -\frac{1}{2} k p_a^2 P_1 \left[ \frac{h_1^2 (h_1 + 6l)}{6\mu} \frac{\partial P_1}{\partial \eta} + \frac{\omega r^2 h_1}{p_a} \cos^2 \theta \right] \operatorname{tg} \theta d\xi$$

$$\Delta Q_{\xi_2} = -\frac{1}{2} k p_a^2 P_2 \left[ \frac{h_2^2 (h_2 + 6l)}{6\mu} \frac{\partial P_2}{\partial \xi} + \frac{\omega r^2 h_2}{p_a} \sin^2 \theta \right] \operatorname{ctg} \theta d\eta$$

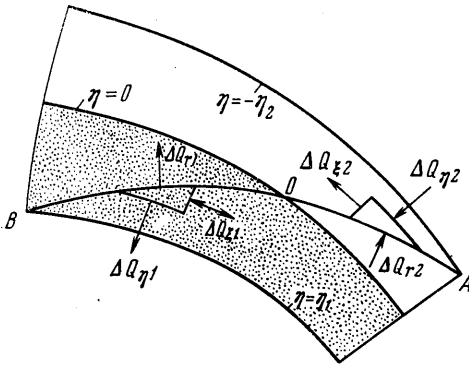
$$\Delta Q_{\eta_2} = -\frac{1}{2} k p_a^2 P_2 \left[ \frac{h_2^2 (h_2 + 6l)}{6\mu} \frac{\partial P_2}{\partial \eta} + \frac{\omega r^2 h_2}{p_a} \cos^2 \theta \right] \operatorname{tg} \theta d\xi \quad (4.1)$$

Как видно из соотношений (1.1), между дифференциалами переменных  $\xi$ ,  $\eta$  и  $\varphi$  вдоль линии  $r = \text{const}$  имеет место связь

$$d\xi = d\eta = d\varphi \quad (4.2)$$

С другой стороны, как на выступе, так и в канавке локальные массовые расходы газа  $\Delta Q_{r1}$  и  $\Delta Q_{r2}$  в направлении оси  $r$  через элемент  $d\varphi$  линии  $r = \text{const}$  могут быть выражены при помощи локальных расходов (4.1) (фиг. 4)

$$\begin{aligned} \Delta Q_{r1} &= \Delta Q_{\xi 1} - \Delta Q_{\eta 1} \\ \Delta Q_{r2} &= \Delta Q_{\xi 2} - \Delta Q_{\eta 2} \end{aligned} \quad (4.3)$$



Фиг. 4

Отсюда с учетом соотношений (4.1) и (4.2)

$$\begin{aligned} \Delta Q_{r1} &= \frac{k p_a^2 h_1^3}{12\mu} [P_1 + 6m(1-\gamma)] \left( \frac{\partial P_1}{\partial \eta} \operatorname{tg} \theta - \frac{\partial P_1}{\partial \xi} \operatorname{ctg} \theta \right) d\varphi \\ \Delta Q_{r2} &= \frac{k p_a^2 h_2^3}{12\mu} (P_2 + 6m) \left( \frac{\partial P_2}{\partial \eta} \operatorname{tg} \theta - \frac{\partial P_2}{\partial \xi} \operatorname{ctg} \theta \right) d\varphi \end{aligned}$$

Радиальный массовый расход газа  $Q_r$  через спиральный компрессор может быть представлен суммой криволинейных интегралов вдоль линии  $r = \text{const}$  (фиг. 4)

$$Q_r = n \int_A^0 \Delta Q_{r2} + n \int_0^B \Delta Q_{r1} \quad (4.4)$$

После вычисления интегралов равенство (4.4) приводится к виду

$$\begin{aligned} (1-\lambda)(1-\gamma)^3 \left( b_1 \operatorname{tg} \theta - \frac{dP}{d\xi} \operatorname{ctg} \theta \right) \left[ \frac{P}{\psi_1} - \frac{\pi}{n} (1-\lambda) \frac{dP}{d\xi} \right] + \\ + \frac{\pi}{n} (1-\lambda)^2 (1-\gamma)^3 \left( -b_2 \frac{P}{\psi_1} - b_1^2 \right) \operatorname{tg} \theta + \\ + \frac{\pi}{n} (1-\lambda)^2 (1-\gamma)^3 b_1 \frac{dP}{d\xi} \operatorname{ctg} \theta - \frac{\pi}{n} \lambda^2 a_1 \frac{dP}{d\xi} \operatorname{ctg} \theta - \\ - \frac{\pi}{n} \lambda^2 \left( -a_2 \frac{P}{\psi_2} - a_1^2 \right) \operatorname{tg} \theta + \lambda \left( a_1 \operatorname{tg} \theta - \frac{dP}{d\xi} \operatorname{ctg} \theta \right) \left( \frac{P}{\psi_2} + \right. \\ \left. + \frac{\pi}{n} \lambda \frac{dP}{d\xi} \right) = q^* \end{aligned} \quad (4.5)$$

$$q^* = \frac{1}{2} (1-\gamma)^3 \frac{12\mu Q_r}{\pi k p_a^2 h_2^3}$$

Рассматривая совместно соотношения (3.8)–(3.11) и (4.5), можно получить следующее уравнение:

$$\frac{B_0 + B_1 \Lambda_\eta + B_2 \Lambda_\eta^2}{\sin \theta \cos \theta} P \frac{dP}{d\xi} + \Lambda A (A_0 - A_1 \Lambda_\eta + A_2 \Lambda_\eta^2) \chi^2 P = -(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 \Lambda_\eta) q^* \quad (4.6)$$

Здесь

$$A = \lambda\gamma(1-\gamma)^2 \sin\theta \cos\theta, \quad A_0 = (1-\lambda) \left[ 1 - (1-\gamma)^3 \frac{\psi_2}{\psi_1} \right]$$

$$A_1 = \psi_2 \left\{ (1-\lambda)^2 \frac{\psi_1}{\psi_2} + \lambda^2(1-\gamma)^5(2\gamma\psi_2 - 1) \frac{\psi_2}{\psi_1} + \right. \\ \left. + \lambda(1-\gamma)^5(1-\gamma\psi_2) \frac{\psi_2}{\psi_1} - (1-\lambda)(1-\gamma)^2[1-\gamma(1-\lambda)] \right\}$$

$$A_2 = -\psi_2^2\lambda(1-\gamma)^2 \left\{ (1-\lambda)^2 \left[ \frac{\psi_1}{\psi_2} - (1-\gamma)^3(1-\gamma\psi_2) \right] + \right. \\ \left. + \lambda^2\gamma(1-\gamma)^5 \frac{\psi_2^2}{\psi_1} \right\}$$

$$B_0 = \frac{1}{\psi_1} \left\{ (1-\gamma)^3 \sin^2\theta + \left[ 1 - \lambda + \lambda(1-\gamma)^3 \frac{\psi_2}{\psi_1} \right] \times \right. \\ \left. \times \left[ \lambda \frac{\psi_1}{\psi_2} + (1-\lambda)(1-\gamma)^3 \right] \cos^2\theta \right\}$$

$$B_1 = (1-\gamma)^2 \left\{ \psi_2\lambda\gamma(1-\lambda) [\lambda + (1-\lambda)(1-\gamma)^3] + \right. \\ \left. + 2(1-\gamma) \left[ (1-\lambda)^2 - \lambda^2(1-\gamma)^2 \frac{\psi_2}{\psi_1} \right] + \left[ 1 - \lambda + \lambda(1-\gamma)^3 \frac{\psi_2}{\psi_1} \right] \times \right. \\ \left. \times [\lambda^2 - (1-\lambda)^2(1-\gamma)] \right\} \sin^2\theta + \\ + \left\{ \left[ \lambda \frac{\psi_1}{\psi_2} + (1-\lambda)(1-\gamma)^3 \right] \times \right. \\ \left. \times \left[ (1-\lambda)^2 + \lambda^2(1-\gamma)^5(2\gamma\psi_2 - 1) \left( \frac{\psi_2}{\psi_1} \right)^2 \right] - \right. \\ \left. - \lambda\gamma(1-\lambda)(1-\gamma)^2\psi_2[\lambda + (1-\lambda)(1-\gamma)^3] \right\} \cos^2\theta$$

$$B_2 = \left\{ \psi_2^2\lambda^2\gamma(1-\lambda)^2(1-\gamma)^2 \left[ \frac{\psi_1}{\psi_2} - (1-\gamma)^5(1-\gamma\psi_2) \right] + \right. \\ \left. + \psi_1(1-\gamma)^3 \left[ (1-\lambda)^2 - \lambda^2(1-\gamma)^2 \frac{\psi_2}{\psi_1} \right]^2 + \lambda^4\gamma^2(1-\gamma)^7 \frac{\psi_2^4}{\psi_1} + \right. \\ \left. + \psi_1(1-\gamma)^2[\lambda^2 - (1-\lambda)^2(1-\gamma)] \left[ (1-\lambda)^2 + \right. \right. \\ \left. \left. + \lambda^2(1-\gamma)^5(2\gamma\psi_2 - 1) \left( \frac{\psi_2}{\psi_1} \right)^2 \right] \right\} \sin^2\theta - \psi_2^2\lambda^2\gamma(1-\gamma)^2 \times \\ \times \left\{ (1-\lambda)^2 \left[ \frac{\psi_1}{\psi_2} - (1-\gamma)^5(1-\gamma\psi_2) \right] + \lambda^2\gamma(1-\gamma)^5 \frac{\psi_2^2}{\psi_1} \right\} \cos^2\theta$$



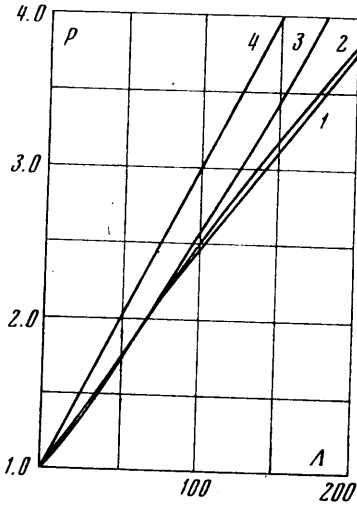
$$\varepsilon_1 = (1 - \lambda) + \lambda(1 - \gamma)^3 \frac{\psi_2}{\psi_1},$$

$$\varepsilon_2 = \psi_1 \left[ (1 - \lambda)^2 + \lambda^2(1 - \gamma)^5 (2\gamma\psi_2 - 1) \left( \frac{\psi_2}{\psi_1} \right)^2 \right]$$

$$\Lambda_\eta = \frac{\pi \Lambda}{n P} \chi^2 \cos^2 \theta$$

где  $\Lambda_\eta$  — местный параметр сжимаемости.

При выводе уравнения (4.6) пришлось учитывать изменение не только давления, но и плотности газа в окрестности точки  $O$ . Величины, содержащие коэффициенты  $a_1, b_1, a_2, b_2$  и производную  $dP/d\xi$ , связаны между собой таким образом, что пренебрежение любым из членов, содержащих эти коэффициенты, существенно отразилось бы на точности определения производной  $dP/d\xi$  и самой функции  $P$ . Однако после того как уравнение (4.6) получено, нет смысла учитывать небольшие пилообразные изменения давления в направлении линии  $r = \text{const}$ .



Фиг. 5

Следуя обычному в теории спирального подшипника методу [1-4], целесообразно принять давление вдоль линии  $r = \text{const}$  равным  $P$ . Так как

$$\frac{dP}{d\xi} = \chi \frac{dP}{d\chi} \sin \theta \cos \theta$$

то уравнение (4.6) преобразуется к окончательному виду

$$\chi P \frac{dP}{d\chi} + \Lambda A \frac{A_0 + A_1 \Lambda_\eta + A_2 \Lambda_\eta^2}{B_0 + B_1 \Lambda_\eta + B_2 \Lambda_\eta^2} \chi^2 P = - \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 \Lambda_\eta}{B_0 + B_1 \Lambda_\eta + B_2 \Lambda_\eta^2} q^* \quad (4.7)$$

При выводе основного уравнения все операции выполнялись в окрестности точки  $O$  (фиг. 3). В случае, когда параметры  $\gamma, \theta$  и  $\lambda$  меняются в радиальном направлении, границы этой малой окрестности могут быть аппроксимированы логарифмическими спиралями, а переменные параметры в пределах окрестности могут считаться постоянными величинами. Поэтому уравнение (4.7) справедливо для спиральных компрессоров самой общей геометрии.

На фиг. 5 представлена зависимость безразмерного давления  $P$  на внутренней границе спирального компрессора от параметра  $\Lambda$  для подшипника с нулевым расходом смазки и следующими параметрами:  $n = 24, \lambda = 0.53, \gamma = 0.603, \theta = 72^\circ, \chi_1 = 0.679, m = 0.0766$ . Кривая 1 — эксперимент Стеранки [5], 2 — данная теория, 3 — теория Синга — Маланоски [8], 4 — теория спирального подшипника с квазине-сжимаемой смазкой [2-4] (кривые 1, 3 и 4 построены по данным [8]). Как видно, изложенная теория хорошо согласуется с экспериментом.

Авторы благодарят В. Идельсона, выполнившего необходимые расчеты в ВЦ СО АН СССР.

Поступило 24 XI 1970

## ЛИТЕРАТУРА

1. Whipple R. T. P. The inclined groove bearing. AERE Rept t/R 622 (Revised), United Kingdom Atomic Energy Authority. Res. Group, Atomic Energy Res. Establishment, Harwell, Berkshire, 1958.
2. Malanoski S. B., Pan C. H. T. The static and dynamic characteristics of the spiral-grooved thrust bearing. Trans. ASME, Ser. D, J. Basic Engng, 1965, vol. 87, No. 3. (Рус. перев.: Статические и динамические характеристики упорного подшипника со спиральными канавками. Теоретические основы инженерных расчетов, 1965, № 3.)
3. Бургвиц А. Г., Емельянов А. В. Определение несущей способности упорного газового подшипника со спиральными канавками произвольного поперечного профиля. Машиноведение, 1967, № 4.
4. Емельянов А. В., Емельянова Л. С. Оптимальные параметры и сравнительные характеристики упорных газовых подшипников со спиральными канавками различного поперечного профиля. Сб. «Газовая смазка подшипников», М., 1968.
5. Steranka P. Theoretical-experimental correlation in the 16. PIGA gas spin bearing. M. I. T. Instrumentation Laboratory Rept E-2132, 1967.
6. Wildmann M. On the behavior of grooved plate thrust bearings with compressible lubricant. Trans. ASME, Ser. F, 1968, No. 4. (Рус. перев.: О поведении плоских упорных подшипников с канавками, работающих на сжимаемой смазке. Проблемы трения и смазки, 1968, № 4.)
7. Constantinescu V. N., Castelli V. On the local compressibility effect in spiral-groove bearings. Trans. ASME, ser. F. J. Lubrication Technology, 1969, vol. 91, No. 1. (Рус. перев.: О влиянии локальной сжимаемости смазки в подшипниках со спиральными канавками. Проблемы трения и смазки, 1969, № 1.)
8. Hsing F. C., Malanoski S. B. Mean free path effect in spiral-grooved thrust bearings. Trans. ASME, Ser. F. J. Lubrication Technology, 1969, vol. 91, No. 1. (Рус. перев.: Влияние средней длины свободного пробега молекул на характеристики упорных подшипников со спиральными канавками. Проблемы трения и смазки, 1969, № 1.)
9. Burgdorfer A. The influence of the molecular mean free path on the performance of hydrodynamic gas-lubricated bearings. Trans. ASME, Ser. D., J. Basic Engng, 1959, vol. 80, No. 1.