

УДК 533.6.011

НАЧАЛЬНАЯ СТАДИЯ СТОЛКНОВЕНИЯ ВЗРЫВНЫХ ВОЛН

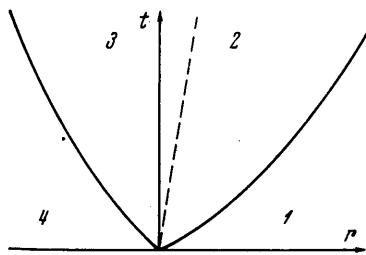
Р. Я. ТУГАЗАКОВ, А. С. ФОНАРЕВ

(Москва)

Рассмотрена задача о столкновении двух взрывных волн с переменными параметрами газа за фронтом волны и отражении волны от плоской, цилиндрической и сферической преград. Получены зависимости параметров газа за отраженной волной в начальной стадии. Подробно рассмотрено отражение взрывной волны от неподвижной преграды.

Задача о столкновении двух ударных волн с постоянными параметрами за фронтом как в симметричном случае (отражение от неподвижной стенки), так и в случае волн различной амплитуды решается при помощи системы алгебраических соотношений для скачков уплотнения. Отражение от стенки сильной сферической взрывной волны точечного взрыва рассмотрено в [1, 2]. В данной работе рассматривается начальная стадия столкновения волн при произвольном распределении параметров за фронтом.

1. При столкновении двух движущихся навстречу одна другой плоских волн в плоскости rt (r — координата, t — время) образуются четыре области, разделенные ударными волнами и контактным разрывом (фиг. 1). Индексы 1 и 4 соответствуют известным параметрам газа до взаимодействия, индексы 2 и 3 — параметрам после взаимодействия (подлежащим определению), пунктирной кривой обозначен контактный разрыв. Наряду с плоским случаем рассматривается также отражение цилиндрической и сферической волн соответственно от цилиндрической и сферической поверхностей. Запишем уравнения газовой динамики вдоль характеристик для каждой из образовавшихся областей, следуя [3] (газ считаем идеальным с постоянным показателем адиабаты)



Фиг. 1

$$\begin{aligned} \frac{dp_i}{dt} + \rho_i c_i \frac{du_i}{dt} &= -\frac{\nu \rho_i c_i^2 u_i}{r_i}, & \frac{dr}{dt} &= u_i + c_i = \alpha_i \\ \frac{dp_i}{dt} - \rho_i c_i \frac{du_i}{dt} &= -\frac{\nu \rho_i c_i^2 u_i}{r_i}, & \frac{dr}{dt} &= u_i - c_i = \beta_i \\ \rho_i \frac{dp_i}{dt} - \gamma p_i \frac{d\rho_i}{dt} &= 0, & \frac{dr}{dt} &= u_i \end{aligned} \quad (1.1)$$

Здесь p — давление, ρ — плотность, u — скорость газа, c — скорость звука, $\nu = 0, 1, 2$ соответственно в плоском, цилиндрическом и сферическом случаях, γ — показатель адиабаты, индекс i определяет области, в которых рассматривается решение (фиг. 1). Систему (1.1) будем считать записанной в безразмерном виде, характерные размерные величины определим ниже. Используем в качестве граничных условий на линиях раздела обла-

стей соотношения на скачках уплотнения и контактном разрыве

$$\begin{aligned} \rho_1^f(D_1 - u_1^f) &= \rho_2^f(D_1 - u_2^f), & \rho_4^f(D_4 - u_4^f) &= \rho_3^f(D_4 - u_3^f) \\ p_2^f - p_1^f &= \rho_1^f(D_1 - u_1^f)(u_2^f - u_1^f), & p_3^f - p_4^f &= \rho_4^f(D_4 - u_4^f)(u_3^f - u_4^f) \\ \frac{\rho_2^f}{\rho_1^f} &= \frac{(\gamma + 1)p_2^f + (\gamma - 1)p_1^f}{(\gamma + 1)p_1^f + (\gamma - 1)p_2^f}, & \frac{\rho_3^f}{\rho_4^f} &= \frac{(\gamma + 1)p_3^f + (\gamma - 1)p_4^f}{(\gamma + 1)p_4^f + (\gamma - 1)p_3^f} \\ p_2^h &= p_3^h, & u_2^h &= u_3^h \end{aligned} \quad (1.2)$$

В (1.2) индексы k и f соответствуют значениям параметров на контактном разрыве и на фронте ударной волны; D_1 и D_4 — скорости распространения фронта. Решение при малых t будем искать, следуя [4, 5], в виде

$$\begin{aligned} p_i(\xi, t) &= p_{0i}(\xi) + p_{1i}(\xi)t + \dots \\ \rho_i(\xi, t) &= \rho_{0i}(\xi) + \rho_{1i}(\xi)t + \dots \\ u_i(\xi, t) &= u_{0i}(\xi) + u_{1i}(\xi)t + \dots \\ D_i(t) &= D_{0i} + D_{1i}t + \dots \end{aligned} \quad (1.3)$$

где $\xi = r/t$ (отсчет t ведется от момента столкновения).

Подставим (1.3) в (1.1) и (1.2). Члены нулевого приближения не зависят от ξ в рассматриваемом случае (когда после столкновения в обе стороны движутся ударные волны). Система уравнений для их определения совпадает с (1.2) (взятой с индексами $0i$). Для членов первого приближения получим две системы уравнений (индекс $i = 2$ и $i = 3$, r_0 — расстояние фронта волны до центра симметрии)

$$\begin{aligned} (\alpha_{0i} - \xi) \frac{dp_{1i}}{d\xi} + p_{1i} + \rho_{0i}c_{0i} \frac{du_{1i}}{d\xi} (\alpha_{0i} + \xi) + \rho_{0i}c_{0i}u_{1i} &= - \frac{\nu \rho_{0i}u_{0i}c_{0i}^2}{r_0} \\ (\beta_{0i} - \xi) \frac{dp_{1i}}{d\xi} + p_{1i} - \rho_{0i}c_{0i} \frac{dp_{1i}}{d\xi} (\beta_{0i} - \xi) - \rho_{0i}c_{0i}u_{1i} &= - \frac{\nu \rho_{0i}u_{0i}c_{0i}^2}{r_0} \\ (u_{0i} - \xi) \frac{dp_{1i}}{d\xi} + p_{1i} - c_{0i}^2 \frac{d\rho_{1i}}{d\xi} (u_{0i} - \xi) - c_{0i}^2 \rho_{1i} &= 0 \\ \alpha_{0i} &= u_{0i} + c_{0i}, & \beta_{0i} &= u_{0i} - c_{0i} \end{aligned}$$

решением которых являются линейные функции

$$p_{1i} = A_i + B_i\xi, \quad u_{1i} = C_i + H_i\xi, \quad \rho_{1i} = F_i + G_i\xi \quad (1.4)$$

При этом произвольные постоянные связаны соотношениями

$$\begin{aligned} B_i &= - \frac{1}{\alpha_{0i}\beta_{0i}} \left[A_i u_{0i} - \rho_{0i}c_{0i}^2 G_i + \frac{\nu \rho_{0i}c_{0i}^2 u_{0i}^2}{r_0} \right] \\ H_i &= - \frac{1}{\rho_{0i}c_{0i}\alpha_{0i}\beta_{0i}} \left[- A_i c_{0i} + \rho_{0i}c_{0i}u_{0i}C_i - \frac{\nu \rho_{0i}u_{0i}c_{0i}^3}{r_0} \right] \\ F_i &= - \frac{1}{u_{0i}^2 - c_{0i}^2} \left[A_i - u_{0i}\rho_{0i}C_i + u_{0i}G_i + \frac{\nu \rho_{0i}u_{0i}^3}{r_0} \right] \end{aligned} \quad (1.5)$$

Подставляя (1.3) в (1.2) и собирая члены при первой степени, найдем недостающие условия для определения произвольных постоянных

$$\begin{aligned} D_{11}(\rho_{10} - \rho_{20}) + \rho_{20}u_{21}^f - \rho_{21}^f(D_{10} - u_{20}) + K_1 &= 0 \\ D_{11}(u_{10} - u_{20})\rho_{10} - \rho_{10}(D_{10} - u_{10})u_{21}^f + p_{21}^f + K_2 &= 0 \end{aligned}$$

$$- [(\gamma + 1) \rho_{10} - \rho_{20}(\gamma - 1)] p_{21}^f + [(\gamma + 1) p_{10} + (\gamma - 1) p_{20}] \rho_{21}^f + K_3 = 0 \quad (1.6)$$

$$D_{41}(\rho_{40} - \rho_{30}) + \rho_{30} u_{31}^f - (D_{40} - u_{30}) \rho_{31}^f + K_4 = 0$$

$$D_{41}(u_{40} - u_{30}) \rho_{40} - \rho_{40}(D_{40} - u_{40}) u_{31}^f + p_{31}^f + K_5 = 0$$

$$- [(\gamma + 1) \rho_{40} - (\gamma - 1) \rho_{30}] p_{31}^f + [(\gamma + 1) p_{40} + (\gamma - 1) p_{30}] \rho_{31}^f + K_6 = 0$$

$$p_{21}^h = p_{31}^h, \quad u_{21}^h = u_{31}^h$$

$$K_1 = -\rho_{10} u_{11}^f + (D_{10} - u_{10}) \rho_{11}^f, \quad K_4 = -\rho_{40} u_{41}^f + (D_{40} - u_{40}) \rho_{41}^f$$

$$K_2 = p_{11}^f + \rho_{10}(D_{10} - u_{10}) u_{11}^f + \\ + \rho_{10}(u_{20} - u_{10}) u_{11}^f + (u_{20} - u_{10})(u_{10} - D_{10}) \rho_{11}^f$$

$$K_3 = [(\gamma + 1) \rho_{20} - (\gamma - 1) \rho_{10}] p_{11}^f - [(\gamma + 1) p_{20} + (\gamma - 1) p_{10}] \rho_{11}^f$$

$$K_2 = p_{11}^f + \rho_{10}(D_{10} - u_{10}) u_{11}^f + \\ + \rho_{10}(u_{20} - u_{10}) u_{11}^f + (u_{20} - u_{10})(u_{10} - D_{10}) \rho_{11}^f$$

$$K_6 = [(\gamma + 1) \rho_{30} - (\gamma - 1) \rho_{40}] p_{41}^f - [(\gamma + 1) p_{30} + (\gamma - 1) p_{40}] \rho_{41}^f \quad (1.7)$$

$$K_7 = -[(\gamma + 1) \rho_{10} - (\gamma - 1) \rho_{20}], \quad K_8 = (\gamma + 1) p_{10} + (\gamma - 1) p_{20}$$

Выражения (1.4) полностью определяются при помощи (1.5) — (1.7) при заданных параметрах газа в областях 1 и 4.

2. Рассмотрим отражение взрывной волны от неподвижной преграды (соответственно плоской, цилиндрической, сферической). Найдем решение в области 2. Полагая

$$p_1(\xi, t) = p_4(\xi, t), \quad \rho_1(\xi, t) = \rho_4(\xi, t), \quad u_1(\xi, t) = -u_4(\xi, t)$$

из (1.4) — (1.7), получаем

$$B_2 = 0, \quad C_2 = 0, \quad F_2 = A_2 / c_{02}^2$$

Общее решение (1.3) запишется в виде

$$p_2(\xi, t) = p_{02} + A_2 t \\ \rho_2(\xi, t) = \rho_{02} + (A_2 / c_{02}^2 + G_2 \xi) t \quad (2.1)$$

$$u_2(\xi, t) = -\frac{A_2 \xi t}{\rho_{02} c_{02}^2}$$

$$A_2 = \frac{-(\rho_{10} - \rho_{20}) K_2 - \rho_{10} u_{10} (-K_1 + D_{10} K_3 / K_8)}{(\rho_{10} - \rho_{20})(1 + D_{10}^2 / c_{02}^2) + \rho_{10} u_{10} D_{10} (1 / c_{02}^2 - K_7 / K_8)} \quad (2.2)$$

$$G_2 = -K_3 / D_{10} K_8 - A_2 (1 / c_{02}^2 + K_7 / K_8) / D_{10}$$

а величины K_i определяются из выражений (1.7) при условии $u_{20} = 0$.

Из полученных решений (2.1) видно, что в случае отражения взрывной волны от неподвижной поверхности давление в области за отраженной волной представляет собой в первом приближении функцию только времени и постоянно по координате; скорость $u_2(\xi, t)$ — функцию только координаты.

Для определения решения в области 2 необходимо знать величины p_{11} , u_{11} , ρ_{11} , входящие в выражения (1.7) и (2.2). Эти величины зависят от характера распределения параметров за падающей на стенку ударной волной

и определяются в виде

$$p_{11} = \left(\frac{\partial p}{\partial t} \right)_{0,0} + \left(\frac{\partial p}{\partial r} \right)_{0,0} \xi$$

$$u_{11} = \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)_{0,0} + \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)_{0,0} \xi, \quad \rho_{11} = \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \right)_{0,0} + \left(\frac{\partial \rho}{\partial r} \right)_{0,0} \xi \quad (2.3)$$

Сравнивая (2.3) с (1.4), получаем

$$A_1 = \left(\frac{\partial p_1}{\partial t} \right)_{0,0}, \quad B_1 = \left(\frac{\partial p_1}{\partial r} \right)_{0,0}, \quad C_1 = \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)_{0,0}$$

$$H_1 = \left(\frac{\partial u_1}{\partial r} \right)_{0,0}, \quad F_1 = \left(\frac{\partial \rho_1}{\partial t} \right)_{0,0}, \quad G_1 = \left(\frac{\partial \rho_1}{\partial r} \right)_{0,0} \quad (2.4)$$

В выражениях (2.3) и (2.4) производные вычисляются на стенке ($r = 0$) в момент $t = 0$. Три наклона в (2.4) задаются произвольно, остальные три должны удовлетворять уравнениям газовой динамики, они определяются из (1.5).

Таблица 1

ν	A_1	B_1	C_1	H_1	F_1	G_1
0	-5.7	-4.26	3.12	0.9	-3.6	-2.95
1	-11	-4.39	5.2	2.7	-7.5	-4.45
2	-15.6	-3.28	6.5	4.55	-11.5	-5.65

Таблица 2

ν	A_2	G_2	H_2	ρ_{02}	u_{02}	ρ_{02}
0	-20.9	-1.43	3.45	4.31	0	2.77
1	-33.1	-7.3	5.49	4.31	0	2.77
2	-49.9	-9.8	9.23	4.31	0	2.77

Применим полученные результаты к задаче отражения взрывной волны, вызванной точечным взрывом, от неподвижной поверхности. Для задания начального распределения параметров за фронтом волны в области I воспользуемся работами [6] и [7]. Введем обычные для задачи о взрыве характерные размерные величины. Тогда

$$p = \frac{p_*}{p_\infty}, \quad \rho = \frac{\rho_*}{\rho_\infty}, \quad u = u_* \left(\frac{\rho_\infty}{p_\infty} \right)^{1/2}$$

$$r = \frac{r_*}{AR_0}, \quad t = \frac{t_*}{R_0} \left(\frac{\rho_\infty}{p_\infty} \right)^{1/2}, \quad R_0 = \left(\frac{E}{p_\infty} \right)^{1/(1+\nu)} \quad (2.5)$$

В выражениях (2.5) p_∞ , ρ_∞ — давление и плотность невозмущенного газа перед падающей взрывной волной; E — энергия взрыва; звездочка соответствует размерным величинам.

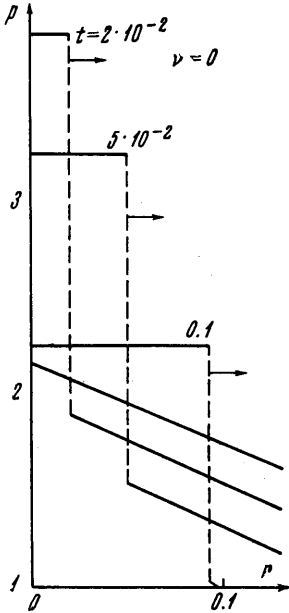
Был проведен расчет отражения от стенки взрывной волны с параметрами на фронте падающей волны

$$p_{01} = 2.16, \quad u_{01} = -0.695, \quad \rho_{01} = 1.71$$

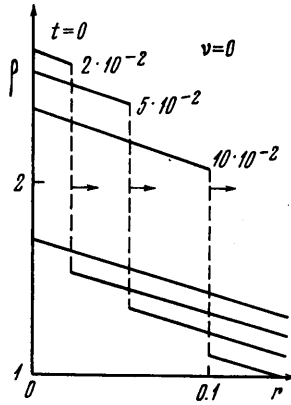
Соответствующие производные (наклоны) были определены с использованием [7] и сведены в табл. 1.

Результаты расчета по (2.2) и (1.7) представлены в табл. 2.

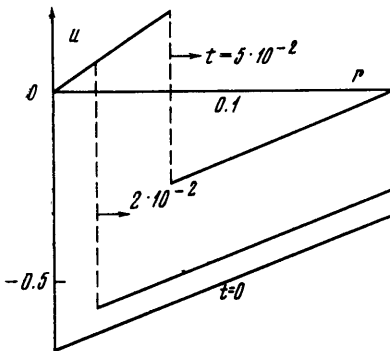
Подставляя полученные коэффициенты в (2.1), можно определить зависимость параметров газа в области за отраженной волной по координате и времени. На фиг. 2—4 показано распределение давления, скорости и плотности по координате (отсчитываемой от стенки в сторону центра взрыва) в различные моменты времени. Давление в области за отраженной волной зависит только от времени, а скорость — только от расстояния до стенки. Аналогичные результаты можно получить и для других значений p_{01} .



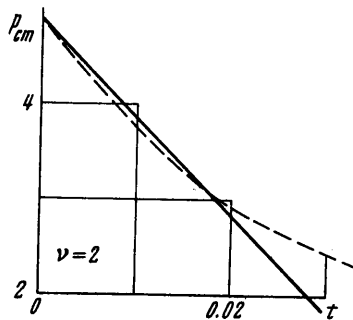
Фиг. 2



Фиг. 4



Фиг. 3



Фиг. 5

На фиг. 5 приведена зависимость давления на стенке по времени для сферического случая отражения волны при следующих параметрах на фронте падающей волны:

$$p = 2.75, \quad u = -0.94, \quad \rho = 2, \quad B_1 = -12, \quad H_1 = 3, \quad G_1 = -7$$

Пунктирная кривая соответствует точному решению, полученному численно В. П. Колганом.

Из приведенных на фиг. 5 результатов видно, что линейная теория достаточно хорошо описывает начальную стадию отражения волны.

Отметим, что табличный способ определения начальных условий в падающей волне дает, вообще говоря, некоторые осредненные значения наклонов параметров в волне, поэтому величины A_2 и G_2 также осредненные.

3. Рассмотрим отражение слабой ударной волны от преграды. Полагая

$$(p_{01} - p_{\infty}) / p_{\infty} \ll 1, \quad u_{01} / c_{01} \ll 1$$

найдем из (2.1), (2.2), (1.7) и (1.5)

$$A_2 = p_{11}^f, \quad G_2 = \frac{1}{c_{01}} \left(\rho_{11}^f - \frac{p_{11}^f}{c_{01}^2} \right), \quad p_{11} = -\rho_{01} c_{01} u_{11}$$

Окончательно решение в области 2 запишется в виде

$$\begin{aligned} p_2 &= p_{01} - \rho_{01} c_{01} u_{01} + p_{11}^f t, & u_2 &= -\frac{u_{11}^f}{c_{01}} r \\ \rho_2 &= \rho_{01} \left(1 - \frac{u_{01}}{c_{01}} \right) + \left[\frac{p_{11}^f}{c_{02}^2} + \frac{1}{c_{01}} \left(\rho_{11}^f - \frac{p_{11}^f}{c_{01}^2} \right) \xi \right] t \\ D_1 &= D_{01} + D_{11} t \\ D_{11} &= -\frac{1}{2} \frac{\rho_{11}^f c_{01}}{\rho_{10}}, & D_{01} &= c_{01} + \frac{\gamma + 1}{2} u_{01} \end{aligned} \quad (3.1)$$

Из (3.1) видно, что в случае слабых волн имеют место соотношения

$$p_{12}^f = p_{11}^f, \quad \rho_{12}^f = \rho_{11}^f, \quad u_{12}^f = u_{11}^f$$

4. В случае столкновения двух плоских волн с различными интенсивностями решение задачи в области 2 и 3 определяется по формулам (1.4). Из соотношений (1.6) при выполнении связей между наклонами (1.5) получим систему уравнений для определения следующих неизвестных постоянных: D_{11} , A_2 , C_2 , G_2 , D_{41} , A_3 , C_3 , G_3 . Система уравнений имеет вид

$$\begin{aligned} a_{11} D_{11} + a_{12} A_2 + a_{13} C_2 + a_{14} G_2 &= K_1 \\ a_{21} D_{11} + a_{22} A_2 + a_{23} C_2 &= K_2 \\ a_{32} A_2 + a_{33} C_2 + a_{34} G_2 &= K_3 \\ a_{42} A_2 + a_{43} C_2 + a_{46} A_3 + a_{47} C_3 &= 0 \\ a_{52} A_2 + a_{53} C_2 + a_{56} A_3 + a_{57} C_3 &= 0 \\ a_{65} D_{41} + a_{66} A_3 + a_{67} C_3 + a_{68} G_3 &= K_4 \\ a_{75} D_{41} + a_{76} A_3 + a_{77} C_3 &= K_5 \\ a_{86} A_3 + a_{87} C_3 + a_{88} G_3 &= K_6 \end{aligned} \quad (4.1)$$

Коэффициенты a_{ij} равны

$$\begin{aligned} a_{11} &= \rho_{0k} - \rho_{0i}, & a_{12} &= \frac{2D_{0k} - u_{0i}}{u_{0i}^2 - c_{0i}^2} \\ a_{13} &= \frac{\rho_{02}}{u_{0i}^2 - c_{0i}^2} [2u_{0i}(u_{0i} - D_{0k}) - c_{0i}^2], & a_{14} &= -(D_{0k} - u_{0i})^2 \\ a_{21} &= -\rho_{0k}(u_{0i} - u_{0k}), & a_{22} &= C_1 - \frac{D_{0k}^2}{u_{0i}^2 - c_{0i}^2} \\ a_{23} &= \frac{\rho_{0i} c_{0i}^2 D_{0k}}{u_{0i}^2 - c_{0i}^2} \rho_{0k} (D_{0k} - u_{0k}) C_1, & a_{32} &= C_1 C_2 - \frac{C_3}{u_{0i}^2 - c_{0i}^2} \\ a_{33} &= C_2 \frac{\rho_{0i} c_{0i}^2 D_{0k}}{u_{0i}^2 - c_{0i}^2} + C_3 \frac{u_{0i} \rho_{0i}}{u_{0i}^2 - c_{0i}^2}, & a_{34} &= C_2 (D_{0k} - u_{0i}) \end{aligned}$$

$$a_{42} = -\frac{c_{02}^2}{u_{02}^2 - c_{02}^2}, \quad a_{43} = \frac{\rho_{02} u_{02} c_{02}^2}{u_{02}^2 - c_{02}^2}, \quad a_{46} = \frac{c_{03}^2}{u_{03}^2 - c_{03}^2}$$

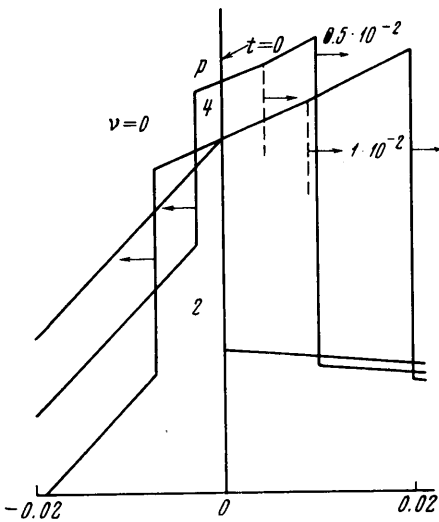
$$a_{47} = -\frac{\rho_{03} u_{03} c_{03}^2}{u_{03}^2 - c_{03}^2}, \quad a_{52} = \frac{u_{02}}{\rho_{02} (u_{02}^2 - c_{02}^2)}, \quad a_{56} = -\frac{u_{03}}{\rho_{03} (u_{03}^2 - c_{03}^2)}$$

$$a_{53} = a_{42}, \quad a_{57} = a_{46}$$

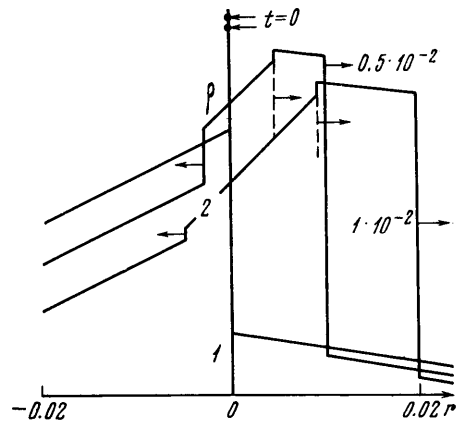
$$C_1 = 1 - \frac{D_{0k} u_{0i}}{u_{0i}^2 - c_{0i}^2}, \quad C_2 = -[(\gamma + 1) \rho_{0k} - (\gamma - 1) \rho_{0i}],$$

$$C_3 = (\gamma + 1) \rho_{0k} + (\gamma - 1) \rho_{0i}$$

Индексы i и k принимают следующие значения: $i = 2$ при $k = 1$, $i = 3$ при $k = 4$; и первые индексы $l = 1, 2, 3$ в a_{lj} заменяются на 6, 7, 8, вторые индексы $j = 1, 2, 3, 4$ — на 5, 6, 7, 8. Свободные члены определяются из (1.7).



Фиг. 6



Фиг. 7

Не приводя решения системы линейных уравнений (4.1) ввиду его громоздкости, ограничимся лишь результатами расчета одного конкретного случая для иллюстрации картины столкновения волн. Пусть справа в области 1 задано

$$\rho_{01} = 1.5, \quad \rho_{01} = 1.33, \quad u_{01} = -0.25$$

и слева (в области 4) соответственно

$$\rho_{04} = 3.73, \quad \rho_{04} = 2.4, \quad u_{04} = 1.26$$

Результаты расчета приведены на фиг. 6 и фиг. 7, где представлена зависимость давления и плотности от расстояния в различные моменты времени. Пунктирные линии соответствуют положению контактного разрыва, стрелки указывают направление движения фронтов.

В случае $v \neq 0$ движение газа после отражения уже перестает быть одномерным; однако на достаточно больших расстояниях от центра взрыва для оценки влияния неравномерности параметров за волной движение газа можно приближенно считать одномерным и использовать соотношения для плоского случая, но при других (соответствующих цилиндрическому или сферическому взрыву) распределениях параметров за фронтом в момент столкновения.

Авторы благодарят В. П. Коробейникова за обсуждение результатов и В. П. Колгана за предоставление численных решений.

Поступило 17 VII 1970

ЛИТЕРАТУРА

1. Chang T. S., Laporte O. Reflection of strong blast waves. Phys. Fluids, 1964, vol. 7, No. 8.
2. Васильев М. М. Отражение сферической ударной волны от плоскости. Сб. «Вычислительная математика», № 6, М., Изд-во АН СССР, 1960.
3. Жуков А. И. Применение метода характеристик к численному решению одномерных задач газовой динамики. Тр. матем. ин-та АН СССР, 1960, т. 58.
4. Фонарев А. С. К задаче об адиабатическом разлете плоского слоя газа при произвольных начальных условиях. Инж. ж., 1963, т. 3, вып. 1.
5. Фонарев А. С. Метод численного расчета и решение задачи о разлете плоского слоя газа при постепенном неравномерном выделении энергии. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1964, т. 4, № 3.
6. Охочимский Д. Е., Кондрашева И. Л., Власова З. П., Казакова Р. К. Расчеты точечного взрыва с учетом противодавления. Тр. матем. ин-та АН СССР, 1957, т. 50.
7. Коробейников В. П., Чушкин П. И., Шароватова К. В. Газодинамические функции точечного взрыва. Тр. ВЦ АН СССР, 1969.