

УДК 532.593

## РАСЧЕТ МОЩНЫХ ПОДВОДНЫХ ВЗРЫВОВ

Л. В. ШУРШАЛОВ

(Москва)

Приведен расчет мощных подводных взрывов конечно-разностным методом с применением искусственной вязкости. Для описания свойств воды используется уравнение состояния, справедливое в широком диапазоне термодинамических параметров.

Относительно слабые взрывы, когда сжимаемостью воды можно было пренебречь или учитывать ее в акустическом приближении, изучались в [1-5]. Для расчета мощных подводных взрывов такой подход неприемлем, так как необходимо иметь полное термодинамическое описание свойств воды в широком диапазоне давлений, температур и плотностей. Было предложено несколько уравнений состояния для воды, справедливых в широких диапазонах термодинамических параметров [6-9], хотя общепринятого уравнения состояния для воды пока нет. С применением этих усложненных уравнений состояния проводились некоторые расчеты очень мощных подводных взрывов (см., например, [8]). В [10] найдено автомоделное решение задачи о сильном точечном подводном взрыве. Расчет закона движения границы газового пузыря и сравнение с экспериментом имеются в работе [11]. В данной работе дано численное решение задачи о подводном взрыве с использованием уравнения состояния, полученного в [9]. Расчеты выполнены методом конечных разностей с введением в уравнения искусственной вязкости [12].

Пусть в безграничном пространстве, заполненном водой с давлением  $p = p_1$  и удельным объемом  $v = v_1$ , находится сферическая ( $\nu = 3$ ) оболочка, в которой содержится сильно нагретый сжатый газ. Распределение газодинамических параметров внутри этой сферы выбирается либо из расчета детонации сферического заряда взрывчатого вещества, начинающейся из центра, либо для простоты принимается постоянным. В момент времени  $t = 0$  эта оболочка мгновенно исчезает. Требуется рассчитать возникающее движение воды и газа. Аналогичная задача имеет место также в случаях, когда сжатый газ заполняет бесконечный цилиндр ( $\nu = 2$ ) или пространство между двумя бесконечными параллельными плоскостями ( $\nu = 1$ ).

Пусть  $p_*$ ,  $v_*$ ,  $l_*$ ,  $t_*$  — характерные значения давления, удельного объема, длины и времени, причем  $t_* = l_*(p_*v_*)^{-1/2}$ . Тогда в переменных Лагранжа безразмерный вид уравнений, описывающих движение среды, будет следующий:

$$\begin{aligned} \frac{\partial R}{\partial \tau} &= U, & \frac{\partial U}{\partial \tau} + V \frac{\partial (P + Q)}{\partial R} &= 0 \\ \frac{V}{V_1} &= \frac{\partial R^\nu}{\partial R_1^\nu}, & \frac{\partial E}{\partial \tau} + (P + Q) \frac{\partial V}{\partial \tau} &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

Безразмерные переменные в (1) определяются соотношениями

$$\begin{aligned} R &= \frac{r}{l_*}, & R_1 &= \frac{r_1}{l_*}, & U &= \frac{ut_*}{l_*}, & V &= \frac{v}{v_*}, & V_1 &= \frac{v_1}{v_*} \\ P &= \frac{p}{p_*}, & E &= \frac{\varepsilon}{p_*v_*}, & \tau &= \frac{t}{t_*} \end{aligned}$$

Здесь  $r$  — эйлерова координата частицы,  $u$  — скорость,  $v$  — удельный

объем,  $p$  — давление,  $\varepsilon$  — удельная внутренняя энергия,  $r_1$  и  $v_1$  — значения  $r$  и  $v$  при  $t=0$  ( $r_1$  — лагранжева координата). В уравнения (1) введена искусственная вязкость  $Q$ , которая согласно [13] берется в виде

$$Q = Q_1 + Q_2$$

где  $Q_1 = C_1 a \Delta U / V$  — член, соответствующий линейной искусственной вязкости, а  $Q_2 = C_2^2 \Delta U^2 / V$  — член, соответствующий квадратичной искусственной вязкости. Здесь  $\Delta U = U(R + \Delta R) - U(R)$ ,  $a$  — местная скорость звука,  $C_1$  и  $C_2$  — константы. Если  $\Delta U > 0$ , то величины  $Q_1$  и  $Q_2$  полагаются равными нулю.

К уравнениям (1) добавляется уравнение состояния среды в форме

$$P = A(V) + B(V)E$$

Для продуктов детонации уравнение состояния удобно представить в виде  $E = PV(\gamma - 1)^{-1}$  с переменным показателем адиабаты  $\gamma = \gamma(V)$ . Таким образом,  $A = 0$  и  $B = (\gamma - 1)V^{-1}$ . Для тротила показатель  $\gamma$  выбирается по следующим формулам [14]:

$$\gamma = 2.63 - 0.96\theta \quad (\theta < 1)$$

$$\gamma = 1.16 - 0.12 / (0.63 - \theta) \quad (1 \leq \theta < 4.7)$$

$$\gamma = 1.18 - 0.0616 / (2.4 - \theta) \quad (4.7 \leq \theta < 24.3)$$

$$\gamma = 1.18 - 0.081(0.23 + 0.001\theta)^2 \quad (24.3 \leq \theta < 815)$$

$$\gamma = 1.27 \quad (\theta \geq 815)$$

$$\theta = V/V_0, \quad V_0 = v_0/v_*, \quad v_0 = 1 \text{ см}^3/\text{г}$$

Скорость звука в газе определяется из соотношения

$$a^2 = \gamma PV$$

Для воды в соответствии с работой [9] имеем для  $A$  и  $B$  следующие выражения:

$$A = -\frac{K' + KS'/c_v}{p_* v_0}, \quad B = S'/c_v V_0$$

$$K = K_0 \frac{(1 - \theta)(0.71 - \theta)}{\theta^{3/2}} \left[ 1 - \frac{2}{\theta} \exp\left(-\frac{1}{\theta^2}\right) \right], \quad K_0 = 61.8 \cdot 10^5 \text{ м}^2/\text{сек}^2$$

$$S = S_0 \frac{\theta - 1}{\theta^{3/4}}, \quad S_0 = 22.7 \cdot 10^2 \text{ м}^2/\text{сек}^2 \cdot \text{град}$$

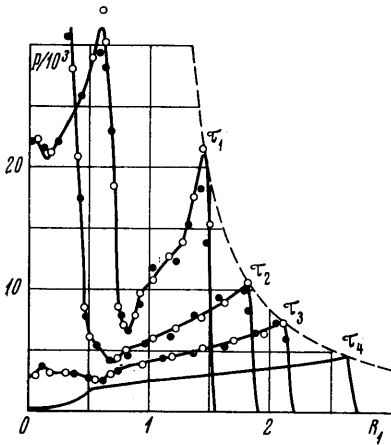
$$c_v = 36.6 \cdot 10^2 \text{ м}^2/\text{сек}^2 \cdot \text{град}$$

Штрихи здесь и ниже означают дифференцирование по  $\theta$ .

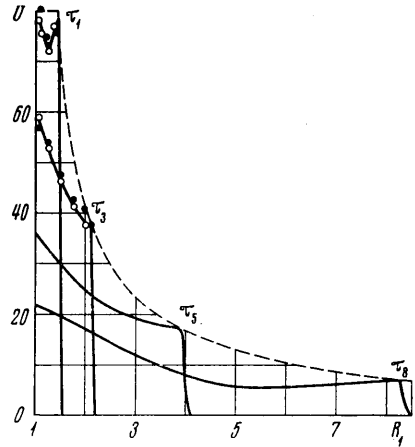
Заметим, что уравнение состояния, приведенное в [9], удовлетворительно описывает свойства воды лишь при давлениях, больших 1000 атм. При проведении расчетов в тех случаях, когда давление в воде было меньше указанного значения, в качестве уравнения состояния применялось уравнение состояния Тэта [1], которое хорошо описывает свойства воды при относительно невысоких давлениях. Это уравнение имеет вид

$$P = P_T [(V_T/V)^m - 1]$$

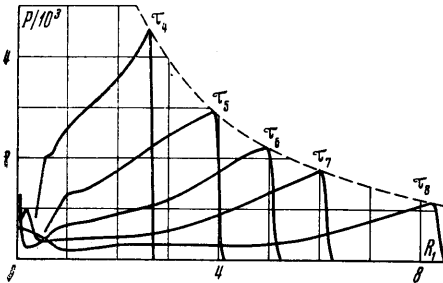
$$P_T = p_T/p_*, \quad V_T = v_T/v_*, \quad p_T = 3045 \text{ атм}, \quad v_T \approx 1 \text{ см}^3/\text{г}, \quad m = 7.15$$



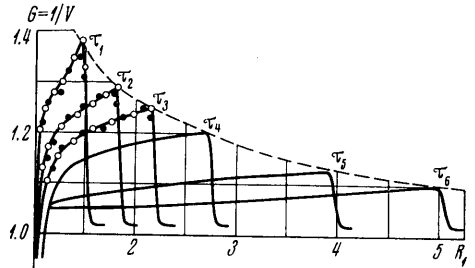
Фиг. 1



Фиг. 3



Фиг. 2



Фиг. 4

Стыковка указанных двух уравнений состояния проводилась при помощи введения переходной зоны, где в качестве уравнения состояния использовалась их линейная комбинация.

Для скорости звука в воде имеем

$$a^2 = \theta^2 [K'' / p_* v_* + (PV_0 + K' / p_* v_*) (S' / c_v - S'' / S')] ]$$

или в случае уравнения состояния Тэта

$$a^2 = m P_T V_T (V_T / V)^{m-1}$$

Решение уравнений (1) производилось по схеме, аналогичной [13]. Полная система конечно-разностных уравнений имеет вид

$$U_i^{n+1/2} = U_i^{n-1/2} - 2DT^n [(P^n + Q^{n-1/2})_{i+1/2} - (P^n + Q^{n-1/2})_{i-1/2}] \times \\ \times [(R_{i+1}^n - R_i^n) / V_{i+1/2}^n + (R_i^n - R_{i-1}^n) / V_{i-1/2}^n]^{-1} \\ R_i^{n+1} = R_i^n + DT^{n+1/2} U_i^{n+1/2}$$

$$V_{i+1/2}^{n+1} = [(R_{i+1}^{n+1})^v - (R_i^{n+1})^v] / DM_{i+1/2}, \quad DM_{i+1/2} = [(R_{i+1})^v - (R_i)^v] / V_{i+1/2}$$

$$E_{i+1/2}^{n+1} = \{E_{i+1/2}^n - [1/2(A_{i+1/2}^{n+1} + P_{i+1/2}^n) + Q_{i+1/2}^{n+1/2}](V_{i+1/2}^{n+1} - V_{i+1/2}^n)\} [1 + \\ + 1/2 B_{i+1/2}^{n+1} (V_{i+1/2}^{n+1} - V_{i+1/2}^n)]^{-1}$$

$$P_{i+1/2}^{n+1} = A_{i+1/2}^{n+1} + B_{i+1/2}^{n+1} E_{i+1/2}^{n+1}, \quad A_{i+1/2}^{n+1} = A (V_{i+1/2}^{n+1}), \quad B_{i+1/2}^{n+1} = B (V_{i+1/2}^{n+1})$$

$$DT^{n+1/2} = \tau^{n+1} - \tau^n, \quad DT^n = \tau^{n+1/2} - \tau^{n-1/2}, \quad DT^n = 1/2(DT^{n+1/2} + DT^{n-1/2})$$

Для искусственной вязкости имеем

$$Q_{i+1/2}^{n+1/2} = C_1 a_{i+1/2}^{n+1/2} (U_{i+1}^{n+1/2} - U_i^{n+1/2}) / V_{i+1/2}^{n+1/2} + C_2^2 (U_{i+1}^{n+1/2} - U_i^{n+1/2})^2 / V_{i+1/2}^{n+1/2}$$

$$V_{i+1/2}^{n+1/2} = 1/2 (V_{i+1/2}^{n+1} + V_{i+1/2}^n)$$

причем, если  $U_{i+1}^{n+1/2} > U_i^{n+1/2}$  и  $V_{i+1/2}^{n+1} > V_{i+1/2}^n$ , то  $Q_{i+1/2}^{n+1/2} = 0$ . Здесь верхние индексы отмечают момент времени, а нижние — рассматриваемую материальную частицу. Величины с полуделыми индексами относятся к центрам временных или пространственных интервалов  $DT$  и  $DR$ . Целые индексы отмечают границы этих интервалов.

Шаг по времени выбирается с учетом видоизмененного критерия устойчивости Неймана и Рихтмайера [13], а именно

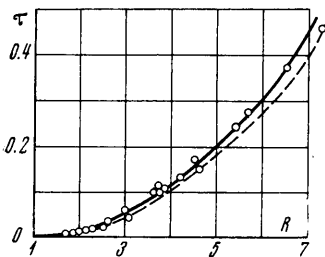
$$DT^{n+1/2} = \min_i 1/4 \Delta R^n (a^2 + b^2)^{-1/2}, \quad \Delta R^n = R_{i+1}^n - R_i^n$$

$$b = 2C_2 \Delta R^n (V^* / V)^{n-1/2}, \quad b = 0, \quad (V^* / V)^{n-1/2} \geq 0$$

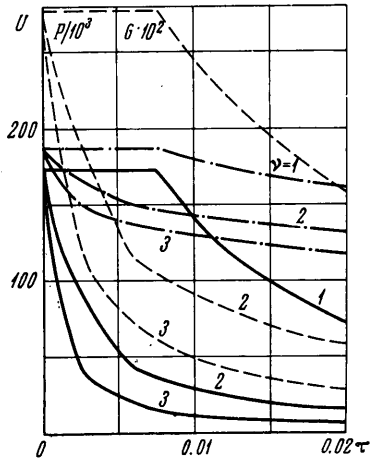
$$(V^* / V)^{n-1/2} = (V_{i+1/2}^n - V_{i+1/2}^{n-1}) (DT^{n-1/2} V_{i+1/2}^{n-1/2})^{-1}$$

Приведем результаты некоторых расчетов. Принимаем  $p_1 = 6.67 \cdot 10^4 \text{ кг/м}^2$ ,  $v_1 = 0.981 \cdot 10^{-2} \text{ м}^4/\text{кг} \cdot \text{сек}^2$ , что соответствует взрыву на глубине около 60 метров под водой. В качестве характерных величин берем  $p_* = 10^4 \text{ кг/м}^2$ ,  $v_* = 10^{-2} \text{ м}^4/\text{кг} \cdot \text{сек}^2$ ,  $l_* = r_0$ , где  $r_0$  — начальный радиус заряда. В выражении для искусственной вязкости положим  $C_2 = 2$ . Значение  $C_1$  будем изменять в зависимости от интенсивности ударной волны, причем для очень мощных волн  $C_1 \approx 0.5$ , для слабых  $C_1 \approx 0$ . Присутствие члена  $Q_1 \neq 0$  в искусственной вязкости способствует сглаживанию нефизичных пилообразных колебаний за фронтом ударной волны, но в то же время для относительно слабых волн приводит к чрезмерному размазыванию зоны ударного перехода.

Рассмотрим взрыв тротилового заряда взрывчатого вещества с начальной плотностью  $\rho_0 = 1.5 \text{ г/см}^3$ , имеющего сферическую форму ( $\nu = 3$ ). Начальное распределение параметров газа берем из решения задачи о детонации такого заряда. Соответствующие данные имеются в работе [14]. На фиг. 1—4 представлены распределения гидродинамических величин в зависимости от лагранжевой координаты  $R_1$  для следующих моментов времени:  $\tau_1 = 0.0014$ ,  $\tau_2 = 0.0028$ ,  $\tau_3 = 0.0042$ ,  $\tau_4 = 0.0070$ ,  $\tau_5 = 0.0148$ ,  $\tau_6 = 0.0209$ ,  $\tau_7 = 0.0278$ ,  $\tau_8 = 0.0417$ . Фиг. 1, 2 изображают давление, фиг. 3, 4 — скорость и плотность. Пунктирные линии описывают изменение параметров ударного



Фиг. 5



Фиг. 6

фронта. Значение  $R_1 = 1$  соответствует границе газового пузыря. На фиг. 5 сплошной линией нанесено положение этой границы с течением времени, а точки и пунктирная кривая соответствуют экспериментальным и расчетным данным, полученным в работе [11].

Рассчитывалось также течение, возникающее при разлете сферического ( $\nu = 3$ ), цилиндрического ( $\nu = 2$ ) или плоского ( $\nu = 1$ ) объема сжатого газа в воде. Начальные параметры газа полагались постоянными и равными  $P_g = 5 \cdot 10^5$ ,  $V_g = 0.49$ ,  $U_g = 0$ . На фиг. 6 сплошные линии дают закон падения со временем давления, пунктирные — скорости, а штрих-пунктирные — плотности на фронте ударной волны для различных  $\nu$ .

Для оценки точности проводились расчеты с вдвое большим и вдвое меньшим шагом  $DR$  по сравнению с приведенными результатами. Полученные данные нанесены на фиг. 1, 3, 4 соответственно точками и кружками. Сравнение показывает достаточно хорошую точность проведенных расчетов, причем для больших значений времени  $t$  точность увеличивается.

Автор благодарит В. П. Карликова, В. П. Коробейникова и П. И. Чупкина за внимание к работе и ценные обсуждения.

Поступило 22 II 1971

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Коул Р. Подводные взрывы. М., Изд-во иностр. лит., 1950.
2. Trilling L. The collapse and rebound of a gas bubble. *J. Appl. Phys.*, 1952, vol. 23, No. 1, p. 14.
3. Keller J. B., Kolodner I. I. Damping of under-water explosion bubble oscillation. *J. Appl. Phys.*, 1956, vol. 27, No. 10, p. 1152.
4. Hickling R., Plesset M. S. Collapse and Rebound of a spherical bubble in water. *Phys. Fluids*, 1964, vol. 7, No. 1, p. 7.
5. Neuckroth L. E., Glass J. J. Low-energy under-water explosions. *Phys. Fluids*, 1968, vol. 11, No. 10.
6. Walsh J. M., Rice M. H. Equation of state of water to 250 kilobars. *J. Chem. Phys.*, 1957, vol. 26, No. 4.
7. Кузнецов Н. М. Уравнение состояния и теплоемкость воды в широком диапазоне термодинамических параметров. ПМТФ, 1961, № 1.
8. Кочина Н. Н., Мельникова Н. С. О взрыве в воде с учетом сжимаемости. Тр. Матем. ин-та им. В. А. Стеклова, 1966, т. 87, стр. 36—65.
9. Шуршалов Л. В. Выражения для внутренней энергии и энтропии воды в широком диапазоне термодинамических параметров. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 4, стр. 184—186.
10. Анисимов С. И., Кузнецов Н. М. Автомодельный сильный взрыв в воде. ПМТФ, 1961, № 6.
11. Альтшулер Л. В., Балабанов А. В., Баталов В. А., Геращенко Н. А., Родионов В. А., Свидинский В. А., Тарасов Д. М. Камуфлетный взрыв в жидких и упруго-пластических средах. Докл. АН СССР, 1970, т. 193, № 6.
12. Von Neumann J., Richtmyer R. D. A method for the numerical calculations of hydrodynamic shocks. *J. Appl. Phys.*, 1950, vol. 21, No. 3, p. 232. (Рус. перев.: Сб. «Механика», 1951, № 1.)
13. Уилкинс М. Л. Расчет упруго-пластических течений. В сб. «Вычислительные методы в гидродинамике», М., «Мир», 1967.
14. Фонарев А. С., Чернявский С. Ю. Расчет ударных волн при взрыве сферических зарядов взрывчатых веществ в воздухе. Изв. АН СССР, МЖГ, 1968, № 5, стр. 169—174.