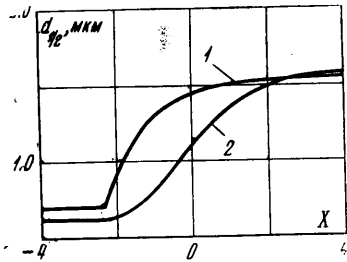


что размеры частиц в сопле существенно зависят от габаритов двигателя. На фиг. 3 представлены расчетные данные о росте частиц вдоль сопла с критическим диаметром 12 мм, взятые из [1] (кривая 1) и полученные в этой работе (кривая 2). Скорость коагуляции частиц незначительна на начальном участке сопла, далее увеличивается, достигая максимального значения в области горловины, а затем уменьшается. Это объясняется тем, что на входе в сопло скорость потока мала и запаздывание конденсата практически отсутствует. При дальнейшем разгоне двухфазной смеси скоростное отставание частиц увеличивается и достигает наибольшего значения в области горла сопла. В сверхзвуковой части коагуляции частиц уменьшается за счет снижения концентрации конденсата. Согласно результатам расчета, приведенным в работе [1], рост частиц происходит только в дозвуковой части сопла, причем максимальная скорость коагуляции частиц наблюдается на входе в сопло.



Фиг. 3

Поступило 28 V 1970

ЛИТЕРАТУРА

1. Growe C. T., Willoughby P. G. A study of particle growth in a rocket nozzle. AIAA Journal, 1967, vol. 5, No. 7. (Рус. перев.: Исследование роста частиц в сопле ракетного двигателя. Ракетная техника и космонавтика, 1967, № 7.)
2. Marble F. E. Droplet agglomeration in rocket nozzles caused by particle slip and collision. Astronaut. Acta, 1967, vol. 13, No. 2.
3. Гришин С. Д., Тишин А. П., Хайрутдинов Р. И. Неравновесное двухфазное течение в сопле Лавала с коагуляцией частиц полидисперсного конденсата. Изв. АН СССР, МЖГ, 1969, № 2.
4. Kuentzmann P. Agglomération des particules d'alumine dans l'écoulement de tuyere d'un propergol métallisé. Rech. Aérospat., 1969, No. 131.
5. Jenkins R. M., Hoglund R. F. A unified theory of particle growth in rocket chambers and nozzles. AIAA paper, 1969, No. 69-541. (Рус. перев.: Обобщенная теория роста частиц в камере сгорания и сопле ракетного двигателя. Вопр. ракетн. техн., 1970, № 2.)
6. Беляев В. И. Метод Лагранжа в кинетике облачных процессов. Л., Гидрометеопиздат, 1964.
7. Фукс Н. А. Механика аэрозолей. М., Изд-во АН СССР, 1955.

УДК 532.546

О ПРОДВИЖЕНИИ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА ЖИДКОСТЕЙ
ПРИ НАПОРНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

О. В. ГОЛУБЕВА, Н. П. ПЕТРОВ

(Москва)

В статье продолжены исследования ряда авторов [1-3] о продвижении границы раздела различных жидкостей: дано решение задачи в случае одномерной фильтрации жидкостей различной вязкости в искривленных слоях переменной проницаемости, указаны метод определения границы раздела «разноцветных» жидкостей и его обобщение для случая серии двумерных течений, связанных конформным преобразованием. Рассматриваемые задачи сведены к обращению функций, определяющих течение, и вычислению интегралов.

Пусть напорная фильтрация несжимаемых жидкостей различной вязкости μ_1, μ_2 в пространстве, ограниченном скважиной (галереей) L_c и областью питания L_n , подчиняется линейному закону. Уравнения фильтрации запишем в виде

$$V_n = -\frac{k}{\mu_n} \text{grad} (P_n + \gamma_n z) = -\frac{k}{\mu_n} \text{grad} P_n \quad (0.1)$$

$(n = 1, 2)$

$$\text{div} V_n = \text{div} \left(\frac{k}{\mu_n} \text{grad} P_n \right) = 0 \quad (0.2)$$

где L — подвижная граница раздела жидкостей вязкостей μ_1, μ_2 ; $v_1, v_2, P_1, P_2, \gamma_1, \gamma_2$ — скорости фильтрации, давления и удельный вес жидкостей соответственно для областей, ограниченных $L_c L$ и $L L_k$; k — коэффициент проницаемости, зависящий в общем случае от координат.

Для приведенного давления P^* на L_c, L_k и L выполняются соответственно следующие граничные условия:

$$P_1^* = P_c^* \quad (0.3)$$

$$P_2^* = P_k^* \quad (0.4)$$

$$P_1^* - P_2^* = (\gamma_1 - \gamma_2)z, \quad \frac{1}{\mu_1} \frac{\partial P_1^*}{\partial n} = \frac{1}{\mu_2} \frac{\partial P_2^*}{\partial n} \quad (0.5)$$

где P_c^* и P_k^* в общем случае заданы как функции времени и вертикальной координаты z , удовлетворяющей соответственно уравнениям поверхностей L_c и L_k . Условия (0.5) следуют из непрерывности давления и расхода жидкостей.

Ставится задача определения P_1^*, P_2^* и параметрического уравнения L вида $r = r(t, \tau_1, \tau_2)$, если при $t = 0$ задано $r = r_0 = r_0(\tau_1, \tau_2)$.

1. Одномерная фильтрация. Поставленная задача решается в общем виде для одномерного течения, которое рассматриваем как частный случай двумерных течений в слоях постоянной толщины, расположенных на криволинейной поверхности с заданной ортогональной сетью p и q (квадрат элемента дуги поверхности $dS^2 = -Edp^2 + Gdq^2$). Составляющие скорости таких течений будут

$$V_p = -\frac{k}{\mu\sqrt{E}} \frac{\partial P^*}{\partial p}, \quad V_q = -\frac{k}{\mu\sqrt{G}} \frac{\partial P^*}{\partial q} \quad (1.1)$$

В случае одномерных течений вдоль координатных линий $p = \text{const}$, $V_p = 0$ и скорость течения и давления не должны зависеть от координаты p . Из анализа уравнений движения для этого случая следует, что при одномерной фильтрации на величину E, G, z, k и объемную пористость грунта σ накладываются ограничения

$$\frac{k}{\sqrt{G}} = f_1(a); \quad k = k(a), \quad \sqrt{E} = f_2(p)f_3(q) \\ z = f_2(q), \quad \sigma = \sigma(q) \quad (1.2)$$

Выражение для P_n^* , определенное из уравнений движения, имеет вид

$$P_n^* = -A_n \mu_n \int \frac{dq}{f_1 f_3} + C_n \quad (n = 1, 2) \quad (1.3)$$

где A_n и C_n , определенные из граничных условий, имеют вид

$$A = A_1 = A_2 = [P_c^* - P_k^* - (\gamma_1 - \gamma_2)z(q_0)] \left[\mu_1 \int_{q_c}^{q_0} \frac{dq}{f_1 f_3} + \mu_2 \int_{q_0}^{q_k} \frac{dq}{f_1 f_3} \right]^{-1} = \\ = [P_c^* - P_k^* - (\gamma_1 - \gamma_2)z(q_0)] B^{-1}(q_0) \quad (1.4)$$

$$C_1 = P_c^* + A \mu_1 \left[\int \frac{dq}{f_1 f_3} \right]_{q=q_c}, \quad C_2 = P_k^* + A \mu_2 \left[\int \frac{dq}{f_1 f_3} \right]_{q=q_k} \quad (1.5)$$

Здесь q_c, q_k и q_0 — соответственно границы скважины, области питания и границы раздела жидкостей различной вязкости.

Для определения границы раздела воспользуемся уравнением ее продвижения, которое для рассматриваемой одномерной фильтрации запишется в виде

$$\sigma \sqrt{G} \frac{dq_0}{dt} = [V_q]_{q=q_0} \quad (1.6)$$

Обращаясь к формуле, определяющей v_q (1.1), условиям (1.2) и формулам (1.3), (1.4), перепишем последнее уравнение в виде

$$\frac{dq_0}{dt} = [P_k^* - P_c^* + (\gamma_1 - \gamma_2)z(q_0)] \left[\frac{f_1}{\sigma k f_3} \right]_{q=q_0} B^{-1}(q_0) \quad (1.7)$$

Дифференциальное уравнение (1.7) для определения q_0 следует интегрировать при начальном условии

$$q = q_0, \quad t = 0 \quad (1.8)$$

Уравнение (1.7) приводится к уравнению с разделяющимися переменными, если приведенное давление на границе скважины и области питания P_c^* , P_s^* не зависит от времени, или рассматривается фильтрация газа, когда следует принять $\gamma_n = 0$, и фильтрация в плоскости ($z = 0$).

При различных частных предположениях из приведенных выше формул следуют известные результаты В. Н. Щелкачева [2], Г. С. Салехова [4] и др.

Принципиальная сторона решения рассматриваемой одномерной задачи не меняется, если усложнить ее, полагая, что k меняется по различным законам на отрезках, расположенных на интервале q_h, q_c , и скачкообразно на их границах. Можно принять также, что меняется толщина слоя и фильтрация происходит в интервале q_h, q_c вдоль различных стыкующихся поверхностей. Во всех этих случаях формулы, идентичные приведенным, будут иметь место для каждого отрезка.

Используя приведенные формулы, можно определить скорость продвижения границы раздела V_q' , полагая, что они «разноцветные» (для этого достаточно положить $\mu_1 = \mu_2 = \mu$).

Если потребовать, что время вытеснения, подсчитанное по точной и приближенной формулам, было одинаковым или

$$\int_{q_c}^{q_s} \left(\frac{1}{V_q} - \frac{1}{V_q'} \right) \sqrt{G} dq_0 = 0 \tag{1.9}$$

то (1.9) можно рассматривать как критерий для определения μ при моделировании реальных жидкостей разноцветными. При различных течениях (1.9) дает различные зависимости μ от μ_1 и μ_2 .

При фронтальной фильтрации в однородном слое из (1.9) μ определяется в виде

$$\mu = \frac{\mu_1 + \mu_2}{2} \tag{1.10}$$

Весьма приближенно можно считать, что (1.10) определяет вязкость разноцветной жидкости, когда она моделирует реальные жидкости при любых течениях.

2. Двумерная фильтрация. В случае неоднородной фильтрации сложность вопроса о продвижении границы раздела жидкостей заключается в том, что поле скоростей и линии тока течения зависят от расположения их границы раздела, а продвижение границы раздела зависит от скорости.

Однако в приближенной постановке вопроса, полагая, что жидкости разноцветные и их вязкость определена по формуле (1.10), можно указать общие уравнения, описывающие продвижение границы раздела жидкостей. Действительно, поле скоростей $V(r, t)$ в этом случае не будет зависеть от положения границы раздела жидкостей и определяется из граничных условий (0.3) и (0.4). Уравнение продвижения границы раздела в этом случае будет вида

$$\sigma \frac{dr}{dt} = V(r, t) \tag{2.1}$$

Если в начальный момент ($t = 0$) уравнение границы раздела жидкостей определяется параметрически в виде

$$r_0 = r_0(\tau_1, \tau_2) \tag{2.2}$$

то, интегрируя (2.1) при условии (2.2), найдем

$$r = r(t, \tau_1, \tau_2) \tag{2.3}$$

или параметрическое уравнение продвижения границы раздела двух жидкостей.

С гидродинамической точки зрения рассматриваемый вопрос представляет собой переход от переменных Эйлера к переменным Лагранжа. Изложенный в этом пункте вопрос можно свести также к задаче Коши для линейного однородного уравнения в частных производных, которому будут соответствовать уравнения (2.1) [5].

В случае двумерных стационарных течений ($V = V(r)$) интеграция системы уравнений (2.1) значительно упрощается. Именно, пусть слой переменной проницаемости расположен на поверхности, на которой для простоты выбрана изотермическая сеть (что, однако, не играет принципиального значения). Квадрат элемента дуги поверхности в этом случае записывается в виде

$$dS^2 = C^2(dx^2 + dy^2) \tag{2.4}$$

Уравнения, описывающие фильтрацию в этом слое

$$V_x = -\frac{k}{\mu C} \frac{\partial P^*}{\partial x} = -\frac{1}{C} \frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad V_y = -\frac{k}{\mu C} \frac{\partial P^*}{\partial y} = \frac{1}{C} \frac{\partial \psi}{\partial x} \tag{2.5}$$

В уравнениях (2.5) P^* и ψ будут известными функциями координат

$$P^* = P^*(x, y), \quad \psi = \psi(x, y) \quad (2.6)$$

Предположим, что из (2.6) можно определить x и y как функции P^* и ψ или

$$x = x(P^*, \psi), \quad y = y(P^*, \psi) \quad (2.7)$$

Пусть линия раздела жидкостей задана в момент времени в параметрическом виде

$$x_0 = x_0(\tau), \quad y_0 = y_0(\tau) \quad (2.8)$$

Выберем семейство линий тока и семейство линий равного давления P^* в качестве координатных линий

$$\psi(x, y) = \text{const}, \quad P^*(x, y) = \text{const} \quad (2.9)$$

Тогда двумерная задача сведется к аналогу одномерной задачи, ибо течение будет происходить вдоль координатных линий $\psi = \text{const}$ при изменении одной координаты P^* .

Квадрат элемента дуги поверхности в этом случае запишем в виде

$$dS^2 = dS_1^2 + dS_2^2 = \left\{ \left(\frac{k}{\mu} \right)^2 dP^* + d\psi^2 \right\} \frac{1}{V^2} \quad (2.10)$$

где V^2 — квадрат модуля скорости.

Скорость фильтрации вдоль $\psi = \text{const}$ можно выразить через dS_1 в виде

$$V = \sigma dS_1 / dt \quad (2.11)$$

Отсюда, обращаясь к (2.10), найдем

$$\frac{\sigma}{\mu} \frac{k}{V^2} dP^* = dt \quad (2.12)$$

Используя (2.7), заменим в $V(x, y)$ и $k(x, y)$, x, y на P^* и ψ и проинтегрируем (2.12), полагая $\psi = \text{const}$

$$\int \frac{\sigma}{\mu} \frac{k}{V^2} dP^* = \int dt \quad (2.13)$$

В результате интегрирования найдем

$$\Phi(P^*, \psi) = t + C$$

Заменим P^* и ψ на x и y , используя (2.6), тогда (2.13) приобретет вид

$$\Phi_1(x, y) = t + C$$

Постоянную интегрирования C найдем, используя (2.8), тогда окончательно (2.13) запишется в виде

$$\Phi_1(x, y) - \Phi_1(x_0, y_0) = t$$

или

$$\Phi_1(x, y) - \Phi_1^*(\tau) = t \quad (2.14)$$

Так как течение происходит вдоль линии тока ($\psi = \text{const}$), то, используя (2.8), запишем

$$\psi(x, y) = \psi^*(\tau) \quad (2.15)$$

Система равенств (2.14) и (2.15) определяет уравнение границы раздела двух жидкостей для любого момента времени, записанное в параметрической форме.

Интеграл (2.13) можно получить, если преобразовать два дифференциальных уравнения двумерных стационарных течений, используя их первый интеграл $\psi = C$.

На основании сказанного, определение расположения границы раздела двух разноцветных жидкостей при стационарной двумерной фильтрации сводится к двум операциям: определению x, y через P^*, ψ из (2.6) и вычислению интеграла (2.13).

Если проницаемость грунта k постоянна, то, вводя потенциал скорости

$$\Phi = \frac{k}{\mu} (P + \gamma z) \quad (2.16)$$

течение, удовлетворяющее условиям на границах области питания и скважины, бу-

дет описываться комплексным потенциалом

$$w = f_1(z) = \varphi + i\psi \quad (2.17)$$

Тогда определение x и y через φ и ψ сводится к обращению (2.17) или определению

$$z = f_2(w) \quad (2.18)$$

и интеграл (2.13) приобретает вид [6]

$$\int \frac{\sigma}{\mu} \frac{d\varphi}{V^2(\varphi, \psi)} = \int \sigma \mu \left[\left(\frac{\partial x}{\partial \varphi} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \varphi} \right)^2 \right] d\varphi = t + C \quad (2.19)$$

Следует заметить, что вопросы продвижения границы раздела разноцветных жидкостей вдоль некоторых линий тока (главной и нейтральной) наиболее полно рассматривались в работе В. Н. Щелкачева [2, 7], а интеграл типа (2.19) в применении к частному случаю продвижения границы раздела разноцветных жидкостей был указан в работе Б. Э. Казарновской [8].

Обращение функций (2.17) выполняется один раз для класса течений, которые связаны одно с другим конформным преобразованием, и вопрос о продвижении границы раздела жидкостей сводится только к вычислению в каждом случае одного интеграла. Действительно, пусть известно конформное преобразование плоскости z на плоскость или криволинейную поверхность ζ

$$\zeta = \xi + i\eta = f(z) \quad (2.20)$$

Совместно соотношения (2.17) и (2.20) определяют течения на плоскости или поверхности ζ , причем z в них будет играть роль параметра.

Интеграл (2.19) на ζ будет вида

$$\int \sigma \mu \left[\left(\frac{\partial \xi}{\partial \varphi} \right)^2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial \varphi} \right)^2 \right] d\varphi = \int \sigma \mu K^* \left[\left(\frac{\partial x}{\partial \varphi} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \varphi} \right)^2 \right] d\varphi = t + C \quad (2.21)$$

где K^* , используя (2.7), можно записать в виде

$$K^*(\varphi, \psi) = K(x, y) = \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \xi}{\partial y} \right)^2 \quad (2.22)$$

Вычисляя интеграл (2.21) при $\psi = \text{const}$ и используя (2.8), найдем

$$\Phi(\varphi, \psi) - \Phi(\varphi_0, \psi_0) = \Phi_1(x, y) - \Phi_1^*(\tau) = t \quad (2.23)$$

Присоединяя к (2.23) соотношения (2.19) и (2.20) и исключая из них τ , x , y , получаем уравнение вида

$$F(\xi, \eta, t) = 0$$

которое описывает положение границы раздела двух разноцветных жидкостей на ζ . Приведенные исследования о продвижении границы раздела разноцветных жидкостей при двумерной фильтрации обобщаются на случай стационарных течений сжимаемой жидкости, массовая скорость которых определяется через функцию Лейбнсона.

Применим проведенные исследования к конкретным примерам, из рассмотрения которых выясним влияние искривленности пласта на характер и время вытеснения одной жидкости другой.

Пусть эксплуатационная скважина, расположенная в горизонтальном пласте, имеет концентрическую к ней область питания. Положим, что отношение радиуса области питания к радиусу скважины равно 10^3 . Относя все расстояния и скорости соответственно к радиусу и скорости на границе области питания, комплексный потенциал течения запишем в виде

$$w = -\ln z = -1/2 \ln(x^2 + y^2) - i \arctg y/x \quad (2.24)$$

Пусть в начальный момент времени граница раздела жидкостей представляла собой эллипс (фигура, a), параметрические уравнения которого следующие:

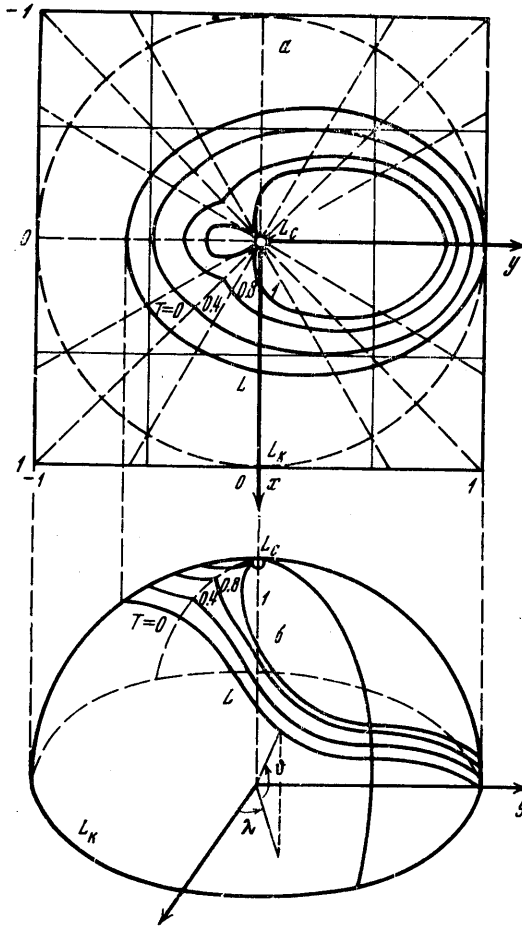
$$x_0 = 0.6 \sin \tau, \quad y_0 = 0.2 + 0.8 \cos \tau \quad (2.25)$$

Из (2.24), (2.25) и (2.15) получим уравнения

$$t = \sigma \mu / 2 [0.4 + 0.32 \cos \tau + 0.28 \cos^2 \tau - x^2 - y^2] \quad (2.26)$$

$$x(0.2 + 0.8 \cos \tau) = y 0.6 \sin \tau$$

которые в параметрической форме определяют уравнение границы раздела жидкостей для любого момента времени.



Время прорыва вытесняющей жидкости к скважине t_0 определим из (2.26), полагая $\tau = -45^\circ$ и $x^2 + y^2 = 10^{-3}$.

На фигуре, а построены границы раздела жидкостей, соответствующие безразмерному времени $T = t/t_0 = 0, 0.4, 0.8, 1$.

Рассмотрим конформное преобразование плоскости на сферу (стереографическая проекция) вида

$$z = \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2} \right) e^{i\lambda} \quad (2.27)$$

где θ и λ — соответственно широта и долгота сферы (фигура, б). Формулы (2.24) и (2.27) описывают течение к скважине, расположенной в полюсе сферического слоя. Экватор служит областью питания. Дебиты скважин на сфере и в плоском слое, рассмотренном выше, равны. Предположим, что начальное расположение границы раздела жидкостей на сфере таково, что ее проекция на плоскость представляет собой эллипс, определяемый равенствами (2.25). Вычисляя интеграл (2.21), используя (2.15), в этом случае найдем

$$t = 2\sigma\mu \left[\cos^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2} \right) - \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta_0}{2} \right) \right] \quad (2.28)$$

$$\lambda = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{1 + 4 \cos \tau}{\sin \tau}$$

Используя (2.28) и параметрические уравнения границы раздела жидкостей на сфере в начальный момент, подсчитаны и изображены на фигуре, б границы раздела жидкостей на сфере при $T = 0, 0.4, 0.8, 1$.

Ниже приведено отношение времени продвижения жидкости от начального положения до скважины соответствующих точек на сфере и плоскости (t_k/t_n), а также безразмерное время продвижения соответствующих точек на плоскости (T_n) и сфере (T_k).

$\theta = \lambda$	-90°	-60°	-45°	-30°	0	30°	45°	60°	90°
t_k/t_n	1.11	1.1	1.09	1.11	1.125	1.25	1.35	1.5	2
T_n	1.185	1.1	1	1.03	1.32	2.08	2.52	2.42	3.3
T_k	1.24	1.11	1	1.03	1.355	2.48	3.1	4	6.05

Приведенные расчеты свидетельствуют о том, что если пласт, расположенный на сфере, моделирован плоским пластом, который является проекцией сферического слоя, то ошибка в вычислении времени продвижения границы раздела жидкостей будет тем больше, чем ближе в начальный момент ее точка к экватору. Следовательно, при значительном искривлении слоев моделирование задач о продвижении границы раздела жидкостей плоскими слоями может привести к значительным погрешностям в вычислении времени прорыва вытесняющей жидкости в скважину.

Поступило 12 VI 1970

ЛИТЕРАТУРА

1. Полубаринова-Кочина П. Я. К вопросу о перемещении контура нефтеносности. Докл. АН СССР, 1945, т. 47, № 4.
2. Шелкачев В. Н., Лапук Б. Б. Подземная гидравлика. М., Гостоптехиздат, 1949.
3. Чарный И. А. Подземная гидрогазодинамика. М., Гостоптехиздат, 1963.
4. Салехов Г. С. Прямые и обратные задачи о продвижении водонефтяного контакта. Изд. Казанск. филиала АН СССР, Сер. физ.-матем. и техн. н., 1954, вып. 5.
5. Миллионщиков М. Д. Обводнение скважин подошвенной водой. Инж. сб., 1948, т. 5, вып. 1.
6. Голубева О. В. О границе раздела разноцветных жидкостей. Калининградск. гос. ун-т, Тр. кафедры теорет. и эксперим. физ., 1968.
7. Шелкачев В. Н. Расстановка скважин в пласте с водонапорным режимом. Сб. «Научно-исследовательские работы нефтяников», вып. 3, Добыча нефти, М., Гостоптехиздат, 1944.
8. Казарновская Б. Э. Перемещение водо-нефтяного контакта и обводнение скважин при водонапорном режиме месторождения. Докл. АН СССР, 1947, т. 55, вып. 8.

УДК 531/534:0.61.3

**ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЦЕНТР МОСКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО
УНИВЕРСИТЕТА им. М. В. ЛОМОНОСОВА**

СЕМИНАРЫ

Семинар по численным методам решения задач аэрогидродинамики под руководством Г. И. Петрова, Г. Ф. Теленина, Л. А. Чудова, Г. С. Рослякова.

27 XI 1971 г. В. И. Полежаев (Москва) *Нестационарная термокапиллярная конвекция жидкости в цилиндрическом сосуде.*

Численно исследуется перемешивание жидкости в цилиндрическом сосуде за счет термокапиллярных движений, возникающих при подводе тепла к боковой поверхности сосуда в диапазоне чисел Марангони от 10^2 до 10^5 . Анализируются результаты расчетов структуры движения, поля температуры и характерных временных масштабов развития этих движений, влияние притока тепла к поверхности жидкости. Рассмотрен случай совместного воздействия естественной и термокапиллярной конвекции. Численно реализовано развитие термокапиллярных движений после потери устойчивости статистического равновесия (неустойчивость Марангони), когда поток тепла подводится по нормали к поверхности со стороны жидкости.

10 XII 1971 г. Г. С. Глушко, В. А. Солопов (Москва) *Расчет трения, теплообмена и перехода к турбулентности в пограничном слое несжимаемой жидкости.*

Применяется система уравнений, состоящая из уравнений Рейнольдса, неразрывности, теплопроводности, энергии и масштаба турбулентности. Для аппроксимации турбулентной вязкости и турбулентного числа Прандтля предложена модель перемешивания, которая учитывает возникающую под влиянием сдвига неизотропность турбулентности. Из экспериментальных данных по измерениям характеристик турбулентности определены коэффициенты в формулах.

Проведены расчеты течения в пограничном слое плоской пластины при различных молекулярных числах Прандтля (0, 73, 10, 100), которые сравниваются с экспериментальными данными.

По результатам расчетов построена зависимость числа Рейнольдса перехода от интенсивности турбулентности, которая удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными различных авторов.

Проведены расчеты течений с изменяющимися вдоль обтекаемой поверхности скоростью на границе слоя и температурой обтекаемой поверхности. Сравнение с измерениями показывает удовлетворительное соответствие.

4 I 1971 г. Б. М. Берковский, Е. Ф. Ноготов (Минск) *Фотоабсорбционная конвективная неустойчивость (ФАКН).*

Аналитически и численно исследован ранее предсказанный одним из авторов эффект конвективной неустойчивости жидкости, поглощающей проходящий через нее пучок света. Детальный анализ ФАКН проведен для прямоугольных горизон-