

5. Рудаков Р. Н. Спектр возмущений и устойчивости конвективного движения между вертикальными плоскостями. ПММ, 1967, т. 31, вып. 2.
6. Бирях Р. В., Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М., Рудаков Р. Н. Гидродинамическая и тепловая неустойчивость стационарного конвективного движения. ПММ, 1968, т. 32, вып. 2.
7. Полежаев В. И. Течение и теплопередача при ламинарной естественной конвекции в вертикальном слое. Теплоперенос, т. 1, Минск, 1967.
8. Сорокин М. П. Свободная конвекция жидкости в полости, происходящая в условиях пограничного слоя. Инж.-физ. ж., 1961, № 8.
9. Eckert E. R. G., Carlson W. O. Natural convection in an air layer enclosed between two vertical plates with different temperatures. Internat. J. Heat. and Mass Trans., 1961, vol. 2, No. 1, 2, pp. 106—120.
10. Elder J. W. Laminar free convection in a vertical slot. J. Fluid Mech., 1965, vol. 23, pt 1, pp. 77—99. Turbulent free convection in a vertical slot. J. Fluid Mech., 1965, vol. 23, pt 1, pp. 99—111.
11. Зайцев В. М., Сорокин М. П. К вопросу об устойчивости теплового конвективного движения жидкости в вертикальной щели. Уч. зап. Пермск. ун-та, 1961, т. 19, вып. 3.
12. Vest C. M., Agraci V. S. Stability of natural convection in a vertical slot. J. Fluid Mech., 1969, vol. 36, pt 1, pp. 1—15.
13. Канторович Л. В., Крылов В. И. Приближенные методы высшего анализа. М., Физматгиз, 1962.
14. Elder J. W. Numerical experiments with free convection in a vertical slot. J. Fluid Mech., 1966, vol. 24, pt 4, pp. 823—843.
15. Кирдяшкин А. Г., Леонтьев А. И. Исследование гидродинамики и теплообмена в вертикальных слоях жидкости при свободной конвекции. Теплофизика высоких температур, 1969, т. 7, № 5.

УДК 532.529.5/6

## О ПОСТРОЕНИИ ОБЩЕЙ СХЕМЫ КАВИТАЦИОННОГО ТЕЧЕНИЯ

Я. Р. БЕРМАН

(Москва)

Предложена схема кавитационного обтекания пластинки, из которой как частные случаи получаются течения Жуковского — Рошко, Рябушинского и др. [1, 2].

Пусть плоский поток идеальной, несжимаемой и невесомой жидкости набегаёт со скоростью  $v_\infty$  на перпендикулярную к нему пластинку. В силу симметрии течения ограничимся рассмотрением его верхней половины (фигура, а). Позади пластинки находится каверна, ограниченная сверху дугой  $CDE$ . На участке  $CD$  модуль  $v$  скорости постоянен и равен  $v_0$ , а на  $DE$  угол наклона  $\theta$  вектора скорости к оси абсцисс плоскости  $z$  меняется по указанному ниже закону<sup>1</sup> от  $\theta = \theta_0$  до  $\theta = -\pi/2$ . На участке  $EA$ , где  $A$  — бесконечно удалённая точка, угол  $\theta$  равен нулю.

Отобразим область течения в плоскости  $z$  на верхнюю полуплоскость параметрического переменного  $t$ ; соответствие точек ясно из фигуры.

Введем переменную Жуковского

$$i \ln \frac{1}{v_0} \frac{dw}{dz} = \theta + i\tau, \quad \tau = \ln \left| \frac{v}{v_0} \right| \quad (1)$$

<sup>1</sup> Согласно схеме Вудса [3] на границе хвостовой части каверны меняется по заданному закону величина  $v$ .

где  $w$  — комплексный потенциал течения, и рассмотрим вспомогательную функцию

$$\Phi(t) = \frac{i}{\sqrt{t(t-g)}} \ln \frac{1}{v_0} \frac{dw}{dz} \quad (2)$$

Действительная часть функции  $\Phi(t)$  задана на всей действительной оси плоскости  $t$ . В интервале  $(-1, 0)$  она равна  $1/2\pi [t(t-g)]^{-1/2}$ , в интервале  $(g, g+\epsilon)$  она равна  $\theta [t(t-g)]^{-1/2}$ , причем на этом участке, по предположению

$$\theta = \theta_0 - \frac{\pi + 2\theta_0}{2\epsilon}(t-g) \quad (3)$$

На остальных интервалах действительной оси плоскости  $t$  действительная часть  $\Phi(t)$  равна нулю. Таким образом, функция  $\Phi(t)$  может быть найдена по формуле Шварца для полуплоскости [4]

$$\Phi(t) = \frac{1}{\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{Re } \Phi(\zeta) d\zeta}{\zeta - t} \quad (4)$$

где интегрирование производится по действительной оси плоскости  $t$ . В результате интегрирования и перехода от  $\Phi(t)$  к  $dw/dz$  получим

$$\begin{aligned} \frac{dw}{dz} = v_0 \frac{\sqrt{t(1+g)} - \sqrt{t-g}}{\sqrt{g(1+t)}} \left[ \frac{\sqrt{\epsilon t + \sqrt{(t-g)(g+\epsilon)}}}{\sqrt{g(t-g-\epsilon)}} \right]^{2\theta/\pi} \times \\ \times \exp \left( \frac{2\theta_0 + \pi}{\pi\epsilon} \sqrt{t^2 - gt} \ln \frac{\sqrt{\epsilon} + \sqrt{g+\epsilon}}{\sqrt{g}} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\theta$  — заданная функция (3) от параметра  $t$ .

Кроме того, имеем

$$w = At \quad (6)$$

где  $A$  — масштабный множитель.

Формулы (5) и (6) и дают решение задачи кавитационного обтекания пластинки по рассматриваемой схеме. В частности, при  $\theta_0 = -\pi/2$  из (3) и (5) получим

$$\frac{dw}{dz} = v_0 \frac{g\sqrt{t+1}\sqrt{t-g-\epsilon}}{[\sqrt{t(1+g)} + \sqrt{t-g}][\sqrt{\epsilon t + \sqrt{(t-g)(g+\epsilon)}}]} \quad (7)$$

Параметрам  $g$  и  $\epsilon$  в (5) и (7) соответствуют физические параметры — число кавитации  $\lambda = v_0^2/v_\infty^2 - 1$  и расстояние  $h$  (фигура), а параметр  $\theta_0$  задается. Ясно, что  $h = 0$  при выполнении условия замкнутости

$$\text{Im} \int_c \frac{dz}{dt} dt = 0 \quad (8)$$

где  $C$  — полуокружность достаточно большого радиуса  $R$  в верхней полуплоскости  $t$ , с центром в начале координат. В случае  $\theta_0 = -\pi/2$  условие (8) выполняется при  $\epsilon = 1$ , и тогда из (7) имеем

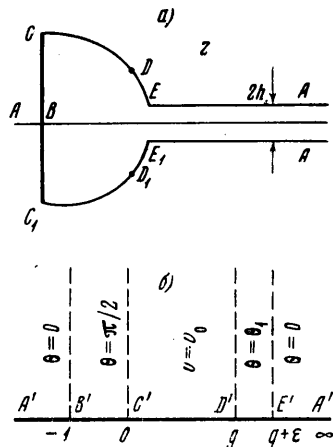
$$\frac{dw}{dz} = v_0 \frac{g\sqrt{t+1}\sqrt{t-g-1}}{[\sqrt{t(1+g)} + \sqrt{t-g}][\sqrt{t + \sqrt{(t-g)(g+1)}}]} \quad (9)$$

Формулы (9) и (6) дают решение, соответствующее кавитационной схеме Рябушинского [1].

Полагая  $\epsilon = 0$  в (7), имеем течение Жуковского — Рошко [1] с комплексной скоростью

$$\frac{dw}{dz} = v_0 \frac{\sqrt{g(t+1)}}{\sqrt{t(1+g)} + \sqrt{t-g}} \quad (10)$$

Вычисление сопротивления для некоторых значений  $\epsilon$  в интервале  $0 < \epsilon < 1$ , базирующееся на формулах (6) и (7) и выполненное при помощи интеграла Бернул-



ли [1], приводит примерно к такой же зависимости коэффициента сопротивления  $C_x$  пластинки от числа кавитации  $\lambda$ , как и расчеты по другим кавитационным схемам [1, 2].

Другой вариант обобщенной кавитационной схемы получается при замене условия (3) следующим:

$$\theta = \frac{\theta_0}{\varepsilon} (g + \varepsilon - t) \quad (11)$$

т. е. угол  $\theta$  меняется на участке  $DE$  от  $\theta_0$  до нуля. Тогда, поступая так же, как при выводе выражения (5), получаем

$$\frac{dw}{dz} = v_0 \frac{\sqrt{g(1+t)}}{\sqrt{t(1+g)} + \sqrt{t-g}} \exp \frac{2\theta_0}{\pi\varepsilon} \left[ (g + \varepsilon - t) \ln \frac{\sqrt{\varepsilon t} + \sqrt{(t-g)(g+\varepsilon)}}{g(t-g-\varepsilon)} + \sqrt{t^2 - gt} \ln \frac{\sqrt{\varepsilon} + \sqrt{g+\varepsilon}}{\sqrt{g}} \right]$$

При  $\theta_0 = 0$  отсюда получим равенство (10), соответствующее течению Жуковского — Рошко.

Если же вместо условия (11) предположить, что  $\theta = -\pi$  на  $DE$  и в точке  $E$  имеет место скачок величины  $\theta$  с  $\theta = -\pi$  до  $\theta = 0$ , то указанный путь, вероятно, приведет к выражению для  $dw/dz$ , соответствующему схеме А. В. Кузнецова [2].

Поступило 4 I 1971

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гуревич М. И. Теория струй идеальной жидкости. М., Физматгиз, 1961.
2. Кузнецов А. В. Об одной схеме кавитационного обтекания. Тр. Семинара по обратным краевым задачам, Казанск. ун-т, 1964.
3. Woods L. G. On the theory of growing cavities behind hydrofoils. М., «Наука». В кн.: «Приложения теории функций к механике сплошной среды», 1965, т. 2.
4. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного. М., Физматгиз, 1958.

УДК 532.552.529.5

#### ЗАТУХАНИЕ УДАРНЫХ ВОЛН В ДВУХФАЗНОЙ ГАЗОЖИДКОСТНОЙ СРЕДЕ

А. А. БОРИСОВ, Б. Е. ГЕЛЬФАНД, С. А. ГУБИН, С. М. КОГАРКО, О. В. КРИВЕНКО

(Москва)

Ниже приведены результаты экспериментов по исследованию затухания ударных волн в двухфазной среде, из которых следует, что дробление капель определяет длину релаксационной зоны кинематических параметров двухфазной смеси.

До сих пор при анализе релаксационных процессов в двухфазных средах основное внимание уделялось исследованию случая, когда массообмен вызван диффузией, т. е. равновесие в системе устанавливается вследствие относительно медленного переноса количества движения и энергии между фазами [1-3]. Наиболее серьезное упрощающее предположение в работах [1-3] состоит в пренебрежении процессом дробления капель жидкости в газовом потоке, создаваемым либо ударными волнами (как предполагается в [1, 2]), либо другим способом.