

УДК 535.697:534.222.2

## ДВИЖЕНИЕ ПОРШНЯ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ КАНАЛЕ С УЧЕТОМ ПРИСОЕДИНЕННОЙ МАССЫ ГАЗА

Н. И. ХВОСТОВ, Р. А. ЧЕРНЯВСКАЯ

(Москва)

Получены соотношения для расчета движения поршня с учетом изменения его массы за счет присоединенной массы газа, увлекаемого в движение поршнем. Показано, что увлекаемый поршнем газ заметно влияет на ускорение поршня и дистанцию разгона при достижении поршнем скорости, близкой к предельной.

Расчет движения поршня без учета присоединенной массы производился, например, в [1-3].

Рассмотрим длинный цилиндрический канал, разделенный на два отсека поршнем с массой  $m$ . Правый отсек заполнен газом с давлением  $p_1$  и отношением удельных теплоемкостей  $\kappa_1$ , левый — газом с давлением  $p_2$  и  $\kappa_2$ . Если  $p_2 > p_1$ , то после освобождения поршень начнет двигаться вправо по каналу. Изменение количества движения поршня за время  $d\tau$  равно импульсу сил давления и трения

$$d(mu) = [(p_2 - p_1)A - F]d\tau \quad (1)$$

Изменение количества движения газа, приведенного в движение поршнем, равно

$$d(m_2 u_2) = [(p_2 - p_1)A - F_2]d\tau \quad (2)$$

Сложив левые и правые части уравнений (1) и (2) и разделив на  $d\tau$ , получим

$$\frac{d}{d\tau}(mu + m_2 u_2) = (p_2 - p_1)A - (F + F_2)$$

$$m_2 = A\rho_1 \int_0^\tau v d\tau \quad (3)$$

где  $m_2$  — масса газа, увлеченная ударной волной за время  $\tau$ , а  $v$  — скорость ударной волны перед поршнем.

В случае совершенного газа скорость движения ударной волны  $v$  равна

$$v = \frac{\kappa_1 + 1}{4} u_2 + a_1 \left[ 1 + \left( \frac{\kappa_1 + 1}{2} \frac{u_2}{a_1} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (4)$$

Подставив, выражение (4) в уравнение (3) и произведя дифференцирование в предположении, что масса поршня постоянна, а скорость газа в каждый момент времени равна скорости поршня, получим

$$\rho_1 A v u + (m + m_2) \frac{du}{d\tau} = (p_2 - p_1)A - (F + F_2) \quad (5)$$

Величину  $m + m_2$  можно рассматривать как переменную массу поршня. Разделив левую и правую части на  $\rho_1 A a_1^2 = \kappa A \rho_1$ , получим

$$\left( M + \int_0^\tau \frac{v}{a_1} d\tau \right) \frac{dU}{d\tau} = \frac{1}{\kappa_1} \left( \frac{p_2}{p_1} - 1 \right) - \frac{v}{a_1} U - \frac{F + F_2}{A\rho_1 a_1^2} \quad (6)$$

$$\frac{m}{A\rho_1 a_1} = M, \quad \frac{u}{a_1} = U$$

С учетом равенства (4) окончательно можно записать

$$\left( M + \int_0^{\tau} \frac{v}{a} d\tau \right) \frac{dU}{d\tau} = \frac{1}{\kappa_1} \left( \frac{p_3}{p_1} - \frac{p_2}{p_1} \right) - \frac{F + F_2}{A\rho_1 a_1^2} \quad (7)$$

$$\frac{p_2}{p_1} = 1 + \frac{\kappa_1}{2} U \left[ \frac{\kappa + 1}{2} U + \sqrt{4 + \left( \frac{\kappa_1 + 1}{2} U \right)^2} \right]$$

где  $p_2/p_1$  — повышение давления в ударной волне, вызванное движением поршня со скоростью  $u = Ua_1$ .

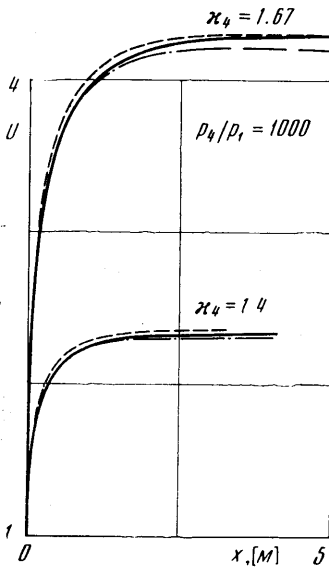
Если пренебречь трением газа и поршня о стенки канала, то начальное ускорение поршня зависит только от перепада давления на поршне и массы поршня. Конечная скорость поршня  $U_*$  также не зависит от массы поршня и газа, увлекаемого поршнем, и в случае нестационарного расширения за поршнем равна скорости ударной волны в ударной трубе с начальным отношением давлений на диафрагме  $p_4/p_1$ .

При расчетах изменение скорости поршня находилось по уравнению (7) при начальных условиях  $\tau = 0, U = 0$ , а путь, пройденный поршнем, — по уравнению

$$x = a_1 \int_0^{\tau} U d\tau$$

Влиянием сил трения поршня и газа о стенки канала пренебрегалось.

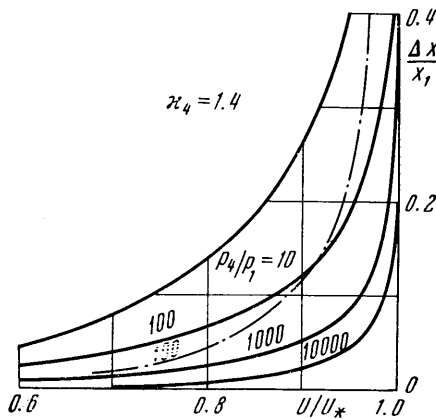
Результаты расчета безразмерной скорости  $U$  поршня в зависимости от координаты  $x$  представлены на фиг. 1 сплошной линией в случае, когда слева и справа от поршня находился газ с отношением удельных теплоемкостей  $\kappa_1 = 1.4$  (воздух — воздух) и когда газ высокого давления имел  $\kappa_4 = 1.67$  (гелий — воздух). Пунктирные линии  $x_1$  соответствуют движению поршня без учета присоединенной массы.



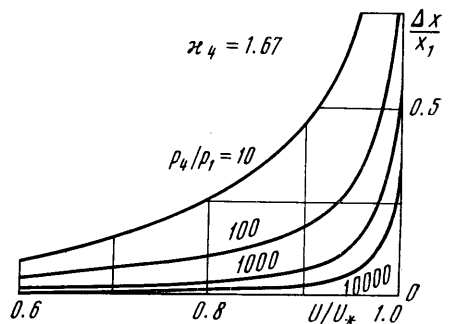
Фиг. 1

На фиг. 2, 3 показано изменение отношения  $\Delta x/x_1 = (x_2 - x_1)/x_1$  разности расстояний с учетом ( $x_2$ ) и без учета ( $x_1$ ) присоединенной массы газа к расстоянию ( $x_1$ ) в зависимости от отношения

$U/U_*$  при различных начальных давлениях  $p_4/p_1$  перед и за поршнем для систем воздух — воздух и гелий — воздух соответственно.



Фиг. 2



Фиг. 3

Влияние присоединенной массы становится существенным при достижении поршнем скорости, близкой к конечной. При этом существенно увеличивается дистанция, на которой достигается эта скорость. Влияние присоединенной массы газа увеличивается при использовании в качестве толкающего газа гелия, особенно при малых значениях  $p_4/p_1$ . Так, для достижения  $U = 0.95U_*$  при  $p_4/p_1 = 10^4$  требуется длина канала на 6% больше, а в случае  $p_4/p_1 = 10^2$  — на 30% больше, чем без учета присоединенной массы.

В литературе отсутствуют достаточно достоверные данные о величине сил трения, действующих на поршень. Качественная картина влияния сил трения приведена в работе [4].

Влияние сил трения, действующих на газ, ускоряемый поршнем, можно оценить, положив

$$F_2 = c_f \frac{\rho_2 u_2^2}{2} S, \quad S = \pi D \int_0^{\tau} (v - u) d\tau$$

где  $c_f$  — коэффициент трения,  $S$  — поверхность цилиндрического канала, заключенная между ударной волной и поршнем,  $D$  — диаметр канала.

При этом член, учитывающий влияние трения газа в уравнении (7), равен

$$\frac{F_2}{A \rho_1 a_1^2} = 2c_f \frac{\rho_2}{\rho_1} U^2 \frac{a_1}{D} \int_0^{\tau} \left( \frac{v}{a_1} - U \right) d\tau$$

Результаты расчета в случае  $c_f = 0.3 \cdot 10^{-2}$  и  $D = 0.1$  м представлены на фиг. 1, 2 штрих-пунктирной линией.

Влияние трения становится существенным, когда разность  $p_3/p_1 - p_2/p_1$  становится малой величиной. Скорость поршня достигает максимальной величины  $U_{\max} < U_*$  на конечной длине, затем начинает уменьшаться. Силы трения приводят к дополнительному увеличению длины канала, на которой достигается заданная скорость  $U$  поршня.

Поступило 3 IV 1970

#### ЛИТЕРАТУРА

1. East R. A. The performance and operation of the university southampton hypersonic gun tunnel. U.S.A.A. Rept. 1960, No. 135.
2. Эккерман Д., Моккэй В., Оулит Р., Швейгер Р., Теофанис Ж. Баллистические трассы фирмы «Авко». Сб. «Техника гиперзвуковых исследований», М., «Мир», 1964.
3. Палкин С. Н., Резников Б. И. Расчет легкогазовой пушки с легким поршнем. Сб. «Аэрофизические исследования сверхзвуковых течений», М., «Наука», 1967.
4. Пеннележен А. Исследования с помощью микроволнового интерферометра в ударных трубах со свободно движущимся поршнем. Сб. «Современная техника аэродинамических исследований при гиперзвуковых скоростях», М., «Машиностроение», 1965.