

для пульсаций скорости $s(\omega) = S(\omega) / S_{\max}(\omega)$. Точки 1—4 соответствуют значениям числа Рейнольдса 2620, 3300, 5250 и 6200. На фиг. 2 изображена та же величина при $Re = 7400-9000$.

Приведенные на фигурах спектры получили при анализе пульсаций скорости, измеренных при помощи термоанемометра, на инфразвуковом спектроанализаторе СИЧ (частоты от 16 до 127 $гц$) и звуковом спектроанализаторе СЗЧ (частоты от 50 до 320 $гц$). Кривые функций спектральной плотности в указанных диапазонах чисел Рейнольдса имеют хорошо выраженный максимум на частоте, совпадающей с частотой акустического резонанса трубы ($\omega_0 \sim 24$ $гц$). Помимо основного максимума на спектрах, полученных при числах Re от 2600 до 6200, намечается второй максимум на частотах между 40 и 50 $гц$. С увеличением числа Рейнольдса (фиг. 2) второй максимум становится более четким и частота его в пределах точности измерений совпадает с частотой, кратной ω_0 (48 $гц$).

На спектральных кривых фиг. 1 и фиг. 2 наблюдается участок частот, для которых выполняется закон $-\frac{5}{3}$ А. Н. Колмогорова. Диапазон частот инерционного интервала спектра растет с увеличением числа Рейнольдса, и в спектре турбулентных пульсаций появляются все более высокие частоты. Для числа $Re = 2600$ участок локальной изотропии практически не наблюдается.

Таким образом, частота, которая соответствует вихрям, несущим максимум энергии в развитых турбулентных плоских и осесимметричных потоках воздуха в трубах кругового и прямоугольного сечений, совпадает с частотой акустического резонанса этих систем. По-видимому, возмущения, возникающие в зоне генерации турбулентной энергии в пристеночном слое еще в ламинарном режиме, и колебания скорости, развивающиеся в основном ядре потока при достаточно больших числах Рейнольдса, избирательно усиливаются на резонансной частоте системы.

Из полученных экспериментальных данных следует, что устойчивость потока не одинакова для возмущений различных частот и может иметь минимумы на характерных для потока частотах.

Поступило 18 I 1971

ЛИТЕРАТУРА

1. Орлов А. С., Сперанская А. А. О спектральных функциях пульсаций скорости воздушного потока в трубе круглого сечения при различных числах Рейнольдса. Изв. СО АН СССР, 1969, № 13, вып. 3.
2. Алексеев В. В., Сперанская А. А. О возникновении турбулентного движения. Докл. АН СССР, 1969, т. 188, № 3.

УДК 532.546

ОДНОМЕРНЫЕ ЗАДАЧИ О ВЫТЕСНЕНИИ ГАЗА ВОДОЙ БЕЗ УЧЕТА КАПИЛЛЯРНЫХ СИЛ

Г. А. ОСИПОВА, Г. В. РАССОХИН, Г. П. ЦЫБУЛЬСКИЙ

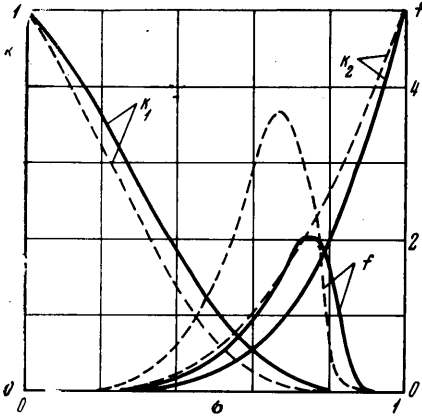
(Краснодар)

Рассмотрена задача о непоршневом вытеснении газа водой в пористой среде при плоскопараллельном и плоскорadiaльном притоке. Полученные выводы об изменении насыщенности по длине переходной зоны сравниваются с известным решением Бакли — Леверетта.

Задачам о вытеснении газа водой в различных постановках посвящено несколько работ.

Так, в [1] рассмотрена одномерная линейная задача о перемещении контура газоносности в полубесконечном пласте в предположении, что вытеснение газа водой

поршневое, а вязкость газа исчезающе мала (постановка Л. С. Лейбензона). В [2] приведены решения одномерных линейной и плоскорадиальной задач о поршневом вытеснении водой газа, имеющего конечную вязкость.



Фиг. 1

задаче для несжимаемых жидкостей. В результате задача оказалась сформулированной неверно, а ее численное решение дало неоправданно низкие значения насыщенных как на скачке, так и во всей области двухфазной фильтрации. В работе [3] задача о непоршневом вытеснении газа водой рассматривалась в предположении, что газ несжимаем [3].

В данной работе рассматриваются одномерные задачи о непоршневом вытеснении газа водой в постановке, отличающейся от [4] обоснованием возможности возникновения скачков насыщенности, а также составом дополнительных условий на входе в пласт и на скачках.

1. Сделаем некоторые предположения, характерные для многих задач подземной гидрогазодинамики: капиллярные и гравитационные силы отсутствуют, сжимаемости пористой среды и воды пренебрежимо малы по сравнению со сжимаемостью газа, газ и вода взаимно нерастворимы, вязкость воды μ_1 и вязкость газа μ_2 постоянны, плотность газа подчиняется закону $\gamma_2 = c\rho$ ($c = \text{const}$), фильтрация воды и газа подчиняется обобщенному закону Дарси

$$v_1 = -k \frac{k_1(\sigma)}{\mu_1} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad v_2 = -k \frac{k_2(\sigma)}{\mu_2} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (1.1)$$

Тогда распределения давления и насыщенностей фаз будут описываться системой нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных

$$\begin{aligned} \frac{1}{x^s} \frac{\partial}{\partial x} \left[x^s k_1(\sigma) \frac{\partial p}{\partial x} \right] &= \frac{m\mu_1}{k} \frac{\partial \sigma}{\partial t} \\ \frac{1}{x^s} \frac{\partial}{\partial x} \left[x^s p k_2(\sigma) \frac{\partial p}{\partial x} \right] &= \frac{m\mu_2}{k} \frac{\partial}{\partial t} [p(1 - \sigma)] \end{aligned} \quad (1.2)$$

$$(x_0 \leq x \leq L, \quad t \geq t_0)$$

Здесь v_1, v_2 — скорости фильтрации воды и газа, p — давление, σ — насыщенность порового пространства водой, k — абсолютная проницаемость пористой среды, $k_1(\sigma), k_2(\sigma)$ — относительные фазовые проницаемости воды и газа, m — пористость, x — линейная координата, t — время, $s = 0, 1, 2$ соответственно для линейного, плоскорадиального и сферического потоков.

2. Представим (1.2) в виде системы квазилинейных уравнений в частных производных первого порядка

$$k_1(\sigma) \frac{\partial u}{\partial x} + k_1'(\sigma) u \frac{\partial \sigma}{\partial x} - \frac{m\mu_1}{k} \frac{\partial \sigma}{\partial t} = -\frac{s}{x} k_1(\sigma) u$$

$$pk_2(\sigma)\frac{\partial u}{\partial x} + pk_2'(\sigma)u\frac{\partial \sigma}{\partial x} - \frac{m\mu_2}{k}(1-\sigma)\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{m\mu_2 p}{k}\frac{\partial \sigma}{\partial t} = -k_2(\sigma)u^2 - \frac{s}{x}puk_2(\sigma) \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = u$$

Дополним ее условиями полосы

$$du = \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial t} dt, \quad dp = \frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial t} dt, \quad d\sigma = \frac{\partial \sigma}{\partial x} dx + \frac{\partial \sigma}{\partial t} dt \quad (2.2)$$

В результате имеем систему шести уравнений для шести искомых частных производных функций u , p и σ по x и t .

Приравнявая нулю определитель системы (2.1), (2.2), получаем

$$(dt)^2 [mk^{-1}dx(k_1\mu_2 + k_2\mu_1) - dtu(k_1k_2' - k_2k_1')] = 0 \quad (2.3)$$

Это уравнение определяет два семейства характеристик

$$(dt)^2 = 0, \quad \frac{dx}{dt} = \frac{ku k_1 k_2' - k_2 k_1'}{m k_1 \mu_2 + k_2 \mu_1} \quad (2.4)$$

Примем функциональные зависимости $k_1(\sigma)$ и $k_2(\sigma)$ в виде

$$k_1(\sigma) = (\sigma - 0.2)^a (0.8)^{-a} \quad (0.2 \leq \sigma \leq 1), \quad k_1(\sigma) = 0 \quad (0 \leq \sigma \leq 0.2) \quad (2.5)$$

$$k_2(\sigma) = (0.9 - \sigma)^b (0.9)^{-b} (1 + 3\sigma) \quad (0 \leq \sigma \leq 0.9), \quad k_2(\sigma) = 0 \quad (0.9 \leq \sigma \leq 1)$$

Графики функций $k_1(\sigma)$, $k_2(\sigma)$, а также функции

$$f = -(k_1 k_2' - k_2 k_1') (k_1 \mu_1 + k_2)^{-1}, \quad \mu = \mu_2 \mu_1^{-1} \quad (2.6)$$

приведены на фиг. 1 для значений $a = 3.5$, $b = 3$ (сплошные линии) и $a = 2.5$, $b = 3.5$ (пунктирные линии) при $\mu = 0.01$.

Для $0.2 < \sigma < 0.9$ имеем $f > 0$. Следовательно, при $u < 0$, когда течение направлено в сторону возрастания координаты x , характеристики (2.4) будут иметь положительный наклон (фиг. 2).

Согласно [6] для постановки конкретной краевой задачи для системы (1.2) нужно задать пять краевых условий, в том числе два условия на линии $t = t_0$ (начальные условия), два условия на границе $x = x_0$ и одно условие при $x = L$, например

$$p = p_0(x), \quad \sigma = \sigma_0(x), \quad t = t_0 \quad (2.7)$$

$$p = p^0(t), \quad \sigma = \sigma^0(t), \quad x = x_0 \quad (2.8)$$

$$p = p_L(t), \quad x = L \quad (2.9)$$

Величина $\sigma^0(t)$ зависит от состава закачиваемого агента (чистая вода или газ-водная смесь). При закачке чистой воды из условия неподвижности газа в сечении $x = x_0$ следует задавать $\sigma^0(t) = \sigma^* = \text{const}$, где $\sigma^* = 1 - \sigma_{20}$ (σ_{20} — остаточная газонасыщенность). В соответствии с (2.6)

$$\sigma^* = 0.9 \quad (2.10)$$

В дальнейшем ограничимся только этим случаем.

3. Рассматриваемая задача имеет характерную особенность. Действительно, как видно из фиг. 1 и фиг. 2, при выбранных в виде (2.5) функциях $k_1(\sigma)$ и $k_2(\sigma)$ величина $f(\sigma)$, а следовательно и наклон характеристик (2.4), изменяются немонотонно. Вследствие этого характеристики, выходящие из точек с различными насыщенностями, могут пересечься аналогично тому, как это имеет место при вытеснении несжимаемых жидкостей [7]. И хотя вдоль характеристик насыщенности не остаются постоянными, их пересечение может привести к неоднозначности решения.

Приведенные соображения дают основание предполагать, что при вытеснении газа водой могут возникать скачки насыщенности.

На скачках должны выполняться определенные соотношения, связывающие между собой закон перемещения скачка $l(t)$ и предельные значения давления, градиентов давления и насыщенности по обе стороны от скачка. Воспользуемся при этом выражением для скорости перемещения точки с постоянной насыщенностью

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)_\sigma = -\frac{\partial\sigma}{\partial t} \left(\frac{\partial\sigma}{\partial x}\right)^{-1}$$

Тогда распределение насыщенности можно представить через траектории

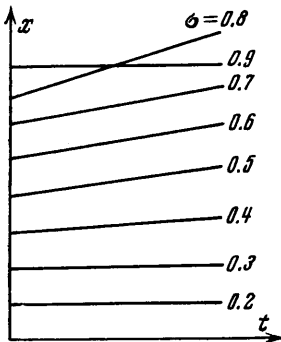
$$x(\sigma, t) = x_0(\sigma) + \int_{t_0}^t \left(\frac{dx}{dt}\right)_\sigma dt$$

где $x_0(\sigma)$ — функция, обратная $\sigma_0(x)$ из (2.7).

Следуя [8], возникновение скачка отнесем к точке, для которой равно

$$x_0'(\sigma) + \frac{\partial}{\partial\sigma} \int_{t_0}^{t_c} \left(\frac{dx}{dt}\right)_\sigma dt = 0, \quad \frac{\partial\sigma}{\partial x} = \infty \quad (3.1)$$

Фиг. 2



будет выполняться при наименьшем t_c .

При численном решении задач величины σ_c и t_c можно определить также приближенно, если уловить момент пересечения характеристик. С этой целью в каждый момент времени $t = t_i$ строятся отрезки характеристик

$$x(\sigma, t_i + \Delta t) = x(\sigma, t_i) + \left(\frac{dx}{dt}\right)_x \Delta t$$

Здесь $x(\sigma, t_i)$ — фактическое распределение насыщенности при $t = t_i$; $(dx/dt)_x$ определяется по (2.4); величина Δt должна быть достаточно малой, так как вдоль характеристик $\sigma \neq \text{const}$.

В случае образования скачка при некотором $\sigma = \sigma_c$ будем иметь

$$x_{\sigma'}(\sigma, t_i + \Delta t) = x_{\sigma'}(\sigma, t_i) + \frac{\partial}{\partial\sigma} \left(\frac{dx}{dt}\right)_x \Delta t = 0$$

При $t > t_c$ на скачке $x = l(t)$ должны выполняться условия: непрерывности давления

$$p_+(l) = p_-(l) \quad (3.2)$$

непрерывности потока

$$\left[\left(\frac{k_1}{\mu_1} + \frac{k_2}{\mu_2} \right) \frac{\partial p}{\partial x} \right]_+ = \left[\left(\frac{k_1}{\mu_1} + \frac{k_2}{\mu_2} \right) \frac{\partial p}{\partial x} \right]_- \quad (3.3)$$

баланса по воде

$$m(\sigma_- - \sigma_+) \frac{dl}{dt} = -k \left[\left(\frac{k_1}{\mu_1} \frac{\partial p}{\partial x} \right)_- - \left(\frac{k_1}{\mu_1} \frac{\partial p}{\partial x} \right)_+ \right] \quad (3.4)$$

пересечения траекторий $x(\sigma_-, t)$, $x(\sigma_+, t)$ и $l(t)$

$$\frac{x(\sigma_-, t_c) - x(\sigma_c, t_c)}{x(\sigma_+, t_c) - x(\sigma_c, t_c)} = \left\{ \int_{t_c}^t \left[\frac{dl}{dt} - \left(\frac{dx}{dt}\right)_{\sigma_-} \right] dt \right\} : \left\{ \int_{t_c}^t \left[\frac{dl}{dt} - \left(\frac{dx}{dt}\right)_{\sigma_+} \right] dt \right\} \quad (3.5)$$

В (3.2)–(3.5) индексы плюс и минус соответствуют предельным значениям величин по обе стороны скачка.

4. Рассмотрим частную задачу при $s = 0$ (линейный поток) с начальными и граничными условиями

$$\begin{aligned} p &= p_0 = \text{const}, & \sigma &= \sigma_0 = \text{const}, & t &= t_0 \\ p &= p^0 = \text{const}, & \sigma &= \sigma^* = \text{const}, & x &= x_0 \\ p &= p_L = \text{const}, & & & x &= L \end{aligned}$$

Положим $t_0 = 0$, $x_0 = 0$, $L = \infty$, $p_L = p_0$ и введем безразмерные величины

$$P = pp_0^{-1}, \quad P^0 = p^0 p_0^{-1}, \quad \xi = x(m\mu_1)^{1/2}(kp_0 t)^{-1/2}$$

При этом задача оказывается автомодельной [9, 10] и сводится к решению системы обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\xi} \left(k_1 \frac{dP}{d\xi} \right) + \frac{\xi}{2} \frac{d\sigma}{d\xi} &= 0 \\ \frac{d}{d\xi} \left(P k_2 \frac{dP}{d\xi} \right) + \frac{\mu \xi}{2} \frac{d}{d\xi} [P(1 - \sigma)] &= 0 \end{aligned} \quad (4.1)$$

с граничными условиями

$$P = P^0, \quad \sigma = \sigma^*, \quad \xi = 0 \quad (4.2)$$

$$P = 1, \quad \xi = \infty \quad (4.3)$$

$$\sigma = \sigma_0, \quad \xi = \infty \quad (4.4)$$

Заменим (4.1) эквивалентной системой первого порядка

$$\begin{aligned} \frac{dP}{d\xi} &= U \\ \frac{dU}{d\xi} &= -\frac{U}{P} \frac{k_2 k_1' U^2 + 1/2 \xi [k_2 U + k_1' U \mu (1 - \sigma) + 1/2 \mu (1 - \sigma) \xi]}{U(k_2 k_1' - k_1 k_2') + 1/2 \xi (\mu k_1 + k_2)} \\ \frac{d\sigma}{d\xi} &= k_1 \frac{k_2 U^2 + \mu (1 - \sigma) 1/2 \xi U}{U(k_2 k_1' - k_1 k_2') + 1/2 \xi (\mu k_1 + k_2)} \end{aligned} \quad (4.5)$$

Для трех уравнений первого порядка имеем четыре независимых краевых условия (4.2) — (4.4), т. е. задача оказывается переопределенной. Подобная ситуация имеет место и в задаче вытеснения капально-сжимаемых жидкостей [11].

Переопределенность задачи может служить дополнительным основанием для введения скачка насыщенности.

Учитывая автомодельный характер задачи, следует положить $t_c = 0$. Условия на скачке (3.2) — (3.4) соответственно примут вид

$$P_+(\alpha) = P_-(\alpha), \quad \alpha = l(m\mu_1)^{1/2}(kp_0 t)^{-1/2} \quad (4.6)$$

$$[(\mu k_1 + k_2)U]_+ = [(\mu k_1 + k_2)U]_- \quad (4.7)$$

$$1/2 \alpha (\sigma_- - \sigma_+) = (k_1 U)_- - (k_1 U)_+ \quad (4.8)$$

где α — автомодельная координата скачка.

Условие (3.5) в автомодельной задаче вырождается и заменяется условием (4.4).

5. Наибольший практический интерес представляет собой случай вытеснения газа из пласта с остаточной водой. При этом из условия неподвижности остаточной воды впереди фронта вытеснения следует, что $\sigma_+ = \sigma_0$. Всю область течения можно разделить на две зоны. В первой из них ($0 \leq \xi < \alpha$) течение описывается системой уравнений (4.1) и граничными условиями (4.2). Во второй зоне движется только газ, и система (4.1) вырождается в одно уравнение

$$\frac{d}{d\xi} \left(P \frac{dP}{d\xi} \right) + \frac{\mu(1 - \sigma_0)\xi}{2k_2(\sigma_0)} \frac{dP}{d\xi} = 0 \quad (5.1)$$

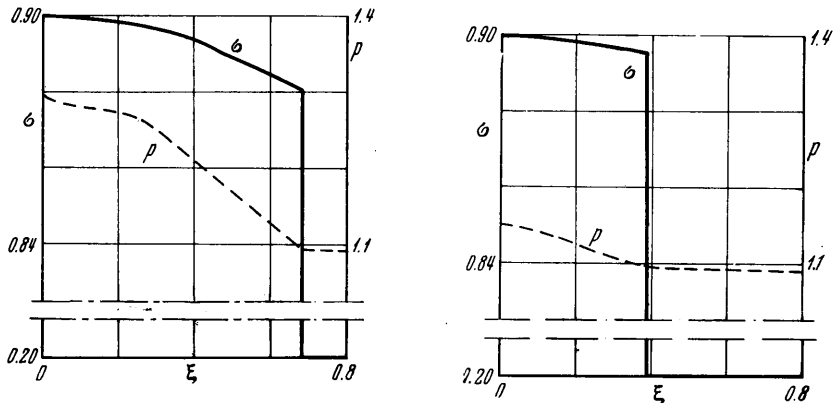
для функции $P(\xi)$, которая должна удовлетворять условию (4.3).

На границе между зонами $\xi = \alpha$ должны по-прежнему выполняться условия сопряжения (4.6), (4.7) и (4.8), причем два последних несколько упрощаются

$$k_2(\sigma_0)U_+ = [(\mu k_1 + k_2)U]_- \quad (5.2)$$

$$1/2 \alpha (\sigma_- - \sigma_0) = (k_1 U)_- \quad (5.3)$$

6. Анализ приведенных уравнений, граничных условий и условий сопряжения показывает, что параметрами автомодельных задач будут P^0 , μ , σ_0 и показатели степеней a и b в (2.5).



Фиг. 3, а, б

Система (4.5) и уравнение (5.1) решались на ЭЦВМ «Минск-22» численным методом Рунге — Кутты с автоматическим делением шага интегрирования. Предварительно было исследовано поведение интегральных кривых уравнения (5.1). Оказалось, что при $\xi \geq M$, где M — достаточно большое, но конечное число, $P(\xi) \approx \text{const}$, $U \approx 0$. Поэтому при интегрировании уравнения (5.1) полубесконечный интервал $\alpha < \xi < \infty$ заменяется конечным $\alpha < \xi \leq M$ с соблюдением условий

$$|P(\xi) - 1| < 10^{-7}, \quad |U(\xi)| < 10^{-7} \quad (\xi \geq M)$$

На фиг. 3, а представлены кривые $P(\xi)$ и $\sigma(\xi)$, полученные численным решением задачи, описанной в п. 5, для $\sigma_0 = 0.2$, $a = 3.5$, $b = 3$, $P^0 = 1.29$, $\mu = 0.4$ и на фиг. 3, б — для $\sigma_0 = 0.2$, $a = 2.5$, $b = 3.5$, $P^0 = 1.15$, $\mu = 0.1$.

По результатам расчетов для $a = 3.5$, $b = 3$ при различных значениях P^0 и μ построены фиг. 4 и фиг. 5. На фиг. 4 в графической форме даны зависимости $\sigma_-(P^0)$ (сплошные линии), $P_\alpha(P^0)$ (пунктирные линии) и $\alpha(P^0)$ (штрих-пунктирные линии) для $\mu = 0.01, 0.04, 0.1$. На фиг. 5 представлены зависимости $\sigma_-(\mu)$ (сплошные линии), $P_\alpha(\mu)$ (пунктирные линии) и $\alpha(\mu)$ (штрих-пунктирные линии) при двух значениях P^0 . Для $a = 2.5$ и $b = 3.5$ аналогичные зависимости имеют качественно тот же вид.

Представляет интерес сравнение полученных кривых распределения насыщенности с кривыми, которые получают, если считать газ несжимаемым. Последние, как нетрудно показать [12], удовлетворяют соотношениям

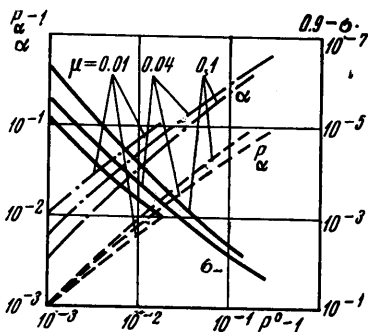
$$\xi = -2k_1(\sigma^*)U(0)\mu \frac{k_1'k_2 - k_2'k_1}{(\mu k_1 + k_2)^2} \quad (0 \leq \xi \leq \alpha_1)$$

$$2k_1(\sigma^*)U(0) + \int_0^{\alpha_1} (\sigma - \sigma_0) d\xi = 0$$

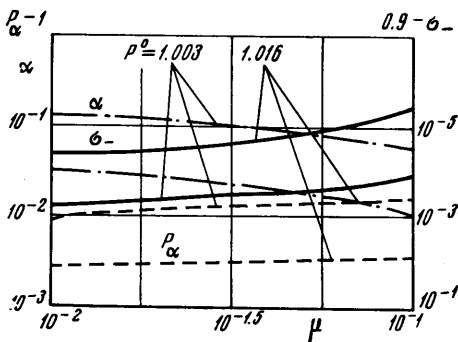
и изображены на фиг. 6 ($a = 2.5$, $b = 3.5$, $\mu = 0.1$; сплошные линии для сжимаемого газа, пунктирные для несжимаемого; $U_0 = -0.00181629$ для кривых 1 и 2, $U_0 = -0.1832745$ для кривых 3 и 4).

Анализ полученных результатов позволяет сделать следующие выводы:

- 1) распределение насыщенности воды при вытеснении газа из пласта с неподвижной остаточной водой имеет скачкообразный характер;
- 2) величины насыщенности на скачке и скорости перемещения скачка зависят от отношения вязкостей газа и воды, а также от перепада между давлением нагнетания и начальным пластовым давлением (репрессии);
- 3) при прочих равных условиях увеличение репрессии приводит к уменьшению насыщенности воды на скачке и увеличению скорости его перемещения. Увеличение вязкости газа и воды оказывает на эти параметры обратное влияние;
- 4) предположение о несжимаемости газа дает существенно заниженные значения насыщенности воды на скачке и завышенные скорости перемещения скачка;
- 5) для приближенных расчетов более обоснованным является предположение о постоянстве насыщенности в переходной зоне.

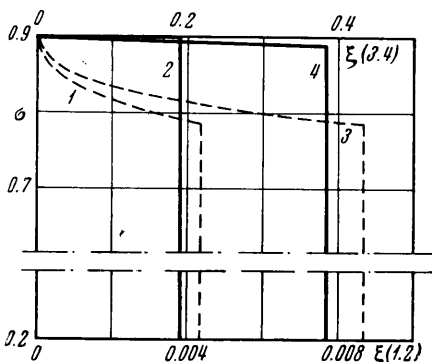


Фиг. 4

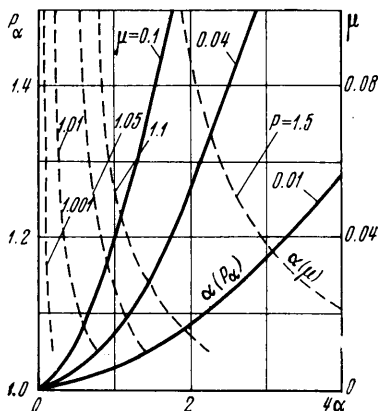


Фиг. 5

Решение аналогичной задачи в автомодельной постановке для случая $s = 1$ (плоскорadiaльный поток) вызывает большие затруднения из-за наличия особенности при $x = 0$. Дадим приближенное решение, используя сделанные качественные выводы. Будем считать, что в зоне смеси насыщенность остается постоянной. При



Фиг. 6



Фиг. 7

этом постоянным будет и суммарный поток жидкости q . Задача сводится к решению системы уравнений

$$\xi \frac{dP}{d\xi} = q \quad (0 < \xi < \alpha)$$

$$\frac{1}{\xi} \frac{d}{d\xi} \left(P \frac{dP}{d\xi} \right) + \frac{\mu(1 - \sigma_0)\xi}{2k_2(\sigma_0)} \frac{dP}{d\xi} = 0 \quad (\alpha < \xi < \infty)$$

при дополнительных условиях (4.3), (4.4), (5.2), (5.3).

Результаты расчетов представлены на фиг. 7, где сплошными линиями изображены зависимости $\alpha(P_\alpha)$, пунктирными — зависимости $\alpha(\mu)$.

Поступило 10 VIII 1970

ЛИТЕРАТУРА

1. В е р и г и н Н. Н. О перемещении контура газоносности при эксплуатации месторождений природных газов. Изв. АН СССР, ОТН, 1958, № 3.
2. М и р з а д ж а н з а д е А. Х., М у с т а ф а е в В. В. О вытеснении газа водой в пористой среде. Изв. АН СССР, ОТН, 1958, № 11.
3. Д и я р о в Д. О., И в а н о в В. А. К задаче о нестационарной фильтрации двухфазной жидкости в пористой среде при упругом режиме. Изв. АН СССР, Механика и машиностроение, 1963, № 6.
4. С т к л я н и н Ю. И., Т о м е л ь г а с В. А. О движении скачков насыщенности при фильтрации двухкомпонентных сжимаемых жидкостей. Изв. АН СССР, МЖГ, 1966, № 4.

5. Welge H. J. A Simplified method for computing oil recovery by gas or water drive. *Petroleum Trans.*, AIME, 1952, vol. 195.
6. Lee E. H., Fayers F. J. The use of method of characteristics in determining boundary conditions for problems in reservoir analysis. *Petroleum Trans.*, AIME, 1959, vol. 216.
7. Sheldon J. W., Cardwell W. T. Jr. One — Dimensional Incompressible, Noncapillary, Two — Phase Fluid Flow in a Porous Media. *Petroleum Trans.*, AIME, 1959, vol. 216.
8. Cardwell W. T. Jr. The meaning of the triple value in noncapillary Buckley — Leverett theory. *Petroleum Trans.*, AIME, 1959, vol. 216.
9. Баренблатт Г. И. О некоторых неустановившихся движениях жидкости и газа в пористой среде. *ПММ*, 1952, т. 16, вып. 1.
10. Розенберг М. Д. Об одной нелинейной системе дифференциальных уравнений в частных производных, имеющей приложение в теории фильтрации. *Докл. АН СССР*, 1953, т. 39, № 2.
11. Марон В. И., Рохлин И. М., Филинов М. В. Задача Бакли — Ливеретта для сжимаемой жидкости. III Всес. съезд по теор. и прикл. механ. (Аннот. докл.), М., 1968.
12. Чарный И. А. Подземная гидрогазодинамика. М., Гостехиздат, 1963.

УДК 531/534.061.3

ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МЕХАНИКИ АН СССР СЕМИНАРЫ¹

Общий семинар Института проблем механики АН СССР под руководством А. Ю. Ишлинского

Семьдесят третье заседание 1 X 1970. **Л. В. Альшулер** (Москва). *Сильные ударные волны в упруго-пластических и разрушающихся телах**.

Семьдесят четвертое заседание 15 X 1970. **В. А. Романов** (Москва). *Устойчивость плоского течения Куэтта*.

Результаты исследований устойчивости ламинарного течения Куэтта вязкой жидкости между двумя параллельными плоскостями изображаются на плоскости R, α , где R — число Рейнольдса (абсцисса), α — волновое число по отношению к продольной координате (ордината). Раньше было доказано последовательно разными авторами, что устойчивость имеет место: 1) для области над кривой $R \sim \alpha^2$, 2) области под кривой $\alpha R \approx c_1$, 3) над кривой $\alpha R = c_2 > c_1$, 4) внутри некоторой кривой типа параболы с осью, параллельной оси абсцисс, и вершиной, лежащей правее точек пересечения кривой 1) с кривыми 2) и 3). Преобразование уравнения для собственных значений на основе анализа расположения корней в комплексной плоскости одной из определяющих его вид функций удалось показать оценками правой и левой частей уравнения, что устойчивость имеет место под кривой $\alpha R = c_1'$ и над кривой $\alpha R = c_2'$, причем $c_2' = c_1'$, т. е. во всей плоскости αR . Таким образом, доказано, что течение Куэтта полностью устойчиво по отношению к малым возмущениям.

Семьдесят пятое заседание 29 X 1970. **Б. В. Дерягин** (Москва). *Новые данные о сверхплотной воде*.

В докладе приведены некоторые сведения о физических свойствах сверхплотной воды.

Семьдесят шестое заседание 12 XI 1970. **В. П. Мясников, П. П. Мосолов** (Москва). *Вариационные методы в теории течения жестко-вязко-пластических сред**.

Семьдесят седьмое заседание 26 XI 1970. **В. В. Крементуло** (Москва). *Стабилизация стационарного движения твердого тела при помощи управляемых вращающихся масс**.

Семьдесят восьмое заседание 10 XII 1970. **Ю. А. Буевич** (Москва). *О статической гидромеханике дисперсных систем*.

¹ Подробности о содержании семинаров, отмеченных звездочкой, см. Изв. АН СССР, МТТ, 1971, № 4.