

УДК 532.5.52.525.3

ДЕФОРМАЦИЯ СТРУЙ И КАПЕЛЬ ЖИДКОСТИ В СНОСЯЩЕМ ГАЗОВОМ ПОТОКЕ

Б. Е. ГЕЛЬФАНД, С. А. ГУБИН, С. М. КОГАРКО

(Москва)

Рассматривается процесс деформации капель и струй жидкости в широком диапазоне параметров двухфазного течения и определяется форма струи, проникающей в газовый поток, направленный под углом к вектору скорости частиц струи.

Вопрос проникновения струй жидкости в сносящий газовый поток изучался теоретически и экспериментально [1-9]. В экспериментах в основном определялись параметры, от которых зависят размеры струи после ее выхода из впрыскивающего отверстия.

Для теоретического описания формы струи в сносящем потоке газа предложен ряд моделей [1, 4, 6, 8], проанализированных в работе [1]. Из анализа следует, что имеющиеся модели лишь частично отражают картину разрушения струй жидкости, а пренебрежение процессом деформации, как, например, в работе [8], приводит к неправильному представлению о поперечных размерах (ширине) распыливающейся струи жидкости.

В работе [1] высказано предположение, что использование известных закономерностей разрушения капель жидкости может быть полезно для описания формы распыляющейся жидкой струи: для этого достаточно совместить траекторию капли, впрыскиваемой в газовый поток, с осью струи. К такому заключению легко прийти, если обратить внимание на сходство поведения капель и струй жидкости в потоке газа. В частности, фоторегистрации процессов разрушения капель и струй, приводимых в работах [7, 10, 11], имеют много общих деталей. Значения критериев, определяющих начало разрушения капель и струй жидкости в газовом потоке, практически совпадают [12]. В работе [9] обращено внимание на сходство явлений разрушения струй в дозвуковых и сверхзвуковых потоках, что также отмечено и для капель [10, 13].

Первая попытка использовать закономерности разрушения капель для описания формы струи сделана в работе [4]. Однако предложенная модель трудна для интерпретации и не вскрывает сущности процессов, развивающихся при разрушении капель. Основные трудности при решении задачи о форме струи связаны с отсутствием простой модели деформации капель в газовом потоке. Недавно такая модель предложена в работе [14] для описания закономерностей дробления капель при гетерогенной детонации.

1. Деформация капель в газовом потоке. Основная часть экспериментальных данных о поведении капель в газовом потоке получена для потоков за ударными волнами, поэтому и разрабатываемая модель деформации капель относится к такому же случаю.

Пусть поток газа за ударным фронтом набегает на каплю жидкости. Движение капли опишем в координатах, связанных с передним фронтом, положение которого в пространстве определено при одномерном течении значением $x = 0$ и соответствует моменту времени $t = 0$. Газ перед фронтом волны имеет давление p_0 , плотность ρ_0 , скорость u_0 , а капля жидкости — плотность d , радиус r_0 , объем V , скорость w_0 (в принятых координатах $u_0 = w_0$). Все параметры за ударным фронтом обозначаются теми же буквами без индексов.

Как и в работе [14], приняты следующие предположения о деформации капель:

1) капля деформируется в эллипсоид вращения с малой осью, параллельной вектору скорости газового потока [10, 13];

2) критическая стадия деформации наступает, когда длина большой полуоси эллипсоида $a = 3r_0$ [10, 13];

3) до момента достижения критической стадии уменьшение массы капель происходит за счет срыва поверхностного слоя жидкости [10, 13].

Для решения задачи примем связь скорости ударной волны D со скоростью газа за волной u в квазиакустическом приближении как

$$D = c_0 + 0.5(\gamma + 1)u$$

Здесь c_0 — скорость звука в невозмущенной среде, γ — отношение удельных теплоемкостей.

Из уравнения неразрывности имеем следующее соотношение для расчета плотности газа

$$\rho = 0.5(\gamma + 1)u_0\rho_0(u_0 - c_0)^{-1}$$

Уравнение движения деформирующейся капли имеет вид

$$\frac{dw}{dt} = \frac{0.5\pi c \rho a^2}{Vd}(u - w)^2$$

Здесь $c = 0.27R^{0.21}$ — коэффициент сопротивления, $R = 2a(w - u)\nu^{-1}$ — число Рейнольдса, ν — кинематическая вязкость газа.

Выражение для скорости убывания массы капли имеет вид

$$\frac{d(Vd)}{dt} = -4\pi \left(\frac{\nu}{\nu_f}\right)^{0.16} \left(\frac{\rho}{d}\right)^{0.33} d\nu_f^{0.5}(w - u)^{0.5} a^{1.5}$$

Здесь ν_f — кинематическая вязкость жидкости. В ударных волнах, где для чисел Вебера W выполнено условие

$$W = 2r_0\rho(w - u)^2\psi^{-1} > 10$$

силы поверхностного натяжения ψ малы по сравнению с динамическим напором газа. Поэтому уравнение деформации капель, следуя Гордону [15], можно записать как

$$\frac{d^2s}{dt^2} = \frac{0.5\pi a^2\rho}{Vd}(w - u)^2$$

Здесь s — перемещение поверхности капли в направлении газового потока.

Для расчета деформации рассмотрим две модели:

1⁰ — Обе стенки капли смещаются на расстояние s относительно миделева сечения капли;

2⁰ — только наветренная сторона капли смещается на расстояние s , а подветренная задняя поверхность неподвижна.

Текущее значение длины малой полуоси эллипсоида будет $b = r_0 - s$ для первой модели и $b = r_0 - 0.5s$ для второй. Размеры малой полуоси связаны с длиной большой полуоси a через объем капли $V = 1.33\pi b a^2$.

Обозначим параметры газа на фронте волны индексом 1 и введем следующие безразмерные переменные:

$$w^* = ww_0^{-1}, u^* = uu_0^{-1}, s^* = sr_0^{-1}, \rho^* = \rho\rho_1^{-1}, V^* = VV_0^{-1}, t^* = t\tau^{-1}$$

где $\tau = 2r_0d^{0.5}(\rho_1u_1^2)^{-0.5}$

$$\rho_1 = \rho_0(\gamma + 1)M^2[(\gamma - 1)M^2 + 2]^{-1}, \quad M = Dc_0^{-1}$$

и приведем полученные уравнения к виду

$$\begin{aligned} \rho^* &= A_0 u^* M (M - 1)^{-1} \\ \frac{dw^*}{dt^*} &= \frac{\rho^* (w^* - u^*)^{2.21} V^{*0.1}}{(1 - As^*)^{1.1}} \\ \frac{dV^*}{dt^*} &= -A_2 \frac{(w^* - u^*)^{0.5} \rho^{*0.33}}{(1 - As^*)^{1.5}} \\ \frac{ds^*}{dt^*} &= A_4 \eta^*, \quad \frac{d\eta^*}{dt^*} = A_3 \frac{\rho^* (w^* - u^*)^2}{1 - As^*} \quad \left(\frac{ds}{dt} = \eta, \quad \eta^* = \frac{\eta}{w_0} \right) \end{aligned}$$

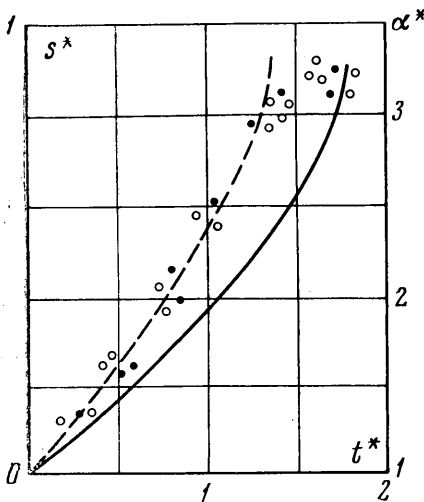
Постоянная $A = 1$ и 0.5 соответственно для первой и второй модели.

Величины остальных коэффициентов в уравнениях определяются из равенств

$$\begin{aligned} A_0 &= 0.5(\gamma + 1)\rho_0\rho_1^{-1}, \quad A_1 = 0.2(d\rho_1^{-1})^{0.5}R_0^{0.21} \\ A_2 &= 6(\nu_1\nu^{-1})^{0.33}(d\rho_1^{-1})^{0.33}(2R_0)^{-0.5} \\ A_3 &= 0.75(d\rho_1^{-1})^{0.5}, \quad A_4 = 2(d\rho_1^{-1})^{0.5}, \quad R_0 = 2r_0w_0\nu^{-1} \end{aligned}$$

Полученная система уравнений решена численно на ЭЦВМ «Мир — 1». Расчет выполнен для ударных волн с числами Маха 1.2, 1.3, 1.5, взаимодействующих в воздухе с каплей керосина диаметром $2r_0 = 1$ мм и каплей воды диаметром $2r_0 = 2.7$ мм.

Результаты расчетов деформации каплей для указанных значений чисел Маха представлены на фиг. 1. Расчетные зависимости рассмотренных случаев близки друг к другу, поэтому на графике приведены только кривые изменения s^* и $a^* = ar_0^{-1}$ для двух принятых моделей. Экспериментальные значения относительной деформации s^* взяты из работ Энджел [13] и Ранджера [10]. Видно из графика, что предложенная модель деформации каплей 1° (штриховая линия) более правильно описывает начальную стадию деформации, а модель 2° (сплошная линия) — момент достижения критической стадии деформации в широком диапазоне раз-



Фиг. 1

меров каплей и интенсивностей ударных волн.

Все расчеты, как и в работе [14], показывают, что за время $t \leq 4r_0 d^{0.5} (\rho_1 u_1^2)^{-0.5}$ масса капли убывает на $5 \div 8\%$, а ее скорость изменяется не более чем на 10% . Первый из результатов подтверждается выводами Энджел [13], а второй — измерениями смещения каплей в потоке за фронтом ударной волны, выполненным в работах [10, 13].

Таким образом, процесс деформаций жидких каплей при самых различных комбинациях параметров газового потока и каплей жидкости определяется тем, что единственной препятствующей деформации каплей силой при числах Вебера $W > 10$ является сила инерции жидкости.

2. Деформация струи. Пусть струя жидкости плотностью d вытекает из отверстия радиусом r_0 вдоль оси y со скоростью v в поток газа, движущийся вдоль оси x под прямым углом к оси y со скоростью w . Анализ действующих на струю сил для такого случая выполнен в работе [16], где показано, что при скорости газового потока $w \geq 10$ м/сек поведение струи однозначно определяется силой давления газового потока на наветренную поверхность струи.

При принятой схеме истечения взаимодействие отдельных частей струи определяется в основном силами поверхностного натяжения и вязкости, которые для большинства жидкостей при числах Вебера $W > 10$ малы по сравнению с аэродинамическими силами. Тогда отдельные элементы струи сравнительно слабо взаимодействуют друг с другом и изменение формы каждого участка струи в газовом потоке можно рассматривать как независимое.

При этих условиях можно рассматривать струю как цепочку капель размером r_0 , впрыскиваемых в поток газа со скоростью v . Задача о форме и глубине проникновения струи сводится к расчету траектории деформирующей капли жидкости в сносящемся потоке газа.

В направлении x движение отдельных капель происходит независимо. Вдоль оси y каждая последующая порция жидкости движется в следе за первичной порцией. Это приводит к тому, что коэффициент сопротивления движения в направлении y значительно меньше, чем в направлении x , т. е. вполне допустимо считать $c_y = 0$.

Пусть движения капли в направлениях x и y независимы. Тогда в направлении x уравнение движения будет

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{0.5 c_x \pi a^2 \rho}{1.33 \pi a^2 b d} (w - v_x)^2$$

Здесь a и b — большая и малая полуоси эллипсоида вращения, v_x — составляющая скорости капель в направлении оси x , ρ — плотность газа. При $w \geq v_x$ имеем

$$\frac{d^2x}{dt^2} = 0.375 c_x \frac{\rho w^2}{db}$$

Уравнение движения вдоль оси y (при $c_y = 0$)

$$y = vt$$

При расчете деформации капель используем первую модель, т. е. будем считать $b = r_0 - s$, смещение s определяется из уравнения

$$\frac{d^2s}{dt^2} = \frac{\rho w^2}{2.66 db}$$

Для перехода к безразмерным соотношениям воспользуемся переменными

$$t^* = t\tau^{-1} \quad \tau = 2r_0(\rho w^2)^{-0.5} d^{0.5}$$

$$y^* = yr_0^{-1}, \quad x^* = xr_0^{-1}, \quad s^* = sr_0^{-1}, \quad v^* = vw^{-1}$$

Система уравнений, определяющих форму струи, сводится к следующим трем соотношениям (индексы безразмерных величин опущены):

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{1.5 c_x}{(1-s)}, \quad y = 2 \left(\frac{d}{\rho} \right)^{0.5} vt, \quad \frac{d^2s}{dt^2} = \frac{1.5}{1-s} \left(c_x = \frac{27}{R^{0.84}}, R = \frac{2aw}{v} \right)$$

Эти уравнения определяют деформацию струи вдоль оси y и ее снос газовым потоком вдоль оси x . Второе уравнение системы определяет глубину проникновения струи в газ и зависит от отношения динамических напоров жидкости q_f и газа q

$$y = 2(q_f q^{-1})^{0.5} \quad (q_f = 0.5dv^2, \quad q = 0.5\rho w^2)$$

Критическая стадия деформации достигается при $t = (1.5 \div 2)\tau$, поэтому, начало интенсивного распада струи будет наблюдаться на расстоянии

$$y = (3 \div 4)r_0(\rho w^2)^{-0.5}(dv^2)^{0.5}$$

Максимальное значение глубины проникновения соответствует моменту полного распыления, который наступает при $t = (3.6 \div 5)\tau$ [10],

т. е.

$$y = (7.2 \div 10)r_0(q_f q^{-1})^{0.5}$$

Полученное выражение хорошо согласуется с опытными значениями для

$$y_*^1 \text{ из работ [2, 3, 6, 7]}$$

$$y_*^1 = 8r_0(q_f q^{-1})^{0.5},$$

$$y_*^2 \text{ из работы [1]}$$

$$y_*^2 = 9.7 \frac{r_0}{M} [q_f (\gamma p)^{-1}]^{0.5}$$

Здесь M — число Маха газового потока, p — давление газа. Перечисленные соотношения получены в широком диапазоне параметров впрыскивания

жидкости и поэтому сходство полученных различными авторами соотношений подтверждает теоретическое заключение о зависимости процесса деформации струи в основном от аэродинамической силы. Воспользовавшись очевидными соотношениями

$$\rho w^2 = \rho c_0^2 M^2 = M^2 \gamma p, \quad dv^2 = 2\Delta p_f$$

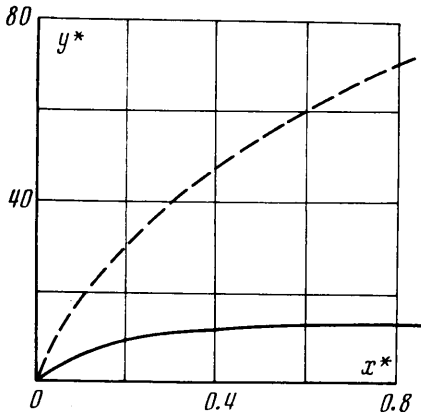
приведем выражение для расчета глубины проникновения струи в газовый поток

$$y_* = 10r_0(q_f q^{-1})^{0.5} = 10 \frac{r_0}{M} \left(\frac{q_f}{\gamma p}\right)^{0.5} = 14 \frac{r_0}{M} \left(\frac{\Delta p_f}{\gamma p}\right)^{0.5}$$

Здесь Δp_f — перепад давления на впрыскиваемом отверстии. Расчетная форма струи до начала ее интенсивного разрушения представлена на фиг. 2 для $vw^{-1} = 1.5$ (штриховая линия) при $v = 90$ м/сек и $vw^{-1} = 0.2$ (сплошная линия) при $v = 12$ м/сек. Как видно из графиков, отклонение струи по x даже при малых значениях vw^{-1} пренебрежимо мало по сравнению с глубиной проникновения жидкости в газ в направлении y .

Длина y_1 корневого неотклоненного участка струи близка к значению

$$y_1 \approx 4r_0(q_f q^{-1})^{0.5}$$

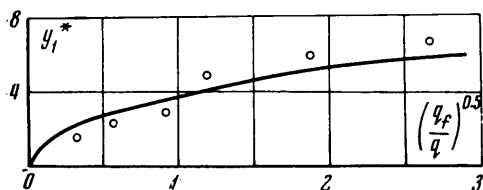


Фиг. 2

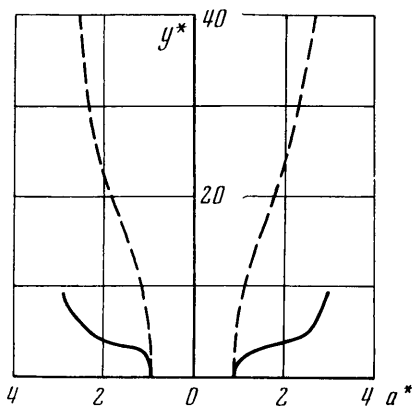
На фиг. 3 приведена зависимость безразмерной величины корневой части $y_1 r_0^{-1}$ струи от отношения динамических напоров жидкости и газа. На графике нанесены экспериментальные значения y_1 , взятые из работы [7]. Имеется хорошее соответствие расчетных и экспериментальных значений y_1 .

Предложенная модель позволяет рассчитать форму расплющивающейся струи в плоскости, перпендикулярной газовому потоку. На фиг. 4 для двух названных выше значений отношения скоростей воздушного потока и водяной струи представлены очертания расплющенной струи. Легко видеть, что на расстояниях вдоль оси y порядка $y \approx 5r_0$ струя слабо деформирована, а затем на длине $\Delta y \approx 4r_0 (q_f q^{-1})^{0.5}$ достигает ширины $z_1 \approx 6r_0$. Гири и Марджетс [2] установили, что действительно вблизи впрыскивающего отверстия на расстоянии $x \approx 2r_0$ и на высоте $y \approx y_1$ ширина проникновения струи $Z_1 \approx 5.2r_0$. Хорн и Рейхенбах [5] приводят значение ширины проникновения

$$z_1 \approx 90r_0 M^{-0.5} [q_f (\gamma p)^{-1}]^{0.4}$$



Фиг. 3



Фиг. 4

Но эта величина z_1 измерена на расстоянии $x \approx 300 r_0$ от впрыскивающего отверстия. В соответствии с анализом, выполненным в работе [17], это значение ширины проникновения есть следствие расширения турбулентной двухфазной смеси, получившейся в результате распыления исходной струи. На расстояниях $x r_0^{-1} \approx 300$ это расширение достигает 20 раз, т. е. вблизи впрыскивающего отверстия $z_1 \approx 4.5 r_0$, что вполне согласуется с данными Гири и Марджетса.

Таким образом, предложенная модель правильно отражает изменения формы струи жидкости в сносящем газовом потоке.

В заключение авторы благодарят А. К. Симоновского за полезные замечания по выполненной работе.

Поступило 24 XI 1970

ЛИТЕРАТУРА

1. Kolpin M. A., Horn K. P., Reichenbach R. E. A study of penetration of a liquid injectant into a supersonic flow. AIAA Journal, 1968, vol. 6, No. 5, pp. 853—856.
2. Geery E. L., Margets M. J. Penetration of a high velocity gas stream by a water jet. J. Spas. and Rockets, 1969, vol. 6, No. 1, pp. 79—81.
3. Geery E. L. Penetration of high velocity gas stream by a water jets. AIAA paper, 1968, No. 604.
4. Catton I., Hill D. E., McRae R. P. Study a liquid jet penetration in a hypersonic stream. AIAA Journal, 1968, vol. 6, No. 11, pp. 2084—2089, AIAA paper, 1968, No. 133.
5. Horn K. P., Reichenbach R. E. Further experiments on spreading of liquid injected into supersonic flow. AIAA Journal, 1969, vol. 7, No. 2, pp. 358—359.
6. Волынский М. С. Исследование распыливания жидкости в сверхзвуковом потоке. В сб. «III Всес. совещание по теории горения», т. 2, М., 1960.

7. Clark B. J. Breakup of liquid jet in a transverse flow of gas NASA TN D-2424, 1964.
 8. Adelberg M. Breakup rate and penetration of a liquid jet in gas stream. AIAA Journal, 1967, vol. 5, No. 8, pp. 1407—1417.
 9. Битрон М. Распыливание жидкостей сверхзвуковыми воздушными струями. *Вопр. ракетн. техн.*, 1955, № 5, стр. 103—115.
 10. Ranger A. A., Nicholls J. A. Aerodynamics shattering of liquid drops. AIAA paper, 1968, No. 83. AIAA Journal, 1969, vol. 7, No. 2, pp. 275—290.
 11. Morrell G., Povinelli F. P. Breakup of various liquid jets by shock waves and applications to resonant combustion. NASA TN D-2423, 1964.
 12. Morrell G. Critical conditions for drop and jet shattering. NASA TN D-677, 1961.
 13. Engel O. G. Fragmentation of water drops in the zone behind an air shock. *J. Nat. Bur. Standards*, 1958, vol. 60, No. 3, pp. 245—280.
 14. Борисов А. А., Гельфанд Б. Е., Губин С. А., Когарко С. М., Подгребенков А. Л. О деформации капель в зоне реакции при гетерогенной детонации. *ПМТФ*, 1970, № 5, стр. 39—44.
 15. Gordon G. D. Mechanism and speed of breakup of drops. *J. Appl. Phys.*, 1959, vol. 30, No. 11, pp. 1759—1761.
 16. Williams F. A., Buffum F. G. Liquid jet oscillation in transverse acoustic fields. AIAA paper, 1967, No. 433.
 17. Brzustowski T. A., Newman J. A. Behaviour of liquid sprays at high pressures. AIAA paper., 1970, No. 80.
-