

УДК 533.6.071.8

## ОПТИМАЛЬНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ДВУХДИАФРАГМЕННОЙ УДАРНОЙ ТРУБЫ С УЧЕТОМ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ ЗА УДАРНОЙ ВОЛНОЙ В СРЕДНЕЙ КАМЕРЕ

Л. В. МОРОЗОВА, Е. И. РУЗАВИН

(Москва)

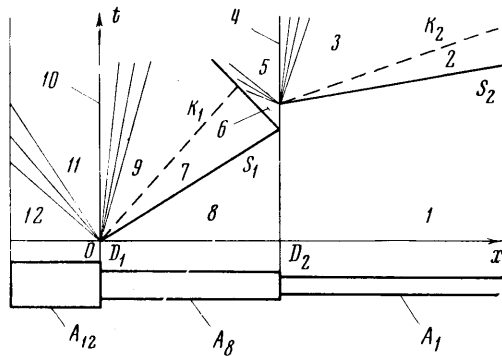
Приводятся уравнения для расчета оптимальных параметров двухдиафрагменной ударной трубы с учетом влияния пограничного слоя за ударной волной в средней камере, а также результаты расчета, которые сравниваются с результатами экспериментов.

В настоящее время работа двухдиафрагменной ударной трубы хорошо изучена на основе идеальной теории (см., например, [1, 2]). Показано [1], что при постоянных начальных давлениях в крайних камерах наибольшая скорость ударной волны имеет место при вполне определенном начальном давлении в средней камере, называемом оптимальным. В работе [2] получены уравнения для нахождения оптимальных параметров двухдиафрагменной ударной трубы, при выводе которых не учитывалась вязкость газа в средней камере, и представлены результаты расчетов для различных начальных условий.

1. Известно [3], что при движении ударной волны в канале ударной трубы ее скорость уменьшается вследствие влияния пограничного слоя. В двухдиафрагменной ударной трубе уменьшение интенсивности ударной волны в средней камере должно привести к уменьшению параметров газа, под воздействием которого раскрывается вторая диафрагма, и, следовательно, изменению оптимальных параметров.

Обычно принимаемая система волн, возникающих после раскрытия диафрагм  $D_1$  и  $D_2$  в двухдиафрагменной ударной трубе с камерами разной площади поперечного сечения  $A$ , приведена на фиг. 1, где  $t$  — время,  $x$  — расстояние, а цифрами 1—12 помечены области равномерных параметров. В данной схематизации течения предполагается, что  $D_2$  раскрывается после отражения от нее ударной волны  $S_1$ , в месте изменения площади поперечного сечения расширение потока до звуковой скорости происходит стационарно и изэнтропически, а интенсивность ударных волн  $S_1$  и  $S_2$  такова, что поток в областях 3 и 9 сверхзвуковой. Предполагается также постоянство отношения удельных теплоемкостей  $\gamma$  газов, находившихся в камере высокого давления и средней камере.

Рассматривая, как и в [2], процессы, происходящие в газах до контактной поверхности  $K_2$ , будем находить значение числа Маха ударной волны  $S_1 (M_{s_1})$ , при котором для достижения задаваемого отношения  $u_3/a_3$  ( $u$  — скорость,  $a$  — скорость звука) требуется наименьшее значение



Фиг. 1

отношения давлений  $p_{12}/p_3$ . Это условие для нахождения оптимального значения  $M_{s8}$  может быть представлено в виде

$$\frac{\partial}{\partial M_{s8}} \ln \frac{p_{12}}{p_3} = 0 \quad (1.1)$$

Представим отношение  $p_{12}/p_3$  следующим образом:

$$\frac{p_{12}}{p_3} = \frac{p_{12} p_9}{p_9 p_7} \frac{p_7}{p_7 + \Delta p_7} \frac{p_7 + \Delta p_7 p_6}{p_6 p_3} \quad (1.2)$$

Входящее в (1.2) значение  $\Delta p_7$  — возмущение давления, вызванное влиянием пограничного слоя. Выразим каждое из отношений давлений в правой части (1.2) через  $M_{s8}$

$$\frac{p_{12}}{p_9} = \left( \frac{\alpha_8}{a_{12}} \frac{\xi}{M_{s8}} \right)^{-\kappa_{12}}$$

$$\xi = \frac{a_{12}}{\alpha_8} k M_{s8} - \frac{\gamma_{12} - 1}{\gamma_8 + 1} (M_{s8}^2 - 1), \quad \kappa = \frac{2\gamma_{12}}{\gamma_{12} - 1} \quad (1.3)$$

Выражение  $k$  находится из

$$k = \frac{\gamma_{12} + 1}{2 + (\gamma_{12} - 1) M_{11}^2} \left[ \frac{2 + (\gamma_{12} - 1) M_{11}^2}{\gamma_{12} + 1} \right]^{1/2}$$

$$\frac{A_{12}}{A_8} = \frac{1}{M_{11}} \left[ \frac{2}{\gamma_{12} + 1} \left( 1 + \frac{\gamma_{12} - 1}{2} M_{11}^2 \right) \right]^{\alpha/2}, \quad \alpha = \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} \quad (1.4)$$

$$p_9/p_7 = 1 \quad (1.5)$$

$$p_7/(p_7 + \Delta p_7) = (1 + \Delta p_7/p_7)^{-1} \quad (1.6)$$

Используя соотношения, приведенные в [4], получаем

$$\frac{\Delta p_7}{p_7} = - \frac{16(\alpha_8 - 1)^{n+1}}{\alpha_8^{3n+4}} [\psi \sqrt{\varphi} (\sqrt{\varphi} + \sqrt{\psi})]^{n+1} \left( \frac{M_{s8}^2 - 1}{M_{s8}^3} \right)^n \times$$

$$\times \frac{\varphi + \xi \alpha_8 \gamma_8 / \gamma_{12}}{\sqrt{\varphi \psi} + \xi \alpha_8 \gamma_8 / \gamma_{12}} \frac{\gamma_8 M_{s8}^2 \psi^{3/2} G \beta}{2 M_{s8}^2 \sqrt{\psi} - (M_{s8}^2 + 1) \sqrt{\varphi}} \times \quad (1.7)$$

$$\times \left[ \frac{2 M_{s8}^2 \sqrt{\psi} + (M_{s8}^2 + 1) \sqrt{\varphi}}{2 M_{s8}^2 \sqrt{\psi} - (M_{s8}^2 + 1) \sqrt{\varphi}} \left( \frac{\sqrt{\psi} + \sqrt{\varphi}}{\sqrt{\varphi} - \sqrt{\psi}} \right)^{n+1} - \frac{\sqrt{\varphi \psi} - \xi \alpha_8 \gamma_8 / \gamma_{12}}{\sqrt{\varphi \psi} + \xi \alpha_8 \gamma_8 / \gamma_{12}} \right]^{-1}$$

$$\varphi = (\alpha_8 + 1) M_{s8}^2 - 1, \quad \psi = (\alpha_8 - 1) + M_{s8}^2$$

Показатель степени  $n$  в (1.7) равен  $-1/2$  для ламинарного и  $-1/5$  для турбулентного пограничных слоев. Входящий в (1.7) параметр  $G$  определяет начальные условия в средней камере

$$G = (l_s/d_s)^{n+1} [p_s \gamma_s d_s / (a \mu)_{st}]^n \quad (1.8)$$

Здесь  $l_s$  и  $d_s$  — длина и внутренний диаметр средней камеры,  $\mu$  — коэффициент вязкости; значения  $a$  и  $\mu$  берутся при стандартных условиях:  $T = 300^\circ \text{K}$  и  $P = 1 \text{ ат}$ . Параметр  $\beta$  равен

для ламинарного пограничного слоя [5]

$$\beta_l = 1.59[(\alpha_8 - 1)\varphi + 1.796\psi + 0.802\alpha_8 M_{ss}^2] / [(\alpha_8 - 1)\varphi] \quad (1.9)$$

для турбулентного пограничного слоя [6]

$$\beta_l = \frac{0.0575\alpha_8^{9/5}}{[M_{ss}\varphi\psi]^{1/5}} \frac{(\alpha_8^2 M_{ss}^4 + 1.25\alpha_8 M_{ss}^2 \psi - 0.8\psi^2)^{1/5}}{\zeta^{3/10}(\zeta + \alpha_8^2 M_{ss}^2 C / T_8)^{1/5}} \left(1 + \frac{C}{T_8}\right)^{1/5} H$$

$$\zeta = 0.5(\alpha_8^2 M_{ss}^2 + \varphi\psi) + 0.22(\alpha_8 - 1)(M_{ss}^2 - 1)^2 \quad (1.10)$$

В этом уравнении  $C$  — константа формулы Сутерленда, значения которой могут быть найдены, например, из [7]. Входящее в (1.10) значение  $H$  равно

$$H = 5.23(3\alpha_8 M_{ss}^2 + 7\psi)^{-4/5} \quad (\gamma_8 = 1.4) \quad (1.11)$$

$$H = 2.239(\alpha_8 M_{ss}^2 + 2\psi)^{-4/5} \quad (\gamma_8 = 1.67) \quad (1.12)$$

$$\frac{p_7 + \Delta p_7}{p_6} = \frac{(\alpha_8 - 1) + M_{ss}^{\circ 2}}{(\alpha_8 + 2)M_{ss}^{\circ 2} - 2}, \quad M_{ss}^{\circ} = M_{ss} + \Delta M_{ss} \quad (1.13)$$

Здесь  $\Delta M_{ss}$  — изменение числа Маха ударной волны  $S_1$  вследствие влияния пограничного слоя, которое можно выразить, пользуясь соотношениями, приведенными в [4], в следующем виде:

$$\Delta M_{ss} / M_{ss} = (\Delta p_7 / p_7) \{ \varphi / [2\gamma_8(\alpha_8 - 1)M_{ss}^2] \} \quad (1.14)$$

$$\frac{p_6}{p_3} = \left[ m - \frac{\gamma_8 - 1}{2} \frac{u_3 / a_8}{a_6 / a_8} \right]^{-x_8} \quad (1.15)$$

Входящее в (1.15) выражение  $m$  может быть найдено из (1.4), где индекс 12 нужно заменить индексом 8, индекс 11 — индексом 5, индекс 8 — индексом 1, а отношение  $a_6 / a_8$  определяется из

$$a_6 / a_8 = \sqrt{[(\alpha_8 + 2)M_{ss}^{\circ 2} - 2][(\alpha_8 - 2) + 2M_{ss}^{\circ 2}]} (\alpha_8 M_{ss}^{\circ})^{-1} \quad (1.16)$$

Используя (1.2) — (1.16), представим условие (1.1) в виде

$$\frac{\partial}{\partial M_{ss}} \ln \frac{p_6}{p_3} = - \frac{d}{dM_{ss}} \ln \frac{p_{12}}{p_9} - \frac{d}{dM_{ss}} \ln \frac{p_7}{p_7 + \Delta p_7} - \frac{d}{dM_{ss}} \ln \frac{p_7 + \Delta p_7}{p_6} \quad (1.17)$$

Входящие в правую часть этого равенства производные могут быть получены из соотношений (1.3), (1.4), (1.6) — (1.14), и таким образом найдено значение производной в левой части (1.17) для задаваемого значения  $M_{ss}$ . Затем из соотношений (1.7) — (1.12), (1.14), (1.16) определяется производная от  $\ln(a_6 / a_8)$ , после чего становится возможным нахождение значения оптимального отношения

$$\frac{u_3}{a_8} = \frac{2}{\gamma_8 - 1} m \frac{a_6}{a_8} \left[ \left( \frac{\partial}{\partial M_{ss}} \ln \frac{p_6}{p_3} \right) \left( \frac{\partial}{\partial M_{ss}} \ln \frac{p_6}{p_3} - \frac{2\gamma_8}{\gamma_8 - 1} \frac{d}{dM_{ss}} \ln \frac{a_6}{a_8} \right)^{-1} \right] \quad (1.18)$$

Это соотношение получено после дифференцирования (1.15) и последующего преобразования.

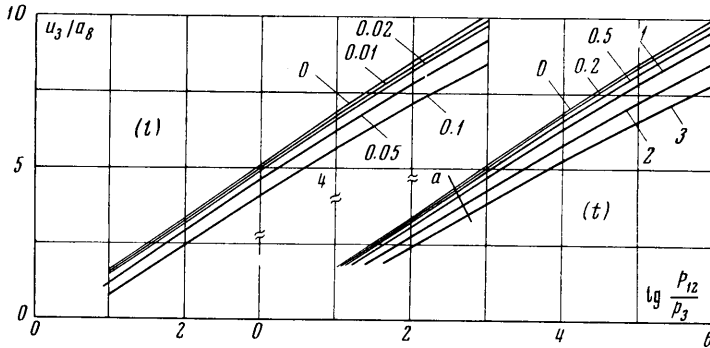
Отношение  $p_{12}/p_8$ , необходимое для получения задаваемых значений  $M_{s8}$ , находится из

$$p_{12}/p_8 = (p_{12}/p_9) (p_9/p_7) (p_7/p_8) \quad (p_7/p_8 = \varphi/\alpha_8) \quad (1.19)$$

Уравнения (1.2) — (1.19) позволяют находить оптимальные параметры двухдиафрагменной ударной трубы для зафиксированного значения  $G$ . При этом, поскольку предполагалось, что поток в областях 9 и 3 сверхзвуковой, должны быть выполнены следующие условия:

$$M_{s8} \geq \theta + (1 + \theta^2)^{1/2} \quad \left( \theta = \frac{\gamma_8 + 1}{\gamma_{12} + 1} \frac{a_{12}}{a_8} \frac{k}{2} \right), \quad \frac{u_3}{a_8} \geq \frac{a_5}{a_8} \quad (1.20)$$

Для двухдиафрагменной ударной трубы с постоянной площадью поперечного сечения в соответствующих уравнениях нужно положить  $k$  и  $m$  равными единице. Если принять, что  $G = 0$ , то получим уравнения для определения оптимальных параметров без учета пограничного слоя.



Фиг. 2

2. Результаты численных расчетов оптимальных параметров двухдиафрагменной ударной трубы, где в камерах 12 и 8 находится водород, а  $A_{12}/A_8 = A_8/A_1 = 1$ , приведены в табл. 1 для  $G = 0$ , а также в табл. 2 для указанных в табл. 1 значений

Таблица 1

	$M_{s8}$	$p_{12}/p_8$	$u_3/a_8$	$p_{12}/p_3$
(1)	1.618	10.3472	1.7335	11.2546
(2)	1.800	18.3890	2.1849	20.8809
(3)	2.000	33.7119	2.6879	41.1988
(4)	2.200	60.7949	3.2094	82.5685
(5)	2.400	108.758	3.7562	169.885
(6)	2.600	194.323	4.3326	361.727
(7)	2.800	348.840	4.9417	802.591
(8)	3.000	632.627	5.5855	1868.31
(9)	3.200	1165.30	6.2654	4596.42
(10)	3.400	2192.55	6.9825	12051.3
(11)	3.600	4240.09	7.7379	34009.6
(12)	3.800	8488.07	8.5321	104570
(13)	4.000	17740.0	9.3658	355704

$M_{s8}$  и на фиг. 2 для ламинарного (l) и турбулентного (t) пограничного слоя. (При проведении данных расчетов условие (1.20) не являлось необходимым, но оно сохранялось во избежание усложнения программы расчетов.) Диапазон изменения указанных в табл. 2 и на фиг. 2 значений параметра  $G$  определялся из условия возможного изменения начальных параметров газа в средней камере, ее геометрических размеров, а также выполнения требования используемой теории [4], чтобы возмущения были относительно малыми ( $-\Delta M_{s8}/M_{s8} < 0.2$ ).

Приведенные результаты расчетов позволяют находить оптимальные параметры двухдиафрагменной схемы, если известны геометрические размеры установки, газ, заполняющий камеру 1, и какие-либо два параметра.

Таблица 2

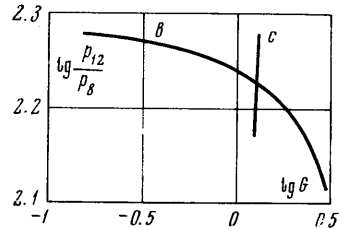
	$u_3/a_8$	$p_{12}/p_8$	$u_3/a_8$	$p_{12}/p_8$	$u_3/a_8$	$p_{12}/p_8$	$u_3/a_8$	$p_{12}/p_8$
	$G_l = 0.01$		$G_l = 0.02$		$G_l = 0.05$		$G_l = 0.1$	
(1)	1.6064	10.5669	1.4727	9.85682	1.0201	7.60322	—	—
(2)	2.0815	20.2130	1.9745	19.4970	1.6249	17.0204	0.8797	11.6411
(3)	2.6000	40.7574	2.5101	40.2514	2.2247	38.2516	1.6650	32.5595
(4)	3.1302	82.8936	3.0498	83.1665	2.8000	83.5382	2.3380	81.4146
(5)	3.6813	172.377	3.6058	174.912	3.3745	182.665	2.9640	194.798
(6)	4.2591	370.046	4.1852	378.745	3.9612	407.271	3.5748	463.423
(7)	4.8972	826.523	4.7925	851.880	4.5677	937.683	4.1873	1121.81
(8)	5.5080	1934.92	5.4306	2006.13	5.1985	2251.96	4.8110	2807.38
(9)	6.1834	4784.12	6.1015	4986.12	5.8568	5694.29	5.4513	7355.51
(10)	6.8944	12600.5	6.8066	13195.0	6.5442	15305.9	6.1116	20412.2
(11)	7.6422	35710.5	7.5468	37560.8	7.2622	44206.1	6.7940	60719.5
(12)	8.4274	110242	8.3229	116440	8.0115	138939	7.4997	196244
(13)	9.2480	376867	9.1356	399216	8.7929	482691	8.2294	700342

	$G_l = 0.5$		$G_l = 1.0$		$G_l = 2.0$		$G_l = 3.0$	
	(1)	1.7475	13.4665	1.7663	16.3992	1.8204	25.9512	1.9026
(2)	2.1667	24.3098	2.1512	28.6782	2.1291	41.8735	2.1221	66.4900
(3)	2.6454	47.2542	2.6045	54.8076	2.5280	76.7381	2.4600	115.072
(4)	3.1473	94.1219	3.0864	108.183	2.9691	148.644	2.8581	217.549
(5)	3.6761	192.800	3.5973	221.049	3.4439	301.376	3.2968	437.219
(6)	4.2346	409.975	4.1380	469.449	3.9493	638.618	3.7675	925.181
(7)	4.8250	909.482	4.7097	1041.39	4.4843	1417.55	4.2664	2058.11
(8)	5.4487	2118.14	5.3136	2426.94	5.0486	3310.62	4.7920	4825.32
(9)	6.1070	5215.49	5.9503	5982.09	5.6426	8184.03	5.3437	11984.1
(10)	6.8008	13688.9	6.6208	15720.7	6.2665	21578.4	5.9215	31754.6
(11)	7.5308	38676.7	7.3255	44477.6	6.9208	61261.7	6.5255	90603.0
(12)	8.2977	119067	8.0651	137116	7.6057	189518	7.1559	281659
(13)	9.1020	405516	8.8399	467641	8.3216	648581	7.8128	968465

3. Сравним значения скорости ударной волны  $S_2(U_2)$ , рассчитанные без учета и с учетом пограничного слоя за ударной волной  $S_1$ , с экспериментально измеренными в ударной трубе с  $l_8 = 2$  м,  $d_8 = 0.05$  м при  $p_{12} = 200$  ат и  $p_1 = 10, 1, 0.1$  и  $0.01$  мм рт. ст. (воздух). Проиллюстрируем порядок определения оптимальных параметров. Допустим, что  $p_1 = 1$  мм рт. ст. (Предварительно были проведены оценки вида пограничного слоя и было найдено, что для данных начальных условий за ударной волной  $S_1$  должен быть турбулентный пограничный слой.) Используя таблицы [8], с учетом начальных условий построим зависимость  $u_3/a_8$  от  $p_{12}/p_8$  (линия  $a$  на фиг. 2); это позволяет найти зависимость  $p_{12}/p_8$  от  $G$  (линия  $b$  на фиг. 3) и, используя соотношение (1.8) (линия  $c$  на фиг. 3), определить значения  $p_{12}/p_8$  и  $G$ , после чего, возвращаясь к табл. 2 и табл. [8], найти оптимальные значения  $p_8$  и  $U_2$ .

В табл. 3 для указанных там значений  $p_1$  в мм рт. ст. приведены значения  $p_8$  в ат и  $U_2$  в м/сек, рассчитанные как с учетом ( $p_8^*$ ,  $U_2^*$ ), так и без учета пограничного слоя ( $p_8^{**}$ ,  $U_2^{**}$ ). Там же приведены измеренные наибольшие по длине камеры  $l$  значения  $U_2^0$  и начальные значения  $p_8^0$ . Из этой таблицы видно, что  $p_8^{**}$  меньше  $p_8^*$ , однако следует отметить, что такое изменение  $p_8$  незначительно изменит  $U_2$ . Видно также, что значения  $U_2^*$  меньше значений  $U_2^{**}$ , причем раз-



Фиг. 3

ница между ними увеличивается с увеличением перепада давлений  $p_{12}/p_1$ . В то же время значения  $U_2^*$  близки к  $U_2^\circ$ .

Таблица 3

$p_1$	$U_2^{**}$	$U_2^*$	$U_2^\circ$	$p_8^{**}$	$p_8^*$	$p_8^\circ$
10	4530	4250	4000÷4200	3.73	4.24	3.5
1	6190	5680	5600÷5800	1.03	1.18	1.0
0.1	7980	7150	—	0.288	0.341	—
0.01	10060	8660	—	0.0833	0.103	—

Таким образом, учет влияния пограничного слоя за ударной волной в средней камере позволяет с большей достоверностью оценивать ожидаемые в эксперименте значения скорости ударной волны в камере низкого давления двухдиафрагменной ударной трубы.

Поступило 29 VI 1970

#### ЛИТЕРАТУРА

- Хеншелл Б. Использование многодиафрагменной схемы в ударной трубе. В сб. «Ударные трубы», М., Изд-во иностр. лит., 1962, стр. 190—217.
- Walenta Z. A. Optimization of the parameters of double-diaphragm shock tube. Arch. Mech. Stocowanej, 1967, vol. 19, No. 5, pp. 665—686.
- Демьянов Ю. А. Влияние пограничного слоя на характер течения газа в трубе за движущейся ударной волной. ПММ, 1957, т. 21, вып. 4, стр. 473—477.
- Mirels H., Mullen J. F. Small perturbation theory for shock-tube attenuation and nonuniformity. Phys. Fluids, 1964, vol. 7, No. 8, p. 1208—1218.
- Mirels H. Test time in low-pressure shock tubes. Phys. Fluids, 1963, vol. 6, No. 9, pp. 1201—1214.
- Mirels H. Shock tube test time limitation due to turbulent-wall boundary layer. AIAA Journal, 1964, vol. 2, No. 1, pp. 84—93.
- Михеев М. А. Основы теплопередачи. М., Госэнергоиздат, 1956.
- Предводителев А. С., Ступоченко Е. В., Рождественский И. Б., Самуйлов Е. В., Плешанов А. С. Таблицы газодинамических и термодинамических величин потока воздуха за прямым скачком уплотнения. М., Изд-во АН СССР, 1960.