

УДК 533.6:532.526.5 + 533.697:621.5

РАСЧЕТ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ТУРБУЛЕНТНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ С ВНЕШНИМ СВЕРХЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ ЗА УСТУПОМ

А. Н. АНТОНОВ

(Москва)

Предлагается интегральный метод расчета турбулентного течения за плоскими и осесимметричными уступами, который позволяет вычислять распределение давления, толщину вытеснения, толщину потери импульса и трение в зоне взаимодействия пограничного слоя с внешним идеальным потоком. Для расчета течения за уступом в методе используются характеристики несжимаемого турбулентного равновесного пограничного слоя, а параметры течения сжимаемого пограничного слоя связываются с параметрами течения несжимаемого пограничного слоя при помощи преобразования Коулса — Крокко.

Можно указать большое число теоретических и экспериментальных работ, посвященных этой теме. Остановимся на двух из них [1, 2], близких по методу предлагаемой работе, в которых впервые проводится расчет распределения параметров течения плоского ближнего турбулентного следа. В этих работах течение за телом разбивается на зону изобарического течения и зону течения взаимодействия пограничного слоя с внешним идеальным потоком. Расчет струйного пограничного слоя в зоне взаимодействия проводится методом интегральных соотношений.

Расчет течения за плоскими и осесимметричными уступами проводится на основе схемы взаимодействия пограничного слоя с внешним идеальным сверхзвуковым потоком. Результаты расчета по предлагаемому методу сравниваются с известными экспериментальными данными.

Обозначения

x, y — продольная и поперечная координаты;	μ, μ' — динамический коэффициент вязкости сжимаемого и несжимаемого пограничного слоя;
X, Y — преобразованные продольная и поперечная координаты;	r_1 — радиус донной части осесимметричного тела;
$\delta, \delta^*, \delta^{**}$ — толщина пограничного слоя, толщина вытеснения, толщина потери импульса сжимаемого пограничного слоя;	r — радиус;
$\theta, \theta^*, \theta^{**}$ — толщина слоя, толщина вытеснения, толщина потери импульса несжимаемого пограничного слоя;	R — преобразованный радиус;
u, ρ — скорость и плотность сжимаемого пограничного слоя;	M — число Маха;
U, ρ' — скорость и плотность несжимаемого пограничного слоя;	τ — напряжение трения;
ψ, Ψ — функция тока сжимаемого и несжимаемого пограничного слоя;	p — давление;
	a — скорость звука;
	s — энтальпия;
	ν — угол Прандтля — Майера;
	P — число Прандтля;
	P_t — турбулентное число Прандтля;
	r_2 — радиус донной державки;
	b — глубина уступа;
	$\varepsilon = 0$ для плоского течения;
	$\varepsilon = 1$ для осесимметричного течения.

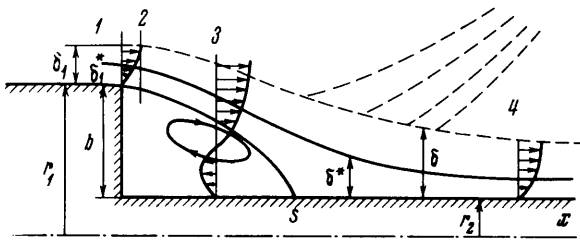
Индексы означают: 0 — заторможенный поток; 1 — на внешней границе пограничного слоя или перед уступом; w — параметры на стенке; плюс — в области взаимодействия; минус — в области изобарического течения

$$h = \frac{\delta^*}{\delta^{**}}, \quad h^* = \frac{\delta^*}{\delta}, \quad h^{**} = \frac{\delta^{**}}{\delta}, \quad H = \frac{\theta^*}{\theta^{**}}, \quad H^* = \frac{\theta^*}{\theta}, \quad H^{**} = \frac{\theta^{**}}{\theta}, \quad \kappa = \frac{c_p}{c_v}$$

$$\tau_w = \gamma^2 \rho_1 u_1^2, \quad \tau_w' = \Gamma^2 \rho_1' U_1^2, \quad \lambda^2 = \left| \frac{\delta^* du_1}{u_1 dx} \right|, \quad \Lambda^2 = \left| \frac{\theta^* dU_1}{U_1 dX} \right|$$

$$v = \left(\frac{\kappa + 1}{\kappa - 1} \right)^{1/2} \operatorname{arctg} \left(\frac{\kappa - 1}{\kappa + 1} (M^2 - 1) \right)^{1/2} - \operatorname{arctg} \sqrt{M^2 - 1}$$

1. Рассмотрим следующую приближенную схему течения в донной области за уступом, обтекаемым равномерным сверхзвуковым потоком, которая представляет собой схему типичного взаимодействия турбулентного пограничного слоя с внешним идеальным потоком (фиг. 1). Между сечениями 1 и 2 происходит расширение потока, AS — линия постоянного расхода, S — критическая точка. Пунктиром обозначена граница пограничного слоя. Непосредственно за телом между сечениями 2 и 3 располагается изобарическая отрывная область, так что течение взаимодействия начинается с некоторого течения 3. Расчет течения взаимодействия вязких слоев с внешним



Фиг. 1

идеальным почти изэнтропическим потоком проводится как обычно в рамках уравнений пограничного слоя.

Интегральное соотношение импульса сжимаемого турбулентного пограничного слоя

$$\frac{d}{dx} (r^\varepsilon \rho_1 u_1^2 \delta^{**}) + r^\varepsilon \delta^* \rho_1 u_1 \frac{du_1}{dx} = r^\varepsilon \tau_w \quad (1.1)$$

$$\delta^* = \int_0^{\delta} \left(1 - \frac{\rho u}{\rho_1 u_1} \right) dy, \quad \delta^{**} = \int_0^{\delta} \frac{\rho u}{\rho_1 u_1} \left(1 - \frac{u}{u_1} \right) dy$$

с помощью преобразования Коулса — Крокко [3]

$$\xi = \frac{dX}{dx}, \quad \eta = \frac{\rho'}{\rho} \frac{\partial Y}{\partial y}, \quad \sigma = \left(\frac{r}{R} \right)^\varepsilon \frac{\Psi}{\psi} \quad (1.2)$$

приведем к интегральному соотношению импульса несжимаемого пограничного слоя

$$\frac{d}{dX} (R^\varepsilon \rho_1' U_1^2 \theta^{**}) + R^\varepsilon \theta^* \rho_1' U_1 \frac{dU_1}{dX} = R^\varepsilon \tau_w' \quad (1.3)$$

$$\theta^* = \int_1^{\theta} \left(1 - \frac{U}{U_1} \right) dY, \quad \theta^{**} = \int_0^{\theta} \frac{U}{U_1} \left(1 - \frac{U}{U_1} \right) dY$$

Рассмотрим случай $s_w = s_{01}$, $P = P_t \approx 1$. Используя результаты работ [3] и [4], получаем

$$d\sigma/dx = 0, \quad \sigma = \text{const} \quad (1.4)$$

Положим $\sigma = 1$. Из соотношений работы [3] имеем

$$\eta = \left(\frac{s_1}{s_{01}} \right)^{0.5}, \quad h = H \frac{s_{01}}{s_1} + \left(\frac{s_{01}}{s_1} - 1 \right) \quad (1.5)$$

$$h^* = \frac{H s_{01} / s_1 + 1/2 (\kappa - 1) M^2}{H / H^* + 1/2 (\kappa - 1) M^2 (H + 1)}$$

Для потока малой скорости выберем параметры

$$\rho' = \rho_{01}, \quad \mu' = \mu_{01}F \quad (1.6)$$

в качестве функции F примем

$$F = \frac{\mu_w \rho_w T^\circ}{\mu_{01} \rho_{01} A} \quad (1.7)$$

где T° — относительная, определяющая температура, вычисляемая согласно работе [5]:

$$T^\circ = 0.5 s_w / s_{01} + 0.22P^{1/3} + (0.5 - 0.22P^{1/3}) s_1 / s_{01} \quad (1.8)$$

Используя соотношения работы [3], получаем

$$\xi = \frac{A}{T^\circ} \left(\frac{s_1}{s_{01}} \right)^{1/2 \vartheta}, \quad \theta^{**} = \delta^{**} \eta \frac{\rho_1}{\rho_{01}} \quad \left(\vartheta = \frac{\kappa + 1}{\kappa - 1} \right) \quad (1.9)$$

Таким образом, преобразование сжимаемого турбулентного слоя в несжимаемый турбулентный пограничный слой будет иметь вид

$$\xi = \frac{A}{T^\circ} \left(\frac{s_1}{s_{01}} \right)^{1/2 \vartheta}, \quad \eta = \left(\frac{s_1}{s_{01}} \right)^{1/2}, \quad \sigma = 1 \quad (1.10)$$

При $A = 1$ полученное преобразование переходит в преобразование работы [5].

2. Выпишем теперь основные уравнения, используемые в области взаимодействия. Так как внешняя граница пограничного слоя пересекает линии тока идеальной жидкости под местным углом $d\delta / dx = \operatorname{tg} \beta$, то уравнение неразрывности запишется в виде

$$\frac{d\delta}{dx} - \operatorname{tg} \beta = \frac{1}{\rho_1 u_1} \frac{dm}{dx} \quad \left(m = \int_0^\delta \rho u dy \right) \quad (2.1)$$

Здесь β — угол между вектором скорости на границе пограничного слоя и осью x .

После преобразований будем иметь

$$\frac{d\delta^*}{dx} = \operatorname{tg} \beta + \frac{\delta^*}{\rho_1 u_1} \left(\frac{1}{h^*} - 1 \right) \frac{d\rho_1 u_1}{dx} \quad (2.2)$$

Положим

$$|dU_1 / dX| = U_1 \Lambda^2 / \theta^*, \quad \tau_w' = \Gamma^2 \rho_1' U_1^2, \quad \tau_w = \gamma^2 \rho_1 u_1^2$$

Используя соотношения работы [3] и соотношения (1.10), получаем, что

$$dM / dx = -(M \Lambda^2) / (T^\circ H \delta^{**}) \quad (2.3)$$

Интегральное уравнение (1.3), используя (1.10), приведем к виду

$$\frac{d\theta^{**}}{dX} + \frac{dM}{dX} \frac{\theta^{**}}{M} (H + 2) + \frac{\varepsilon \theta^{**}}{r} \frac{dr}{dX} = \Gamma^2 \quad (2.4)$$

Таким образом, система уравнений, определяющая течение в зоне взаимодействия пограничного слоя с внешним идеальным течением, имеет вид

$$\begin{aligned} dM / dx &= F_0(M, \delta^*, \theta^{**}), & d\delta^* / dx &= \varphi = F_1(M, \delta^*, \theta^{**}), \\ d\theta^{**} / dx &= F_2(M, \delta^*, \theta^{**}) \end{aligned} \quad (2.5)$$

Здесь

$$F_0 = -\frac{AM\Lambda^2}{T^\circ H\delta^{**}}, \quad F_1 = \operatorname{tg} \beta + \frac{\delta^*}{F_3} \left(\frac{1}{h^*} - 1 \right) F_0 F_3'$$

$$F_2 = \Gamma^2 \xi - F_0 \frac{\theta^{**}}{M} (H + 2) - \frac{\varepsilon \theta^{**}}{r} \frac{dr}{dx}, \quad F_3(M) = M \frac{p_1 a_{01}}{p_{01} a_1}, \quad F_3' = \frac{dF_3}{dM}$$

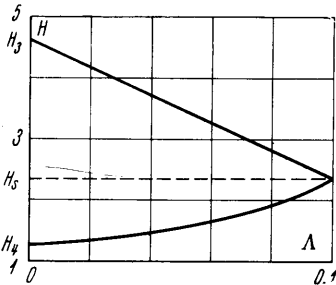
$$\xi = \frac{A}{T^\circ} \left(\frac{s_1}{s_{01}} \right)^{0.5 \vartheta}, \quad \eta = \left(\frac{s_1}{s_{01}} \right)^{0.5}, \quad \theta^{**} = \delta^{**} \eta \frac{\rho_1}{\rho_{01}}, \quad \varphi = \frac{d\delta^*}{dx}$$

$$h = \frac{\delta^*}{\delta^{**}}, \quad H = \frac{\theta^*}{\theta^{**}}, \quad h = H \frac{s_{01}}{s_1} + \left(\frac{s_{01}}{s_1} - 1 \right), \quad \vartheta = \frac{\kappa + 1}{\kappa - 1}$$

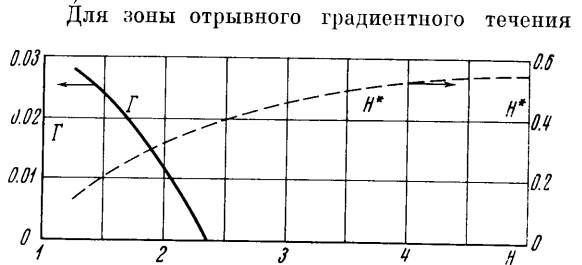
Чтобы воспользоваться системой уравнений (2.5), необходимо, во-первых, определить связи между параметрами Λ , Γ и параметром H , во-вторых, указать функцию $A(M)$.

Для решения первой задачи используем профили скорости, полученные в работе [7] для несжимаемого присоединенного турбулентного равновесного пограничного слоя (для $H \leq 2.35$).

Результаты работы [7] удобно представить в виде функций $H = H(\Lambda)$; $\Gamma = \Gamma(H)$ от $\Lambda = 0$ (безградиентный поток) до $\Lambda_s = 0.1$ (значение параметра градиента давления Λ в точке отрыва или присоединения пограничного слоя).



Фиг. 2



Фиг. 3

с обратными токами ($H > 2.35$) решения не получено. Обработка экспериментальных результатов для этой зоны по методу работы [8] дала возможность рассчитать зависимость $h = h(\lambda)$ для сжимаемого пограничного слоя донной области за плоским уступом. При пересчете значений h и λ сжимаемого пограничного слоя с помощью полученного выше преобразования (1.10) к несжимаемому пограничному слою оказалось, что величины H и Λ в этой зоне связаны линейной зависимостью (фиг. 2) ($H_3 \geq H \geq H_s = 2.35$, H_3 — формпараметр в начальном сечении взаимодействия пограничного слоя с внешним идеальным потоком).

В области течения, где $H > 2.35$, положим $\Gamma = 0$, что, как показали расчеты, выполненные по методу работы [8], практически не влияет на результаты вычислений.

В процессе расчетов на каждом шаге по x при интегрировании системы уравнений (2.5) определяются параметры M , δ^* , θ^{**} и находится толщина потери импульса δ^{**} из соотношения (1.9). Затем рассчитываются дополнительные параметры пограничного слоя h , H , Λ , Γ , H^* , h^* . При этом $h = \delta^* / \delta^{**}$, параметр H вычисляется из соотношения (1.5), $\Lambda(H)$ и $\Gamma(H)$ находятся соответственно из фиг. 2 и фиг. 3. Параметр H^* определяется из фиг. 3, на которой построена зависимость $H^* = H^*(H)$ для несжимаемого течения в следе для профиля скорости, предложенного в работе [8]. Параметр h^* вычисляется из соотношения (1.5).

3. Начальные условия для системы дифференциальных уравнений (2.5), описывающей течение взаимодействия в следе за уступом, определяются из условия склеивания этого течения с течением в изобарической зоне смешения.

Толщину пограничного слоя, толщину вытеснения, толщину потери импульса и число M перед уступом соответственно обозначим δ_1 , δ_1^* , δ_1^{**} , M_1 .

Рассматривая в этом пункте плоское течение, примем, что в сечении 2, соответствующем повороту внешнего идеального потока на угол $\beta_2 = v(M_1) - v(M_2)$, возникает пограничный слой с параметрами $M_2, \delta_2, \delta_2^*, \delta_2^{**}$.

Соотношение между параметрами δ_1^{**} и δ_2^{**} выберем в виде [9]

$$\delta_2^{**} / \delta_1^{**} = f = (\rho_1 u_1 M_1^2)_1 / (\rho_1 u_1 M_1^2)_2 \quad (3.1)$$

Определим параметры в изобарической зоне течения. Из второго соотношения системы уравнений (2.5) вычислим толщину вытеснения δ_-^* , а затем, используя условие сохранения массы и условие сохранения импульса в изобарической зоне, определим толщину потери импульса δ_-^{**}

$$\delta_-^* = (\delta_1^* + b) + \varphi_- x, \quad \delta_-^{**} = \delta_2^{**}, \quad \varphi_- = \text{tg } \beta_2 \quad (M_- = M_2) \quad (3.2)$$

Склеивание течения взаимодействия и изобарического течения производится при условии сохранения толщины вытеснения и толщины потери импульса в сечении 3

$$\delta_{3-}^* = \delta_{3+}^*, \quad \delta_{3-}^{**} = \delta_{3+}^{**} \quad (3.3)$$

Этих двух соотношений достаточно, чтобы определить параметры δ_{3+}^* и δ_{3+}^{**} , если известна длина изобарической области x_3 . Рассчитав x_3 по методу работы [10], из соотношений (3.1) — (3.3), получим

$$\delta_{3+}^* = (\delta_1^* + b) + x_3 \text{tg } \beta_2, \quad \delta_{3+}^{**} = f \delta_1^{**}, \quad M_{3+} = M_2 \quad (3.4)$$

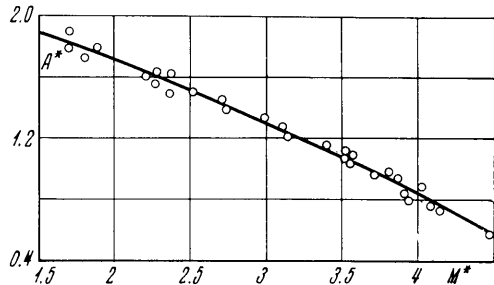
Эти равенства служат начальными граничными условиями при интегрировании системы уравнений (2.5).

Условия течения на плоской пластине ($\beta_4 = 0, \Lambda_4 = 0$) служат конечными граничными условиями в сечении 4. При решении краевой задачи для системы уравнений (2.5) проводится интегрирование системы от сечения 3 в направлении основного течения до сечения 4; при этом методом «пристрелки» подбирается значение M_2 (или p_2) такое, чтобы в сечении 4 получить параметры $\beta_4 = 0$ и $\Lambda_4 = 0$. Метод пристрелки для получения действительного решения по существу представляет собой способ выделения особого решения из двух семейств решений [1, 2].

Неизвестным параметром системы уравнений (2.5) является параметр $A(M)$. Он рассчитывается при использовании экспериментальных данных. В процессе расчетов приближенно рассматривается некоторое среднее значение параметра $A = A^*$, постоянное по всей длине зоны взаимодействия при изменении числа M от M_2 до M_4 . Для каждого конкретного случая течения в донной области [10–12] подбирался параметр A^* таким образом, чтобы при расчете течения взаимодействия пограничного слоя с внешним идеальным потоком, используя систему уравнений (2.5), получить расчетное значение донного давления, равное донному давлению, полученному экспериментально.

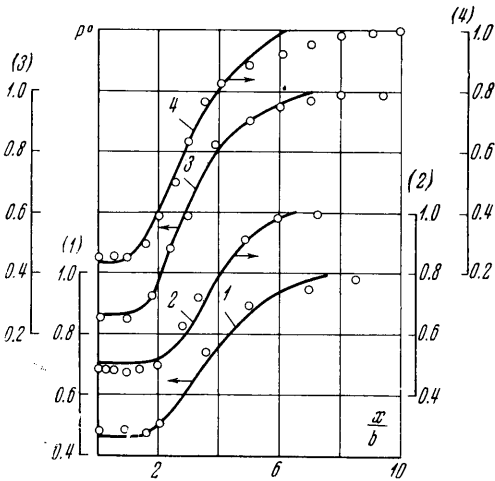
Таким способом были найдены значения параметра A^* в зависимости от среднего значения числа M^* в зоне взаимодействия $M^* = 1/2(M_2 + M_4)$ (фиг. 4).

Расчеты проводились в диапазоне чисел $M_1 = 1.5-4.0$ и $\delta_1^{**} / b = 0.005-0.1$. Теперь, зная зависимость $A^* = A^*(M^*)$, можно, интегрируя систему уравнений (2.5), решать задачу определения донного давления p_2 , вычисляя при этом распределение



Фиг. 4

давления по длине зоны взаимодействия. На фиг. 5 расчетные распределения давления $p^0 = p/p_1$ за уступом при различных числах M невозмущенного сверхзвукового потока перед уступом сравниваются с экспериментальными данными. Кривые 1, 2, 3 и 4 соответствуют значениям



- { $M_1 = 1.56$ и $\delta_1^{**}/b = 0.023$ [¹⁵];
- { $M_1 = 1.84$ и $\delta_1^{**}/b = 0.046$ [¹²];
- { $M_1 = 2.56$ и $\delta_1^{**}/b = 0.05$ [¹¹];
- { $M_1 = 3.02$ и $\delta_1^{**}/b = 0.04$ [¹¹].

В процессе расчетов определяются положения сечений 3, S и 4; например, при числе $M_1 = 1.56$ (фиг. 5, кривая 1) имеем $x_3/b = 1.5$, $x_S/b = 3.6$, $x_4/b = 7.5$.

4. Сделана попытка рассчитать течение за осесимметричным уступом с донными цилиндрическими державками. Использовалась та же модель течения, что и в плоском потоке, но расчет внешнего идеального потока (чтобы получить параметр β) проводился методом характеристик. На фиг. 6 представлена схема течения идеального потока за уступом ($b - b'$ — внутренняя линия тока).

Запишем соотношения для характеристик первого и второго семейства в физической плоскости zy и в плоскости географа скорости $\alpha\beta$

$$\frac{dy}{dz} = \operatorname{tg}(\beta \pm \alpha), \quad \frac{d(v \pm \beta)}{dz} = \frac{l}{y} \tag{4.1}$$

Здесь

$$l = \sin \alpha \sin \beta / \cos(\beta \pm \alpha), \quad v = v(M), \quad \alpha = \operatorname{arc} \operatorname{ctg} \sqrt{M^2 - 1}$$

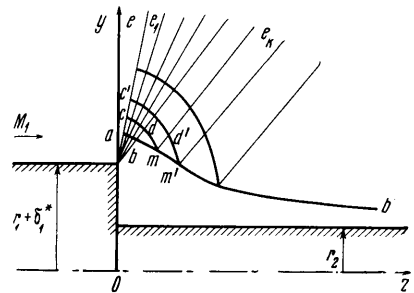
Знак плюс берется для характеристик первого семейства, а знак минус — для характеристик второго семейства. Сначала рассчитывается течение в малой окрестности точки A , из которой проводятся n характеристик первого семейства. Параметры идеального потока вблизи точки A подчиняются соотношению Прандтля — Майера, и характеристики из точки A проводятся таким образом, чтобы получить на каждой из них параметры

$$\alpha_{i+1} = \alpha_i + \Delta\alpha, \quad \beta_i = v_a - v_i$$

$$(i = 1, 2, \dots, n)$$

$$\Delta\alpha = \frac{\alpha_b - \alpha_a}{n - 1}, \quad v_i = f_1(\alpha_i), \quad v_a = f_1(\alpha_a),$$

$$M_a = M_1$$



Фиг. 6

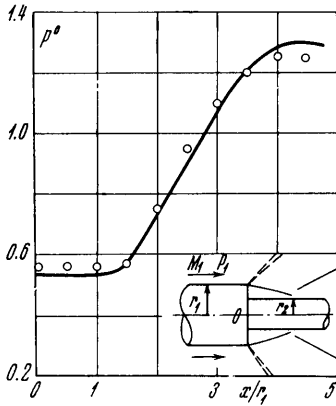
На фиг. 6 Aa — характеристика первого семейства до разворота потока, Ab — характеристика первого семейства после разворота потока в волне разряжения. Рассчитав параметры α_i и β_i на характеристиках первого семейства, можно, используя первое соотношение (4.1), провести характеристику второго семейства ab ($(y_a - y_A)/b \sim \sim 10^{-3}$). Поле течения между характеристиками al и ab теперь можно застроить характеристиками первого и второго семейств, используя соотношения (4.1). Проведем характеристику второго семейства cd и произведем расчет элемента характеристики dm и линии тока bm . Для этого найдем координаты точки m (z_m, y_m), расположенной на внутренней линии тока, записав в физической плоскости соотношения для характеристики второго семейства и линии тока в конечных разностях

$$y_m - y_a = (z_m - z_a) \operatorname{tg}(\beta - \alpha)_a, \quad y_m - y_b = (z_m - z_b) \operatorname{tg} \beta_b \tag{4.2}$$

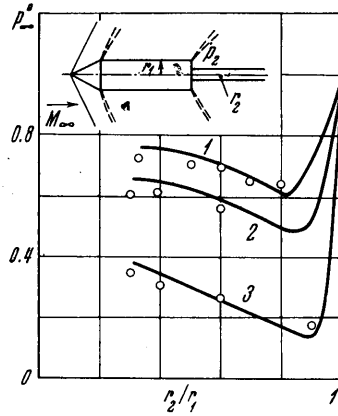
В плоскости годографа скорости для характеристики второго семейства в конечных разностях получим

$$\beta_m = \beta_d + [v(M_m) - v(M_d)] - (z_m - z_d) (l_d / y_d), \quad \alpha_m = \alpha(M_m) \quad (4.3)$$

Для расчета числа M_m используются уравнения пограничного слоя (2.5). Получив характеристику cdm , рассчитываем характеристику $c'd'm'$ и элемент линии тока



Фиг. 7



Фиг. 8

tm' и т. д. Таким образом находится решение для внешнего идеального сверхзвукового потока. Интегрируя систему уравнений (2.5), рассчитываются параметры пограничного слоя δ^* и δ^{**} . Предварительно по методу работы [10] вычисляется z_3 . В сечении начала взаимодействия пограничного слоя с внешним идеальным потоком получим

$$\delta_3^* = (\delta_1^* + b) + \int_0^{z_3} \text{tg } \beta_m dz, \quad \delta_3^{**} = \frac{r_1}{r_2} f \delta_1^{**} \quad (4.4)$$

Конечными граничными условиями для системы уравнений (2.5) служат условия $\beta_4 = 0$ и $\Lambda_4 = 0$ в сечении 4. Предлагаемый метод применялся при радиусе донной державки $r_2 \gg \delta_1$. Результаты расчета по предложенному методу сравниваются с результатами экспериментов, выполненных в работах [13, 14] (фиг. 7, 8).

На фиг. 7 построено распределение давления за уступом при $M_1 = 2.03$, $\delta_1^{**} / b = 0.006$, $r_2 / r_1 = 0.13$ [13], а на фиг. 8 расчетные кривые 1, 2, 3 ($p_\infty^0 = p_2 / p_\infty = \Phi(r_2 / r_1)$) соответствуют значениям параметров $M_\infty = 1.5, 2.0, 2.9$ и $\delta_1^{**} / r_1 = 0.04$ [14]. Параметры потока, набегающего на тело, обозначены на фиг. 8 через M_∞ и p_∞ .

В заключение автор благодарит М. Я. Юделовича и Е. Н. Бондарева за полезные советы и обсуждения работы.

Поступило 23 VI 1970

ЛИТЕРАТУРА

1. Alber I. E., Lees L. Integral theory for supersonic turbulent base flow. AIAA Journal, 1968, vol. 6, No. 7.
2. Гогиш Л. В., Соболева Т. С., Степанов Г. Ю. Взаимодействие турбулентного следа с внешним потоком. Изв. АН СССР, МЖГ, 1969, № 3.
3. Крокко Л. Преобразование уравнений турбулентного пограничного слоя в сжимаемой среде при наличии теплообмена. Сб. перев. «Ракетная техника и космонавтика», 1963, № 12.
4. Льюис Ж. Е. Сжимаемый пограничный слой и его низкоскоростной эквивалент. Сб. перев. «Ракетная техника и космонавтика», 1968, № 6.
5. Сасман П., Кресчи Р. Сжимаемый турбулентный пограничный слой с градиентом давления и теплообменом. Сб. перев. «Ракетная техника и космонавтика», 1966, № 1.
6. Гиневский А. С. Турбулентный след и струя в спутном потоке при наличии продольного градиента давления. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1959, № 2.

7. Меллор Дж. Л., Джибсон Д. М. Равновесные турбулентные пограничные слои. Сб. перев. «Механика», 1967, № 2 (102).
 8. Антонов А. Н., Бондарев Е. Н. Приближенный метод расчета турбулентного пограничного слоя при положительном градиенте давления. Изв. АН СССР, МЖГ, 1968, № 1.
 9. Nash J. E. An analysis of two dimensional turbulent base flow including the effect of the approaching boundary layer. ARC. RM, 1963, No. 3344.
 10. McDonald H. The turbulent supersonic base pressure problem a comparison between a theory and some experimental evidence. Aeronaut. Quart., 1966, No. 17, p. 2.
 11. Рощко А., Томке Ж. Наблюдение присоединения оторвавшегося турбулентного слоя за осесимметричным уступом в сверхзвуковом потоке. Сб. перев. «Ракетная техника и космонавтика», 1966, № 6.
 12. Tomann H. Measurement of heat transfer and recovery temperature in region of separated flow at a mach number of 1,8. Flygtekn. Försöksanst. Medd, Rept. 82.
 13. Reid J., Hastings R. G. Experiments on the axi-symmetric flow over after bodies and bases at $M=2.0$ Royal Aircraft Establishment, Aero, Rept 2628, 1959.
 14. Chapman D. An analysis of base pressure of supersonic velocities and comparison with experiment. NACA Rept, 1951, No. 1051.
 15. Hastings G. G. Turbulent flow past two dimension bases in supersonic streams. Royal Aircraft Establishment, Aero, Rept 293, 1963.
-