8. Русанов В. В. Пространственное обтекание затупленного тела сверхзвуковым потоком газа. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1968, т. 8, № 3.
9. Русанов В. В. Расчет взаимодействия нестационарных ударных волн с препятствиями. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1961, т. 1, № 2.
10. Emery A. F. An evaluation of several differencing method for inviscid fluid flow problems. J. comput. Phys., 1968, vol. 2, No. 3.
11. Зайцев Ю. И., Келдыш В. В. Особые случаи течения вблизи сверхзвуковой кромки и линии пересечения скачков уплотнения. Уч. зап. ЦАГИ, 1970, т. 1, № 1.
12. Панов Ю. А. Взаимодействие падающего трехмерного скачка уплотнения с турбулентным пограничным слоем. Изв. АН СССР, МЖГ, 1968, № 3.

УДК 532.529.2

КОЛЕБАТЕЛЬНАЯ КОНВЕКТИВНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ СЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

В. А. ШТЕЙНБЕРГ

(*Москва*)

Показано, что в сжимаемой, вязкой и теплопроводной жидкости неустойчивость колебательного типа может иметь место только вблизи критической точки жидкость — пар, где термодинамические производные, входящие в критерий устойчивости, имеют особенности. Получены выражения для критерия колебательной неустойчивости и частоты нейтральных колебаний.

1. В отличие от несжимаемой, вязкой и теплопроводной жидкости, где, как известно [1], возможна только стационарная конвекция, система уравнений конвекции в сжимаемой, вязкой и теплопроводной жидкости, как можно легко показать, несамосопряженная и может иметь комплексные собственные значения, т. е. допускать кроме стационарной и колебательную конвективную неустойчивость. Стационарная конвекция в сжимаемой жидкости рассматривалась ранее в [2], при этом предполагалось, что наступающая неустойчивость является стационарной («принцип изменения устойчивости»). Ниже исследуется возможность и условия существования колебательной конвективной неустойчивости в сжимаемой, вязкой и теплопроводной жидкости.

В настоящее время известен целый ряд систем, в которых предсказывалась и наблюдалась конвективная неустойчивость колебательного типа. Существование колебательной ветви в спектре неустойчивости связано в каждом конкретном случае со своим дополнительным механизмом релаксации, ответственным за возникновение колебательной неустойчивости. Так, для бинарной смеси этим дополнительным фактором является соотношение между временами релаксации концентрации и температуры; для плоского слоя жидкости, находящегося в поперечном магнитном поле,— соотношение между временами релаксации магнитного момента и температуры; для плоского слоя вращающейся вокруг вертикальной оси жидкости — соотношение между временами релаксации вихря и температуры и, наконец, для вязко-упругой максвелловской жидкости соответствующим дополнительным фактором является соотношение между временами релаксации вязкого тензора напряжений и температуры. В каждом из этих случаев для каждого соотношения времен релаксации колебательная ветвь неустойчивости начинается только при определенном значении параметра, характеризующего дополнительный механизм релаксации и определяющего его существенность в неустойчивости по сравнению с градиентом температуры (в рассмотренных примерах этим параметром является соответственно градиент концентрации — диффузионное число Рэлея, значение магнитного момента — число Гартмана, значение вращающего момента — число Тейлора и значение максвелловского времени релаксации вязкого тензора напряжения).

Из приведенных примеров видно, что еще один диссипативный механизм, связанный с коэффициентом объемной вязкости, оказался не исследованным — это механизм релаксации плотности.

Параметром, определяющим вклад в конвективную неустойчивость дополнительного механизма релаксации, является $gl(\partial\rho/\partial p)_T$. Очевидно, колебательная конвективная неустойчивость в сжимаемой, вязкой и теплопроводной жидкости может иметь место, если $\lg(\partial\rho/\partial p)_T > 1$, а это возможно или при большой высоте слоя жидкости [1]

$$l > \left[g\left(\frac{\partial\rho}{\partial p}\right)_T\right]^{-1} \tag{1.1}$$

или вблизи критической точки жидкость — пар T_k, где сжимаемость стремится к бесконечности при $T - T_k \to 0$

$$\left(\frac{\partial\rho}{\partial p}\right)_T \sim \left(\frac{T-T_k}{T_k}\right)^{-1} \tag{1.2}$$

Ниже будут рассмотрены оба этих случая.

2. Уравнения, определяющие возникновение конвекции в сжимаемой, вязкой и теплопроводной жидкости, имеют вид (в качестве единиц длины выбрана высота слоя l, времени — l^2/ν, скорости — $\varkappa/l$, температуры — $A_0 l$) [2]

$$\frac{\partial\mathbf{V}}{\partial t} = -\nabla p' + \Delta\mathbf{V} + RT'\boldsymbol{\gamma} - lL_2p'\boldsymbol{\gamma} + \left(\frac{\xi}{\nu}+\frac{1}{3}\right)\nabla\operatorname{div}\mathbf{V}$$

$$\frac{\partial T'}{\partial t} - \frac{lL_2}{R}\frac{\partial p'}{\partial t} = \frac{\operatorname{div}\mathbf{V} + l(L_1-L_2)\mathbf{V}\boldsymbol{\gamma}}{lL_1P}$$

$$P\frac{\partial T'}{\partial t} - \frac{lL_2P}{R}\left(1-\frac{C_v}{C_p}\right)\frac{\partial p'}{\partial t} = (1-\alpha)\mathbf{V}\boldsymbol{\gamma} - \Delta T' \tag{2.1}$$

$$R = \frac{A_0\beta g l^4}{\nu\varkappa}, \qquad lL1 = lA_0\beta, \qquad lL_2 = gl\left(\frac{\partial\rho}{\partial p}\right)_T, \qquad P = \frac{\nu}{\varkappa}$$

$$\alpha = \frac{L_2}{L_1}\left(1-\frac{C_v}{C_p}\right)$$

Здесь $\varkappa$, ν и ξ — коэффициенты температуропроводности, сдвиговой и объемной вязкости соответственно; p', T' — изменения давления и температуры, вызванные конвекцией; C_v и C_p — удельные теплоемкости при постоянном объеме и давлении соответственно; $\nabla T_0 = -A_0\boldsymbol{\gamma}$ — градиент температуры; $\boldsymbol{\gamma}$ — единичный вектор в направлении вертикальной оси.

Исключая из обезразмеренных уравнений конвекции (2.1) давление и горизонтальные компоненты скорости и рассматривая (из-за неограниченности задачи в горизонтальных направлениях) зависимость горизонтальных координат в виде $e^{i\mathbf{kr}}$, где $\mathbf{k}$ — двумерный волновой вектор в плоскости xy, получаем систему двух уравнений для амплитуд вертикальной скорости $V_z \equiv f(z, t)$ и температуры $T' \equiv \tau(z, t)$. Домножая каждое из полученных уравнений на $f(z)$ и $\tau(z)$, интегрируя в пределах $(-1/2, 1/2)$ и считая решения f и τ зависящими от времени по закону $e^{\sigma t}$, получаем вместо системы двух дифференциальных уравнений в частных производных систему двух алгебраических линейных однородных уравнений для амплитуд возмущений. Приравнивая нулю определитель этой системы, получаем характеристическое уравнение для декремента σ

$$\sigma^4 + S_1\sigma^3 + S_2\sigma^2 + S_3\sigma + S_4 = 0 \tag{2.2}$$

---

[1] Покажем, что это значение l должно быть значительно больше того параметра l_1, по которому различают случаи Рэлея и Шварцшильда [2]. При $l \gg l_1$, где

$$l_1 = \left[\gamma_0\frac{\nu\varkappa}{g^2(1-C_v/C_p)}\left(\frac{\partial\rho}{\partial p}\right)_T\right]^{1/4}$$

имеет место предельный случай Шварцшильда, когда в механизме стационарной конвективной неустойчивости можно пренебречь диссипацией по сравнению со сжимаемостью. Это неравенство с учетом оценок $\nu \sim \varkappa \sim \lambda(\partial p/\partial\rho)_T^{1/2}$, где λ — длина свободного пробега молекулы жидкости, можно переписать в виде

$$l > \left[g\left(\frac{\partial\rho}{\partial p}\right)_T\right]^{-1}\left(\frac{\lambda}{l}\right)^2\left[\gamma_0\left(1-\frac{C_v}{C_p}\right)^{-1}\right]^{1/2}$$

и так как $\lambda \ll l$, то (1.1) дает существенно большие значения l, при которых следует искать колебательную неустойчивость.

Коэффициенты S_1, S_2, S_3 и S_4 определяются следующим образом [1]:

$$S_1 = S^{-1}(a_{02}b_{03} - b_{02}a_{03} - a_1b_{01} - a_{01}b_{04}), \qquad S = a_{02}b_{01} - b_{02}a_{01}$$
$$S_2 = S^{-1}(a_{02}b_{05} - a_{03}b_{04} + a_2b_{02} - a_1b_{03} + b_1a_{01}) \tag{2.3}$$
$$S_3 = S^{-1}(a_2b_{04} - a_1b_{05} + b_1a_{03} - b_2a_{02}), \qquad S_4 = S^{-1}(a_1b_2 - a_2b_1)$$

$$a_1 = [f, D^2f] - l^2L_1L_2\frac{C_v}{C_p}\left(1 - \frac{C_v}{C_p}\right)^{-1}[f, Df] +$$
$$+ \left(\frac{\xi}{\nu} + \frac{1}{3}\right)l^2L_1L_2\frac{C_v}{C_p}\left(1 - \frac{C_v}{C_p}\right)^{-1}k^2[f, f]$$
$$a_2 = -Rk^2[f, \tau] - l^2L_1L_2\left(1 - \frac{C_v}{C_p}\right)^{-1}[f, D^2\tau] +$$
$$+ \left(\frac{\xi}{\nu} + \frac{1}{3}\right)l^2L_1L_2\left(1 - \frac{C_v}{C_p}\right)^{-1}k^2[f, D\tau]$$
$$b_1 = -R(1 - \alpha)(l^2L_1L_2P)^{-1}k^2[f, \tau], \qquad b_2 = -R(l^2L_1L_2P)^{-1}k^2[\tau, D\tau]$$
$$a_{01} = l^2L_1L_2P\frac{C_v}{C_p}\left(1 - \frac{C_v}{C_p}\right)^{-1}[f, \tau], \qquad a_{02} = [f, Df] - l^2L_1L_2\frac{C_v}{C_p}\left(1 - \frac{C_v}{C_p}\right)^{-1}[f, f]$$
$$a_{03} = l^2L_1L_2\left(1 - \frac{C_v}{C_p}\right)^{-1}\left\{\left(\frac{\xi}{\nu} + \frac{1}{3}\right)P\frac{C_v}{C_p}k^2[f, \tau] - \left(1 + P\frac{C_v}{C_p}\right)[f, D\tau]\right\}$$
$$b_{01} = -P\frac{C_v}{C_p}[\tau, \tau], \qquad b_{03} = \left(1 + P\frac{C_v}{C_p}\right)[\tau, D\tau] - \left(\frac{\xi}{\nu} + \frac{1}{3}\right)P\frac{C_v}{C_p}k^2[\tau, \tau]$$
$$b_{02} = \frac{C_v}{C_p}[f, \tau], \qquad b_{04} = \left(\frac{\xi}{\nu} + \frac{1}{3}\right)\frac{C_v}{C_p}k^2[f, \tau] - \frac{C_v}{C_p}[f, D\tau]$$
$$b_{05} = -[\tau, D^2\tau] + \left(\frac{\xi}{\nu} + \frac{1}{3}\right)k^2[\tau, D\tau] - R(l^2L_1L_2)^{-1}k^2[\tau, \tau]$$
$$D \equiv \frac{d^2}{dz^2} - k^2, \qquad [u, v] \equiv \int_{-1/2}^{1/2} uv\,dz$$

Таким образом, исследование на устойчивость системы уравнений (2.1) свелось к анализу корней характеристического многочлена (2.2). Из теории алгебраических уравнений известно [3], что границей существования только действительных отрицательных корней многочлена (2.2) является

$$S_4 = 0 \tag{2.4}$$

а условием существования пары чисто мнимых корней (т. е. нейтральной колебательной неустойчивости) согласно условию Орландо [3] является

$$S_4 > 0, \quad S_3(S_1S_2 - S_3) - S_1^2S_4 = 0 \tag{2.5}$$

Характерная частота нейтральных колебаний при этом равна

$$\omega^2 = S_3 / S_1 \tag{2.6}$$

Из условия стационарной неустойчивости (2.4) получаем выражение для стационарного числа Рэлея $R^{(s)}$ как функцию волнового числа k и параметра задачи lL_2

[1] В приведенных выражениях для коэффициентов опущены нечетные по z интегралы ввиду их малости. Действительно, в критерий монотонной неустойчивости они дают вклад (при использовании в качестве пробной функции суперпозиции четных и нечетных решений) порядка $(\nu\varkappa / gl^3)^2 \ll 1$ для разумных значений высоты слоя жидкости l. В критерий же колебательной неустойчивости эти члены дают вклад порядка $(lL_2)^{-1}$ и при $lL_2 > 1$ ими можно пренебречь (в противном случае члены со сжимаемостью несущественны).

$$R^{(s)}(1-\alpha)-\gamma_0(k)-\gamma_1(k)l^2L_2(L_2-L_1)^{-1/2}=0$$

$$\gamma_0(k)=\frac{[f,D^2f]}{[f,\tau_k]},\qquad \gamma_1(k)=\frac{-[f,Df]+(\xi/\nu+{}^4/_3)k^2[f,f]}{[f,\tau_k]},\qquad \tau=\frac{1-\alpha}{k^2}\tau_k \tag{2.7}$$

Выражение (2.7) для критерия стационарной неустойчивости совпадает с полученным ранее в [2] иным методом.

Выражение для критерия колебательной неустойчивости, которое следует из условия (2.5), в общем случае оказывается чрезвычайно громоздким и необозримым и не дает возможности сделать какие-либо выводы. Поэтому в дальнейшем условие колебательной неустойчивости получим для случая свободных границ; однако полученный результат, вероятно, не зависит от условий на границе.

Граничные условия имеют вид

$$f=d^2f\,/\,dz^2=\tau=0\qquad \text{при } z=\pm{}^1/_2 \tag{2.8}$$

При этом с учетом сделанного выше замечания можно считать, что при $lL_2>1$ в уравнения конвекции входят члены одной четности относительно f и τ, и поэтому $f,\tau\sim\cos\pi z$.

Тогда интегралы в (2.3) могут быть легко вычислены, и из условия (2.5) получаем уравнения для критерия колебательной неустойчивости

$$a(k)R^2-b(k)R+d(k)=0 \tag{2.9}$$

$$a(k)=\left(\frac{C_v}{C_p}\right)^2a_0(k)$$

$$b(k)=2\left(\frac{C_v}{C_p}\right)^2\frac{gl^3}{\nu\varkappa}lL_2a_0(k)+\frac{d_0(k)}{P}+\frac{1}{PlL_2}\frac{gl^3}{\nu\varkappa}\left[f_0(k)-\frac{C_v}{C_p}k^4\varphi(k)\right]$$

$$d(k)=\left(\frac{C_v}{C_p}\frac{gl^3}{\nu\varkappa}lL_2\right)^2a_0(k)+\frac{gl^3}{\nu\varkappa}\frac{lL_2}{P}d_0(k)+\left(\frac{gl^3}{\nu\varkappa}\right)^{-1}\frac{f_0(k)}{P}+$$

$$+\frac{gl^3}{\nu\varkappa}\frac{f_1(k)}{lL_2}+\left(\frac{gl^3}{\nu\varkappa}\right)^2\frac{1+P}{(lL_2)^2P}f_2(k)+f_3(k)$$

Здесь a_0, d_0, f_0, φ, f_1, f_2, f_3 — функции волнового числа k и параметров задачи ξ/ν, P, C_v/C_p. Для существования колебательной неустойчивости нужно, чтобы дискриминант квадратного уравнения (2.9) был неположительным

$$4ad-b^2\leqslant 0$$

Это условие выполняется при следующих дополнительных к условию $lL_2>1$ требованиях

$$\frac{C_v}{C_p}\ll 1,\qquad \left(\frac{C_v}{C_p}\right)^{-1}\sim P\sim lL_2,\qquad 1<lL_2<\frac{gl^3}{\nu\varkappa} \tag{2.10}$$

В общем случае для обычной жидкости эти условия не выполняются, и, следовательно, колебательная конвективная неустойчивость отсутствует[1]. Однако, как видно из дальнейшего изложения, эти условия выполняются в жидкости, находящейся вблизи критической точки жидкость — пар.

3. Вблизи критической точки жидкость — пар T_k условия колебательной неустойчивости, как и стационарной [2], сильно изменяются в связи с тем, что в выражения для этих условий входят термодинамические производные, имеющие особенности в критической точке. Из определения критической точки следует [5], что

$$\left(\frac{\partial p}{\partial\rho}\right)_T\sim t\qquad\left(t\equiv\frac{T-T_k}{T_k}\right)$$

[1] В последнее время появилась работа [4], автор которой утверждает, что в сжимаемой, невязкой и теплопроводной жидкости существуют колебательные возмущения, и принцип изменения устойчивости не выполняется. Однако на самом деле из [4] следует, что предложенные уравнения допускают колебательные решения, а используемый в [4] метод не дает возможность показать, имеется ли в этом случае ветвь колебательной конвективной неустойчивости, т. е. реализуется ли в действительности возможное колебательное решение.

вместе со сжимаемостью возрастает

$$C_p \sim t^{-1}, \qquad \beta \sim t^{-1}, \qquad P \sim t^{-1}$$

в то время как $C_v / C_p \sim t \to 0$ по мере приближения к критической точке. Отсюда видно, что при этом удовлетворяются условия существования колебательной неустойчивости, выписанные в (2.10).

Так как в критерии Рэлея R входят величины C_p и β, имеющие особенность вблизи T_k, то перепишем уравнение (2.9), обезразмерив градиент температуры соответствующей комбинацией критических параметров, а сжимаемость, температуропроводность $\varkappa$ и теплоемкость C_p записав в виде

$$lL_2 = \frac{g\rho_k l}{p_k}(At)^{-1}, \qquad C_p = C_p^\infty (At)^{-1}, \qquad \varkappa = \varkappa^\infty At$$

(индексом ∞ вверху обозначены значения величин вдали от T_k). Теперь уравнение для определения критерия колебательной неустойчивости имеет вид

$$(b_0c)^2 a_0(k) - (b_0c) \left\{2a_0(k) + \frac{\varkappa^\infty At}{\nu\delta\varepsilon} d_0(k) + \frac{\varkappa^\infty At}{\nu\delta^2}[f_0(k) - Atk^4\varphi(k)]\right\} +$$

$$+ \left\{a_0(k) + \frac{\varkappa^\infty At}{\nu\delta\varepsilon} d_0(k) + \frac{\varkappa^\infty At}{\nu\delta^2} f_0(k) + \frac{(At)^2}{\varepsilon\delta^3} f_1(k) + \right.$$

$$\left. + \frac{(At)^2}{\delta^4}\left(1 + \frac{\varkappa_\infty}{\nu}At\right) f_2(k) + \left(\frac{At}{\delta\varepsilon}\right)^2 f_3(k)\right\} = 0$$

Здесь

$$\delta = \frac{g\rho_k l}{p_k}, \qquad \varepsilon = \frac{gl^3}{\nu\varkappa^\infty}, \qquad b_0 = \frac{A_0 p_k}{g\rho_k T_k}, \qquad c = \frac{T_k}{p_k}\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_k, \qquad A = \frac{\rho_k T_k}{p_k}\left(\frac{\partial^2 p}{\partial\rho\,\partial T}\right)_k$$

$$a_0(k) = k^4 \left\{\left(1 + P\frac{C_v}{C_p}\right)\pi^2 + \left[1 + P\frac{C_v}{C_p}\left(\frac{\xi}{\nu} + \frac{4}{3}\right)\right]k^2\right\}$$

$$d_0(k) = k^2(\pi^2 + k^2)\left\{\left(P\frac{C_v}{C_p}\right)^2(\pi^2 + k^2)^2\left[\pi^2 + \left(\frac{\xi}{\nu} + \frac{4}{3}\right)k^2\right] + \right.$$

$$+ \left[\left(1 + P\frac{C_v}{C_p}\right)\pi^2 + \left(1 + P\frac{C_v}{C_p}\left(\frac{\xi}{\nu} + \frac{4}{3}\right)\right)k^2\right]\psi(k) -$$

$$\left. - \left[\pi^2 + \left(\frac{\xi}{\nu} + \frac{4}{3}\right)k^2\right]\varphi(k)\right\}, \tag{3.1}$$

$$f_0(k) = -2P\frac{C_v}{C_p}(\pi^2 + k^2)a_0(k)$$

$$f_1(k) = k^2(\pi^2 + k^2)^3 \{\psi(k) + k^{-4}[\pi^2 + (\xi/\nu + 4/3)k^2]\, a_0(k)\}$$

$$f_2(k) = (\pi^2 + k^2)^2 a_0(k), \qquad f_3(k) = (\pi^2 + k^2)^4[\pi^2 + (\xi/\nu + 4/3)k^2]\psi(k)$$

$$\varphi(k) = \left\{\left(1 + 2P\frac{C_v}{C_p}\right)\pi^2 + \left[1 + P\frac{C_v}{C_p}\left(\xi/\nu + \frac{7}{3}\right)\right]k^2\right\}^2$$

$$\psi(k) = 2\left(1 + P\frac{C_v}{C_p}\right)^2\pi^4 + \left[\frac{\xi}{\nu} + \frac{13}{3} + 3P\frac{C_v}{C_p}\left(2\frac{\xi}{\nu} + \frac{13}{3}\right) + \right.$$

$$\left. + \left(P\frac{C_v}{C_p}\right)^2 3\left(\frac{\xi}{\nu} + \frac{5}{3}\right)\right]\pi^2k^2 + \left[\frac{\xi}{\nu} + \frac{7}{3} + P\frac{C_v}{C_p}\left(\frac{\xi}{\nu} + \frac{7}{3}\right)^2 + \right.$$

$$\left. + \left(P\frac{C_v}{C_p}\right)^2\left(\frac{\xi}{\nu} + \frac{4}{3}\right)\left(\frac{\xi}{\nu} + \frac{7}{3}\right)\right]k^4$$

Отсюда при $At < g\rho_k l / p_k$ (или иначе $lL_2 > 1$)

$$b_0 = \frac{1}{c}\left\{1 - At\left(\frac{g\rho_k l}{p_k}\right)^{-2}(\pi^2 + k^2)\left[P\frac{C_v}{C_p} \pm \left(\left(P\frac{C_v}{C_p}\right)^2 - 1\right)^{1/2}\right]\right\} \tag{3.2}$$

Минимизируя по k, получаем окончательно критерий колебательной неустойчивости сжимаемой, вязкой и теплопроводной жидкости при $k_0 = 0$

$$b_0 = \frac{1}{c}\left\{1 - At\left(\frac{g\rho_k l}{p_k}\right)^{-2}\pi^2\left[P\frac{C_v}{C_p} + \left(\left(P\frac{C_v}{C_p}\right)^2 - 1\right)^{1/2}\right]\right\} \tag{3.3}$$

Безразмерная частота нейтральных колебаний при этом равна

$$\omega^2 = \left(\frac{g\rho_k l}{p_k}\right)^{-1}\frac{gl^3}{\nu\varkappa^\infty}\frac{1}{1+2PC_v/C_p} \tag{3.4}$$

или в размерном виде

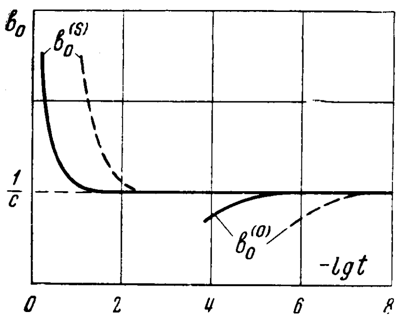
$$\omega^2 = \frac{g}{l}\left(\frac{g\rho_k l}{p_k}\right)^{-1}\frac{1}{1+2PC_v/C_p} \tag{3.5}$$

Для типичных значений критических параметров $p_k = 5\cdot 10^7$ *дин/см*^{2}, $\rho_k = 0.5$ *г/см*^{3} получаем

$$\omega \approx 10^4 l^{-1}\ \text{гц}$$

т. е. при $l \sim 10^{-1} \div 1$ *см* имеем $\omega \sim 10^4 \div 10^5$ *гц* — звуковые частоты. Следовательно, полученная неустойчивость представляет собой колебания слоя жидкости в вертикальной плоскости, связанные с бесконечной сжимаемостью среды. В данном случае, это явление, очевидно, связано с тем, что при малой температуропроводности периодические изменения плотности при изменении давления (т. е. звуковые колебания из-за изменения давления при смещении элемента жидкости по высоте) приводят к периодическому изменению подъемной силы, т. е. колебанию слоя жидкости.

Таким образом, вблизи критической точки жидкость — пар (при $t < g\rho_k l / p_k \sim 10^{-5} l$) сначала наступает колебательная конвективная неустойчивость с нулевым волновым вектором и с частотой порядка звуковой. С приближением к критической точке значение критерия колебательной неустойчивости стремится снизу, а стационарной неустойчивости сверху к критерию Шварцшильда (фигура).



4. Возможен еще один механизм, который может иметь место вблизи критической точки и приводить к колебательной неустойчивости,— это временная дисперсия второй вязкости, связанная с большими временами релаксации при сжатии. Тогда в случае временной дисперсии второй вязкости коэффициент объемной вязкости можно записать в виде оператора

$$\hat{\xi} = \frac{\xi_0}{1+\tau_0\,\partial/\partial t} \tag{4.1}$$

где τ_0 — характерное время релаксации объемной вязкости.

Подставляя его в уравнение Навье — Стокса, получаем уравнения конвекции, аналогичные уравнениям конвекции максвелловской вязко-упругой жидкости, в которой, как известно [6], имеется колебательная неустойчивость, начиная с некоторого значения τ_0.

Автор благодарен М. Ш. Гитерману за неизменное внимание к работе и ценные замечания.

Поступило 6 X 1970

ЛИТЕРАТУРА

1. Pellew A., Southwell R. V. On maintained convective motion in a fluid heated from below. Proc. Roy. Soc., A. 1940, vol. 176, p. 312.
2. Гитерман М. Ш., Штейнберг В. А. Критерии возникновения свободной конвекции в сжимаемой, вязкой и теплопроводной жидкости. ПММ, 1970, т. 34, № 2.
3. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц, Изд. 2. М., «Наука», 1966.
4. Banerjee Mihir B. Thermal instability of nonhomogeneous fluids. Japan. J. Appl. Phys., 1969, vol. 8, No. 11.
5. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика, т. 5. Статистическая физика, Изд. 2, М., «Наука», 1964.
6. Vest C. M., Arpaci V. S. Overstability of a viscoelastic fluid layer heated from below. J. Fluid Mech., 1969, vol. 36, No. 3.