

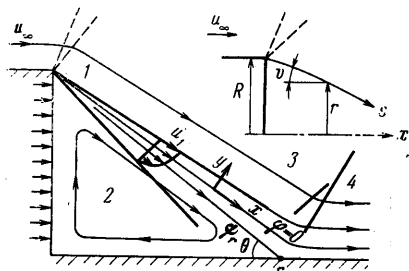
ДАВЛЕНИЕ И ТЕМПЕРАТУРА ЗА ТЕЛАМИ СО СРЕЗОМ В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ ПРИ ПОДАЧЕ ИНЕРТНЫХ И РЕАГИРУЮЩИХ ГАЗОВ В ДОННУЮ ОБЛАСТЬ

К. Е. ЮРЧЕНОК

(Ленинград)

Исследуется влияние подачи реагирующих и инертных газов в донную область за плоскими и осесимметричными телами на давление и температуру в этой области при отсутствии теплообмена между телом и донной областью. Течение в зоне смешения предполагается турбулентным. Для исследования влияния подачи реагирующих газов на параметры в донной области используется модель диффузионного горения. Расчет донного давления проводится по методу Корста [1]. В качестве профиля скоростей в зоне смешения используется выражение, получающееся в результате интегрирования уравнения движения в переменных Мизеса. Температура и концентрации компонент в донной области определяются из интегральных условий сохранения энтальпии и концентраций, позволяющих производить расчет параметров в донной области при произвольных, в том числе как угодно малых, расходах реагирующего газа. Приводятся результаты расчетов донного давления при вдувании в донную область водорода и аргона. В последнем случае было проведено сравнение расчетных данных с экспериментальными.

Исследованию влияния различного рода физико-химических процессов, которые могут иметь место в зоне смешения, образующейся на границе внешнего потока и донной области (фиг. 1), на параметры течения в донной области посвящено сравнительно небольшое число работ. Отметим, в частности, работу Дэвиса [2], в которой теоретически и экспериментально исследовалось влияние диффузионного горения водорода, подаваемого в след за плоской ступенькой, на донные давление и температуру. Метод расчета донного давления, использованный в [2], является обобщением метода Корста [1] на случай течения химически реагирующей



Фиг. 1

смеси. В частности, в качестве профиля скоростей в зоне смешения в работе [2], так же как и в методе Корста, используется функция ошибок. Иными словами, влияние процесса горения в зоне смешения на форму профиля скоростей не учитывается. Это обстоятельство может существенно сказаться на точности метода расчета.

1. Определение профиля скоростей в зоне смешения. Схема течения в ближнем следе за плоской ступенькой приведена на фиг. 1. Будем считать течение в зоне смешения турбулентным. В соответствии с анализом, проведенным в работе [3], примем для коэффициента турбулентного перемешивания ϵ гипотезу Прандтля, согласно которой будем иметь

$$\rho \epsilon = f(x) = \kappa s \rho_1 u_1 \quad (1.1)$$

Здесь x — продольная координата, u — продольная скорость в зоне смешения, ρ — плотность, κ и s — постоянные турбулентности, определяемые из опыта; индексом 1 обозначены параметры на верхней границе зоны сме-

шения (верхней здесь и в дальнейшем для краткости называется граница зоны смешения и внешнего потока).

Для определения профиля скоростей в зоне смешения воспользуемся выражением, получающимся из уравнения движения в переменных Мизеса [3, 4]. Это выражение имеет вид

$$U^2 = 1 - \frac{\Phi(\eta)}{\Phi(-\infty)} \quad (1.2)$$

$$\Phi(\eta) = \int_{-\infty}^{\eta} R(U) \exp \left[-\frac{1}{2} \int_0^{\eta} R(U) U^{-1/2} \eta \, d\eta \right] d\eta$$

$$R(U) = \frac{1 - C_1^2}{\rho^0}, \quad C_1^2 = \frac{1/2(\gamma_1 - 1)M_1^2}{1 + 1/2(\gamma_1 - 1)M_1^2} \quad (1.3)$$

$$U = \frac{u}{u_1}, \quad \rho^0 = \frac{\rho}{\rho_1}, \quad \eta = \frac{\psi}{\sqrt{\xi}}, \quad \psi = \int_0^y \rho u \, dy$$

Здесь ψ — функция тока, y — поперечная координата, отсчитываемая от нулевой линии тока ($\psi = 0$), C — число Крокко, M — число Маха, γ — отношение удельных теплоемкостей при постоянном давлении c_p и постоянном объеме c_v ($\gamma = c_p / c_v$), ξ — переменная, выражаемая соотношением

$$\xi = 1/2 \mu c_{p1}^2 u_1^2 (1 - C_1^2) x^2 \quad (1.4)$$

Таким образом, для определения профиля скоростей в зоне смешения, и в частности необходимой для расчета донного давления скорости на разделяющей линии тока u_* , нужно установить зависимость плотности от скорости в зоне смешения.

Из уравнения состояния для смеси газов

$$p = \rho R_0 T / m, \quad m = \left(\sum_i c_i / m_i \right)^{-1} \quad (1.5)$$

и условия постоянства давления поперек зоны смешения будем иметь

$$\rho^0 = m^0 / T^0, \quad m^0 = m / m_1, \quad T^0 = T / T_1 \quad (1.6)$$

Здесь m и m_i — молекулярные веса смеси и i -й компоненты соответственно, T — температура газа, c_i — массовая концентрация i -й компоненты, R_0 — универсальная газовая постоянная.

При установлении зависимости температуры и концентраций от скорости примем допущение о равенстве единице турбулентных аналогов чисел Прандтля и Шмидта. В этом случае, как известно [5], существуют интегралы Крокко и Пробстина

$$H = a + bu, \quad c_i = d + gu \quad (1.7)$$

Здесь H — полная энтальпия смеси, выражаемая равенством

$$H = c_p T + 1/2 u^2 + \sum_i c_i h_{i0}, \quad c_p = \sum_i c_i c_{pi} \quad (1.8)$$

c_{pi} — удельная теплоемкость i -й компоненты, принимаемая постоянной, не зависящей от температуры, h_{i0} — энтальпия образования i -й компоненты при стандартных условиях.

Постоянные a , b , d и g , входящие в выражения (1.7), должны определяться из граничных условий.

2. Распределение концентраций и полных энтальпий в зоне смешения.

При подаче в донную область реагирующего газа последний может при соответствующих условиях вступать в химическое взаимодействие с компонентами внешнего потока. Ограничимся рассмотрением случая, когда скорость химической реакции бесконечно велика по сравнению со скоростью диффузии (модель диффузионного горения). Предполагая, что смесь газов в зоне смешения четырехкомпонентная, а уравнение химической реакции имеет вид



где R , A , P — символы химических соединений, участвующих в реакции: R — окислитель (кислород), A — горючее (газ, подаваемый в донную область), P — продукт реакции, ν_R , ν_A и ν_P — стехиометрические коэффициенты, напишем условия для концентраций компонент на границах зоны смешения

$$\begin{aligned} c_R = c_{R1}, \quad c_A = 0, \quad c_P = 0, \quad c_N = c_{N1} \quad \text{при } u = u_1 \\ c_R = 0, \quad c_A = c_{A2}, \quad c_P = c_{P2}, \quad c_N = c_{N2} \quad \text{при } u = 0 \end{aligned} \quad (2.2)$$

В соответствии с принятой моделью диффузионного горения концентрации окислителя и горючего на фронте пламени должны обращаться в нуль, а диффузионные потоки этих компонент должны находиться в стехиометрическом соотношении, т. е. при $u = u_*$

$$c_R = c_A = 0, \quad \left(\frac{dc_R}{du} \right)_* = -L \left(\frac{dc_A}{du} \right)_*, \quad L = \frac{\nu_R m_R}{\nu_A m_A} \quad (2.3)$$

Здесь звездочкой обозначены параметры на фронте пламени.

Применяя условия (2.2) и (2.3) ко второму из равенств (1.7), найдем зависимость концентраций компонент в зоне смешения от скорости. Выражение для концентрации инертного газа, справедливое во всей зоне смешения, имеет вид

$$c_N = c_{N2} - (c_{N2} - c_{N1})U \quad (2.4)$$

Для других компонент имеем

$$\begin{aligned} c_A &= c_{A2} - (c_{A2} + c_{R1}/L)U, & \text{при } 0 \leq u \leq u_* \\ c_R &= 0, \quad c_P = 1 - c_A - c_N \\ c_R &= (c_{R1} + Lc_{A2})U - Lc_{A2}, & \text{при } u_* \leq u \leq u_1 \\ c_A &= 0, \quad c_P = 1 - c_R - c_N \end{aligned} \quad (2.5)$$

Здесь u_* — скорость на фронте пламени, определяемая из соотношения

$$u_*/u_1 = Lc_{A2}/(c_{R1} + Lc_{A2}) \quad (2.6)$$

При подаче инертного газа I в донную область смесь в зоне смешения будет трехкомпонентной (N , R и I), а распределения концентраций будут выражаться соотношениями

$$\begin{aligned} c_N &= c_{N2} - (c_{N2} - c_{N1})U, & c_R &= c_{R2} - (c_{R2} - c_{R1})U \\ c_I &= 1 - c_N - c_R \end{aligned} \quad (2.7)$$

Для полной энтальпии H условия на границах зоны смешения имеют вид

$$H = H_1, H_1 = c_{p1}T_1 + \frac{1}{2}u_1^2 + \sum_i c_{i1}h_{i0} \quad \text{при } u = u_1 \quad (2.8)$$

$$H = H_2, H_2 = c_{p2}T_2 + \sum_i c_{i2}h_{i0} \quad \text{при } u = 0$$

Применяя граничные условия (2.8) к первому из равенств (1.7), найдем зависимость температуры от скорости

$$T^\circ = \frac{1}{c_{p^\circ}} \left[H_2^\circ + (H_1^\circ - H_2^\circ)U - \sum_i c_{i1}h_{i0}^\circ - \frac{1}{2}(\gamma_1 - 1)M_1^2 U_2 \right] \quad (2.9)$$

$$c_{p^\circ} = c_p / c_{p1}, \quad H^\circ = H / c_{p1}T_1, \quad h_{i0}^\circ = h_{i0} / c_{p1}T_1$$

Следует отметить, что приведенные соотношения для концентраций и температуры содержат неизвестные пока значения концентраций и энтальпии на границе зоны смешения и донной области (при $u = 0$), которые должны определяться из дополнительных условий (эти условия рассматриваются ниже в п. 3).

3. Определение концентраций компонент и энтальпии в донной области. В соответствии с моделью течения, лежащей в основе теории Корста [1], должно выполняться условие сохранения массы газа в донной области. Это условие может быть записано в виде равенства

$$G = \psi_r \quad (3.1)$$

где G — расход вдуваемого газа на единицу длины, ψ_r — функция тока, определяющая положение разделяющей линии тока.

Составим выражения для массовых расходов отдельных компонент, характеризующие поступление этих компонент в донную область. Для компонент, вдуваемых в донную область, будем, очевидно, иметь

$$M_j = G + \int_{\psi_r}^{\psi_2} c_j d\psi, \quad j = A, I \quad (3.2)$$

Здесь ψ_2 — функция тока, характеризующая положение границы зоны смешения и донной области.

Для других компонент имеем

$$M_i = \int_{\psi_r}^{\psi_2} c_i d\psi, \quad i = R, N, P \quad (3.3)$$

Суммируя массовые расходы всех компонент, найдем массовый расход газа, поступающего в донную область

$$M = \sum_i M_i = G + \psi_2 - \psi_r = \psi_2 \quad (3.4)$$

Используя выражения (3.3) и (3.2), составим отношение массовых расходов реагирующих компонент

$$M_R/M_A = \left(\int_{\psi_r}^{\psi_2} c_R d\psi \right) \left(G + \int_{\psi_r}^{\psi_2} c_A d\psi \right)^{-1} \quad (3.5)$$

Будем предполагать, что скорость химической реакции между компонентами R и A намного превышает скорость процессов переноса. В этом

случае в зависимости от величины отношения M_R/M_A химическое взаимодействие между реагирующими компонентами будет иметь место либо в донной области, либо в зоне смешения. Если

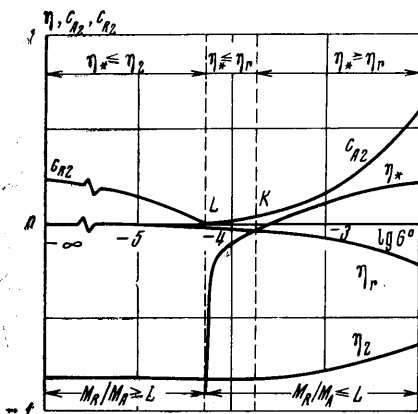
$$M_R/M_A > L \quad (L = v_R m_R / v_A m_A)$$

то вдуваемая компонента A будет полностью выгорать в донной области, а горение в зоне смешения, очевидно, не будет иметь места. В донной области будут присутствовать только компоненты R , N и P .

Масса компоненты R , остающаяся в донной области после выгорания, будет равняться

$$M_{RS} = \int_{\psi_r}^{\psi_2} c_R d\psi - LG \quad (3.6)$$

Составляя отношение величин M_{RS} и M из равенств (3.6) и (3.4) и переходя в полученном выражении от функции тока ψ к координате $\eta = \psi / \sqrt{\xi}$, найдем значение концентрации компоненты R в донной области



Фиг. 2

$$c_{R2} = \frac{1}{\eta_2} \left(\int_{\eta_r}^{\eta_2} c_R d\eta - L\eta_r \right) \quad (3.7)$$

при $M_R/M_A > L$

Если $M_R/M_A < L$, то в донной области будут присутствовать компоненты A , P и N , а в зоне смешения будет иметь место диффузионное горение. В этом случае масса компонента A , остающаяся в донной области, будет выражаться равенством

$$M_{AS} = G + \int_{\psi_r}^{\psi_2} c_A d\psi - \frac{1}{L} \int_{\psi_r}^{\psi_2} c_R d\psi \quad (3.8)$$

Совершая преобразования, аналогичные тем, которые были проведены с равенством (3.6), найдем величину концентрации компоненты A в донной области

$$c_{A2} = \frac{1}{\eta_2} \left(\eta_r + \int_{\eta_r}^{\eta_2} c_A d\eta - \frac{1}{L} \int_{\eta_r}^{\eta_2} c_R d\eta \right) \quad (3.10)$$

Концентрация нейтральной компоненты N в донной области может быть определена из соотношения

$$c_{N2} = \frac{1}{\eta_2} \int_{\eta_r}^{\eta_2} c_N d\eta \quad (3.9)$$

Концентрация продукта реакции P в донной области определится из условий

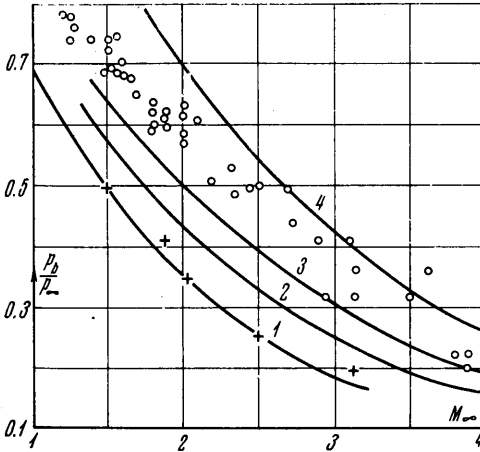
$$\begin{aligned} c_{P2} &= 1 - c_{N2} - c_{R2} & \text{при } M_R/M_A > L \\ c_{P2} &= 1 - c_{N2} - c_{A2} & \text{при } M_R/M_A < L \end{aligned} \quad (3.11)$$

Приведенные рассуждения становятся более понятными, если обратиться к фиг. 2, на которой изображены зависимости величин η_2 , η_r , η_* ,

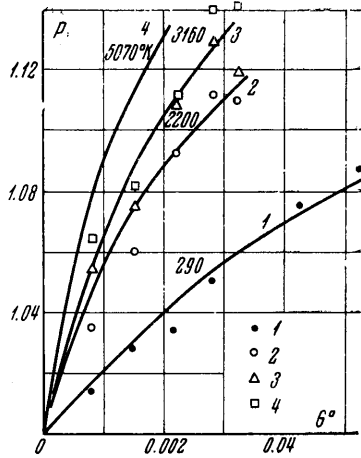
c_{A2} и c_{R2} от безразмерного расхода вдуваемого газа G°

$$G^\circ = G / \rho_\infty u_\infty h \quad (3.12)$$

где η_* — координата фронта пламени, h — высота ступеньки, индексом ∞ обозначены параметры набегающего потока. Зависимости на фиг. 2 были получены в результате расчета течения за плоской ступенькой при подаче водорода в донную область ($M_\infty = 6$, $T_i = 1920^\circ \text{K}$ — температура торможения в набегающем потоке).



Фиг. 3



Фиг. 4

Точка L на оси абсцисс (фиг. 2) соответствует значению расхода компоненты A , при котором имеет место равенство $M_R/M_A = L$. Слева от точки L лежит область расходов, при которых компонента A полностью выгорает в донной области ($c_{A2} = 0$). Концентрации c_{R2} и c_{P2} при $G^\circ < G_L^\circ$ определяются равенством (3.7) и первым из соотношений (3.11). Распределение концентраций компонент в зоне смешения в этом случае описывается равенствами (2.7) с тем отличием, что индекс I в третьем из равенств (2.7) следует заменить на индекс P .

Справа от точки L лежит область расходов, при которых в зоне смешения осуществляется режим течения с диффузионным горением. Концентрации c_{A2} и c_{P2} при $G^\circ > G_L^\circ$ определяются выражением (3.9) и вторым из соотношений (3.11). Распределение концентраций в зоне смешения описывается равенствами (2.4), (2.5). В рассматриваемой области расходов $G^\circ > G_L^\circ$ можно указать на точку K , характерную тем, что при расходах $G^\circ > G_K^\circ$ фронт пламени располагается «выше» разделяющей линии тока, т. е. $\eta_* > \eta_r$. В этом случае компонента R не попадает в донную область (третий член в выражении (3.9) равен нулю; подобные режимы течения были рассмотрены в цитированной выше работе Дэвиса [2]).

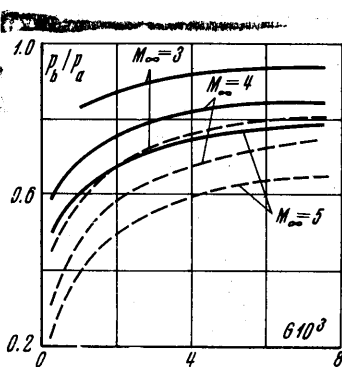
При $G^\circ < G_K^\circ$ фронт пламени располагается «ниже» разделяющей линии тока, перемещаясь по мере уменьшения расхода от G_K° до G_L° к границе зоны смешения и донной области.

Используя условие сохранения энергии, найдем значение полной энтальпии в донной области

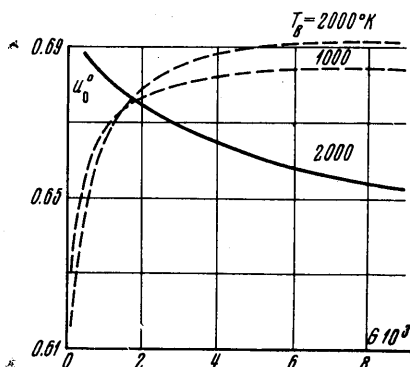
$$H_2 = \frac{1}{\eta_2} \left(H_B \eta_r + \int_{\eta_r} H d\eta \right) \quad (3.13)$$

где H_B — энтальпия вдуваемого газа.

4. Порядок расчета. Полученные выше соотношения позволяют определить параметры течения в донной области при вдувании в эту область реагирующих и инертных газов. Расчет проводится методом последовательных приближений. В качестве исходных данных задаются температура торможения и состав газа в набегающем потоке, энтальпия вдуваемого газа H_2 . В качестве параметра, определяющего интенсивность вдувания в донную область, задается координата η_r . В донной области необходимо задаться приемлемыми значениями концентраций компонент c_{i2}



Фиг. 5



Фиг. 6

и энтальпии H_2 . На границе зоны смешения и внешнего потока необходимо задать приемлемое значение числа Маха M_1 . Затем, задавшись формой профиля скоростей в нулевом приближении, можно по соотношению (1.2) определить действительный профиль скоростей, соответствующий заданным значениям параметров на границах зоны смешения. Используя полученный профиль скоростей, можно по формулам, приведенным в п. 3, определить новые распределения концентраций и энтальпии в зоне смешения и значения этих параметров в донной области и т. д. После определения с заданной точностью параметров c_{i2} и H_2 и соответствующих значениям этих параметров профилей скоростей и плотностей можно по методу Корста определить донное давление и соответствующее ему число Маха в набегающем потоке. При несовпадении полученного числа M_∞ с заданным следует изменить в нужную сторону число M_1 и повторить расчет и т. д.

Величина расхода вдуваемого газа, соответствующая заданному значению координаты разделяющей линии тока η_r , может быть вычислена по формуле

$$G = \sqrt{1/2 \kappa c_p u_1} \sqrt{1 - C_1^2} x_r (-\eta_r), \quad x_r = h / \sin \theta \quad (4.1)$$

где x_r — расстояние от угловой точки до точки присоединения разделяющей линии тока ψ_r , θ — угол поворота потока вблизи угловой точки. Заметим, что соотношение (4.1) получается простыми преобразованиями из равенств (3.1) и (1.4).

5. Расчет течения за осесимметричным телом. Изложенный метод расчета может быть использован для расчета течений за осесимметричными телами с державками и без них, если ширина зоны смешения δ много меньше радиуса поперечной кривизны потока r_0 ($\delta \ll r_0$). В этом случае уравнения движения для плоского и осесимметричного пограничных слоев в переменных Мизеса имеют одинаковый вид, и, таким образом, основное соотношение (1.2) может быть использовано и для расчета профиля ско-

ростей в осесимметричном пограничном слое. При расчете донного давления по методу Корста следует лишь учесть кривизну границы между внешним потоком и донной областью, а также произвести расчет течения расширения вблизи задней кромки тела. Расчет границы потока может быть проведен по методу характеристик, изложенному в работе [3], а течения расширения — по методу работы [7].

Однако ниже, учитывая иллюстративный характер расчетов, течение расширения рассчитывалось по формуле Прандтля — Мейера, а граница потока определялась приближенно по методу, основанному на тех же допущениях, что и получивший известное распространение метод расчета границы недорасширенной сверхзвуковой струи на начальном участке [8]. В соответствии с принимаемым в методе приближением вместо точных уравнений [8]

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial s} &= -\rho v \frac{\partial v}{\partial s}, & \frac{\partial p}{\partial \psi} &= -\frac{v}{r} \frac{\partial \theta}{\partial s} \\ \frac{\partial \theta}{\partial \psi} &= -\frac{\sin \theta}{\rho v r^2} - \frac{1}{\rho^2 v^2 r} \frac{\partial}{\partial s}(\rho v) \end{aligned} \quad (5.1)$$

выражающих зависимость давления p , скорости v и угла θ , составляемого касательной к линии тока s с осью x (см. фиг. 1) от переменных ψ , s (ψ — функция тока, тождественно удовлетворяющая уравнению неразрывности), используется приближенная система уравнений

$$\frac{dp}{d\psi} = -\frac{v}{r} \frac{\partial \theta}{\partial s}, \quad \frac{\partial \theta}{\partial \psi} = -\frac{\sin \theta}{\rho v r^2} \quad (5.2)$$

которые получаются из системы (5.1) в предположении, что вблизи границы струи параметры p , ρ и v можно считать независимыми от s [8]. Если, кроме того, принять во внимание, что угол θ обычно мал, и вместо точного соотношения

$$\partial r / \partial s = \sin \theta \quad (5.3)$$

использовать приближенное $\partial r / \partial s \simeq \theta$, то с учетом первого из уравнений (5.2) нетрудно получить

$$\frac{\partial^2 r}{\partial s^2} = r v^2, \quad v^2 = \frac{1}{v} \frac{dp}{d\psi} \quad (5.4)$$

решение которого имеет вид

$$r = A \sin [(s_m - s)v] \quad (5.5)$$

где $A = A(\psi)$, а s_m — длина дуги от $r = 1$ до $r = 0$. Отметим, что здесь и ранее все линейные величины отнесены к радиусу донного среза, принятому за единицу, а для безразмерных величин сохранены те же обозначения, что и для размерных. Далее, используя соотношение, связывающее p , v и θ в линеаризованном потоке

$$\frac{dp}{d\theta} = -\frac{\rho v^2}{\sqrt{M_1^2 - 1}} \quad (5.6)$$

равенство (5.3) и условия при $s = 0$

$$r = 1 \quad \frac{\partial r}{\partial s} = \sin \theta^*, \quad \frac{\partial^2 r}{\partial s^2} = -\frac{\sin 2\theta^*}{2\sqrt{M_1^2 - 1}} \quad (5.7)$$

найдем необходимые для определения границы струи величины

$$v^2 = \frac{\sin^2 2\theta_*}{2\sqrt{M_1^2 - 1}} \quad A^2 = 1 + \frac{\sin^2 \theta_*}{v^2}, \quad s_m = \frac{1}{v} \arcsin \frac{1}{A} \quad (5.8)$$

Здесь v_* — угол поворота потока после его расширения вблизи угловой точки.

Положение замыкающего скачка уплотнения и радиус «горла» определены по данным работы [9].

6. Результаты расчетов. По изложенному методу были проведены расчеты донного давления за плоской ступенькой и осесимметричным телом при отсутствии вдува и для режима так называемого «слабого» вдува, т. е. для таких интенсивностей вдува, при которых оказывается справедливой используемая в данной работе схема течения в донной области. При этом следует отметить, что теоретическое определение предельных значений расхода вдуваемого вещества G_{lim}° , т. е. значений расхода, при которых вдув перестает быть слабым, в настоящее время не представляется возможным. Опытные данные по вдуву различных инертных газов в донную область свидетельствуют о том, что величина G_{lim}° обычно не превышает значения, равного 0.01, а максимальное значение отношения p_b/p_∞ , достигаемое в опытах, не превышает значений 0.75—0.85 (p_b — донное давление). Что касается вдува реагирующих газов в донную область, то в связи с отсутствием опытных данных оценка границы режимов слабого вдува еще более затруднительна. Указанное обстоятельство необходимо иметь в виду при рассмотрении приводимых ниже результатов по вдуву реагирующих газов.

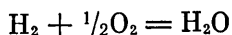
Переходя к изложению результатов расчетов, отметим, что во всех расчетах для параметра присоединения $N = (p_r - p_b) / (p_4 - p_b)$ (p_r — давление в точке присоединения, p_4 — давление за замыкающим скачком уплотнения) было принято значение $N = 1$. Использование в расчетах значения $N = 0.35$, установленного в опытах Нэша [10], приводит при отсутствии учета влияния начального пограничного слоя на донное давление к заниженным значениям последнего. Отметим также, что в некоторых работах (например, [2]) с целью улучшения соответствия расчетных и опытных данных принимаются иные значения параметра (в работе [2] $N = 0.8$).

На фиг. 3 приведены результаты расчета зависимости донного давления p_b от числа Маха в набегающем потоке M_∞ ($\gamma = 1.4$) за плоской ступенькой (кривая 2) и осесимметричным телом (кривые 3 и 4). Там же для сравнения приведена кривая 1 для плоской ступеньки, полученная Корстом [1]. Давление за осесимметричным телом было рассчитано в предположениях, что замыкающий скачок уплотнения конический (кривая 3) и плоский (кривая 4). Параметры на коническом скачке уплотнения определялись по приближенным соотношениям, приведенным в работе [8]. На фиг. 3 представлены также опытные данные различных авторов для плоской ступеньки [1] (крестики) и осесимметричного тела [9] (кружки).

Результаты расчета донного давления $P = p_b / (p_b)_{c=0}$ за осесимметричным телом при вдувании аргона в донную область представлены на фиг. 4. При этом число Маха и температура торможения в набегающем потоке были приняты равными $M_\infty = 2$, $T_t = 330^\circ \text{ К}$. Расчет проведен для четырех значений температуры вдуваемого аргона $T_b = 290, 2200, 3160$ и 5070° К , которым соответствуют кривые 1, 2, 3, 4. Для комплекса эмпирических постоянных турбулентности $\sqrt{1/2} \kappa s$, необходимо для расчета рас-

хода G , было принято значение $\sqrt{1/2\chi s} = 0.0058$ [11]. На фиг. 4 приведены также опытные данные (точки 1, 2, 3, 4), полученные в работе [12] при указанных выше значениях T_b . Сравнение расчетных и опытных данных свидетельствует об их хорошем соответствии при температурах $T_b = 290$ и 2200°K и несколько худшем соответствии при более высоких температурах вдуваемого аргона.

На фиг. 5 изображена зависимость донного давления за плоской ступенькой от безразмерного расхода при вдуве водорода в донную область. Сплошные кривые получены с учетом диффузионного горения водорода. При этом рассматривалась реакция



Штриховыми линиями показаны зависимости, полученные без учета горения. Как видно из фиг. 5, процесс горения приводит к существенному повышению донного давления. Данные на фиг. 5 получены при значении температуры вдуваемого водорода $T_b = 1000^\circ\text{K}$ и значении $T_1 = 300^\circ\text{K}$. Значение эмпирических постоянных турбулентности приняты такими же, как и при расчете зависимостей на фиг. 4.

Определенный интерес представляют зависимости скорости на нулевой линии тока U_0 от расхода вдуваемого водорода, приведенные на фиг. 6 ($M_1 = 4.8$, $T_1 = 300^\circ\text{K}$; сплошная кривая — с горением, штриховые — без горения). Отмечая различные тенденции в изменении U_0 с ростом расхода: увеличение U_0 (без горения) и уменьшение U_0 (с горением), следует сказать, что при малых расходах вдуваемого вещества (только такие режимы течения и рассматриваются в данной работе) различие в скоростях на нулевой линии тока при наличии горения и без него в значительной мере характеризует и различие в скоростях на разделяющих линиях тока. Необходимо, однако, иметь в виду, что различие в величине донного давления при горении и без него (см. фиг. 5) обусловлено не только этим различием, но не в меньшей степени и различием в распределении плотности в зоне смещения, а также различием параметров в донной области (повышение температуры за счет горения).

Поступило 27 III 1970

ЛИТЕРАТУРА

1. Davis L. R. Experimental and theoretical determination on flow properties in a reacting near wake. AIAA Journal, 1968, vol. 6, No. 5.
2. Korst H. H. A theory for base pressures in transonic and supersonic flow. Trans. ASME, Ser. E, J. Appl. Mech., 1956, vol. 23, No. 4.
3. Юрченко К. Е. О выборе гипотезы турбулентности в теории донного давления. Изв. АН СССР, МЖГ, 1968, № 6.
4. Корявов П. П. Численный расчет турбулентного смещения двух однородных потоков газа. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1964, № 4, № 3.
5. Дорренс У. Х. Гиперзвуковые течения вязкого газа. М., «Мир», 1966.
6. Дородницын А. А. Расчет распределения давлений по телам вращения в сверхзвуковом потоке газа. Сб. теорет. работ ЦАГИ по аэродинамике. М., Оборонгиз, 1957.
7. Шмыглевский Ю. Д. Расчет осесимметричных сверхзвуковых потоков газа в окрестности излома образующей тела вращения. Сб. теорет. работ ЦАГИ по аэродинамике. М., Оборонгиз, 1957.
8. Гинзбург И. П. Аэрогазодинамика. М., «Высшая школа», 1966.
9. Chapman D. R. An analysis of base pressure at supersonic velocities and comparison with experiment. NACA Rept, 1961, No. 1051.
10. Nash J. F. An analysis of the dimensional turbulent base flow, including the effect of the approaching boundary layer. Aeronaut. Res. Council Rep. and Mem., 1963, No. 3344.
11. Гиневский А. С. Теория турбулентных струй и следов. М., «Машиностроение», 1969.
12. Clayden W. A., Bowman J. E. Cylindrical afterbodies at $M_\infty = 2$ with hot gas ejection. AIAA Journal, 1968, vol. 6, No. 12.